Math. p. 339-4

Altahae Superiori comparauit *Beda Abbas*. anno 1790.

Tafel II fehlt

<36627969750012

<36627969750012

Bayer. Staatsbibliothek

Math. P. 339-4

Mattioski. Geometria applicata
443.

R

BIBLIOTHECA
REGIA
MONACENSIS

Gründlicher
und
ausführlicher Unterricht
zur
praktiſchen
Geometrie

von

Johann Tobias Mayer,
Hofrath und Prof. der Mathematik und Phyſik
zu Erlangen.

Vierter Theil,

Erlangen,
bey Johann Jakob Palm
1794.

Vollſtändige und gründliche

Anweiſun

zur Verzeichnung

der Land- See- und Himmelscha

und

der Netze zu Coniglobien und

brauchbar

für alle, welche ſich dieſer Dinge mit G

und Nutzen bedienen wollen

von

Johann Tobias Mayer,

Hofrath und Prof. der Mathematik und P

zu Erlangen.

Biblioth. Oberalt.

BIBLIOTHECA
REGIA
MONACENSIS

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Sr. Wohlgebohrn

dem

Herrn Hofrath

Käſtner

als

ein Denkmal

der

innigſten Verehrung und Hochachtung

gewidmet.

BIBLIOTHECA
REGIA
MONACENSIS

Vorerinnerung.

Daß es bisher noch an einem vollſtändigen practiſchen Unterrichte zur Zeichnung der verſchiednen Netze zu den Landcharten, und deſſen, was überhaupt zu ihrer Verfertigung gehört, gefehlt habe, brauche ich kaum zu erinnern. Was Haſe in ſeiner Sciagraphia tractatus integri de conſtructione mapparum &c. zu leiſten verſprochen hatte, glaube ich durch gegenwärtiges Buch erfüllt zu haben, und in ſo ferne einigen Dank zu verdienen, als eine genaue Kenntniß der verſchiedenen Entwerfungsarten, ohnſtreitig ſehr vieles zum richtigern Gebrauche

der Charten ſelbſt beyträgt, und das Stu
dium der Geographie erweitert. Ich hab
bey dieſer Gelegenheit auch von See, un
Himmelscharten, und von Netzen zu Ku
geln und Coniglobien gehandelt. Bey de
Theorie dieſer Gegenſtände, habe ich mic
überall der möglichſten Deutlichkeit befliſſen
Aber freylich konnte ich manches nicht an
ders als durch Hülfe algebraiſcher Formel
kurz und allgemein vortragen. Indeſſen ha
be ich denen zu gefallen, welchen es blo
um Vorſchriften zu dieſer oder jener Ent
werfungsart zu thun iſt, überall Aufgabe
beygefügt, nach denen ſie nur verfahren
dürfen, wenn ihnen an den Beweiſen ſelbſ
nichts gelegen iſt. — So können alſ
auch Künſtler und Kupferſtecher, welch
ſich mit Kartenzeichnen, und Verfertigun
der Kugeln abgeben, dieß Buch mit Nu
tzen gebrauchen. — Freylich ganz ohne al
le Kenntniß der gemeinen Geometrie, ſo
etwas vorzunehmen, wie leider gar zu oft

Ich ſeze alſo zum voraus, daß derjenige, welcher ſich mit ſolchen Dingen beſchäftiget, wenigſtens ſo viel gemeine Geometrie und Trigonometrie inne habe, nach einer Formel rechnen zu können, wenn er auch gleich die Art, wie ſie gefunden worden, nicht einſieht. Will oder kann er das nicht, ſo wird er leicht jemand finden, der ihm nach den angegebenen Formeln, diejenigen Dinge berechnet, die zur Conſtruction eines Netzes erforderlich ſind. Sehr oft habe ich Tabellen ſelbſt beygefügt, um dieſe Mühe zu erſparen. Am beſten wird es ſeyn, wenn ſolche, denen es an hinlänglicher Kenntniß zu einem ſolchen Geſchäffte, das keines der leichteſten iſt, fehlt, ganz davon wegbleiben.

Man wird in gegenwärtiger Schrift mehrere Entwerfungsarten finden, welche häufiger als bisher zu Landcharten angewandt zu werden verdienen. — Was ich

von

von perſpectiviſchen Projectionen halte, habe ich an verſchiedenen Stellen des Buches geäuſſert.

Erlangen im May 1794.

J. T. Mayer.

In-

Inhalt.

Erſtes Kapitel.

Vorläufige Begriffe. Eintheilung der Cha… §. 1.

In wie fern eine geographiſche Charte kein… metriſcher Grundriß ſeyn könne. §. 2. … eine geographiſche Charte eigentlich dienen… Ebendaſ.

Bedingungen, denen eine geographiſche C… ein Genüge leiſten ſoll. §. 3.

Geographiſche Netze. §. 4.

Allgemeine Ueberſicht der verſchiedenen En… fungsarten. §. 5.

Zweytes Kapitel.

Hülfsmittel zur Verzeichnung der Landcharten. … man unter der geographiſchen Lage eines … tes auf einer Charte verſtehe. §. 6. 4. … gel ſehr vieler Hülfscharten daſ. 6. Not… digkeit der Spezialcharten und anderer H…

Inhalt.

Verzeichniß der Lången und Breiten mehrerer Oerter auf der Erde. §. 7.

Erſter Meridian, von dem die Lången angerechnet werden. §. 8.

Ueber die Verſchiedenheit der unmittelbar gemeſſenen Grade der Mittagskreiſe. §. 9.

Tafel får die Grade auf den Parallelkreiſen, je nachdem man die Erde får eine Kugel oder får Sphåroid annimmt. §. 10.

Es iſt verſtattet, bey Verzeichnung der Landcharten die Erde får eine Kugel zu nehmen. Daſelbſt 20.

Geographiſche Maaſe. §. 11.

Tafel får die Grade auf den Parallelkreiſen, unter der Vorausſezung, daß die Erde eine Kugel ſey. §. 12. Wenn ſie ein Sphåroid wåre. §. 13.

Beſtimmung des Abſtandes der Oerter auf der Erde. §. 14.

Conſtruction zur Beſtimmung der Diſtanzen §. 15. Gebrauch eines Sehnenmaasſtabes dabey. §. 16. Wie zu verfahren, wenn die Orte nicht weit von einander entfernt ſind. §. 17. Von den zur Zeichnung der Landcharten gehörigen Werkzeugen. §. 18.

Daſ. I) Werkzeuge zum Ziehen gerader Linien. II) Zum Ziehen paralleler Linien. III) Eigenſchaften eines guten Reisbrettes. — IV) Beſchreibung von Kreiſen — dahin gehörige Stangenzirkel. Daſ. V.) Kreisbogen von ſehr groſſen Halbmeſſern zu beſchreiben. — Werkzeuge zur Verzeichnung der Winkel daſ. XI) Stůcken einer Kugelflåche zu berechnen. §. 19. Den Inhalt einer Zone zu finden, nebſt zugehöriger Tafel. §. 20. Gebrauch davon, den Inhalt eines

Landes zu berechnen. §. 21. Ueber den L
Deutſchlands daſ. 5. 6.

Drittes Kapitel.

Von Zeichnung der Netze zu den Landcharten
Netz zu zeichnen, welches aus lauter ge
auf einander ſenkrecht ſtehenden Linien b
§. 23.

Ueber das Eintragen der Oerter. §. 24.
rectionen die man beym Gebrauche der Hülf
ten anzuwenden hat. Daſ. 6. Was ſonſt
zu bemerken in Abſicht auf Meilenmaasſtä
d. gl. §. 25. Vortheile und Mängel de
23. gezeigten Entwerfungsart. §. 26.

Ein Netz zu entwerfen, was auch aus laute
raden Linien beſteht, aber dem Stücke der
fläche, was es vorſtellen ſoll, näher kommt
das §. 23. beſchriebene. §. 27. Vortheile
Mängel dieſer Entwerfungsart. §. 28. u
Weitere Betrachtungen darüber §. 30.
Entwerfungsart, worauf die Meridiane g
linigt, die Meridiangrade von gleicher G
ſind, und überall auf den Parallelen ſen
ſtehen §. 31. Sie könnte die de l'Is
heiſſen. §. 32.

Wie man verfahren müſſe, wenn bey Beſ
bung eines Parallelkreiſes, das Centrum
weit hinaus fällt. §. 33. Wie zu verfah
wenn das zu entwerfende Stück einer Kug
che, für ein Stück der Oberfläche eines K
zu nehmen iſt. §. 34.

Ein Netz nach der Entwerfungsart des Hrn.
ne. §. 36. Vorzüge deſſelben. §. 37.

charten. §. 41. Zeichnung der Eckliptik z. E. auf Himmelscharten daſ. II. Seecharten §. 42. Dahin gehörige Plan- oder Plattcharten. §. 43. Mercators Charten §. 44. Tafel für die wachſenden Grade der Breite daſ. XII. Ein Netz nach Mercators Art zu entwerfen §. 45. Beſteck ſetzen; Mängel und Vorzüge verſchiedener Seecharten. Seeatlaſſe §. 46.

Netze, worauf jedes Stück der Erdfläche, nach ſeinem wahren Flächenraume dargeſtellt wird. §. 47. Hiezu gehörige Tafel daſ. VI. Zeichnung derſelben §. 48. Ein andres Verfahren §. 50. Empfehlung deſſelben daſ. VII. Tafel dazu daſ. VI. 5. Noch ein hieher gehöriges Verfahren. §§. 51. und 52. — Anwendung zu Planiſphären und Vortheile deſſelben vor perſpektiviſchen Projectionen §. 53. Netze nach noch andern Bedingungen §. 24. Anwendung auf Conigloben §. 55. Ferner von Conigloben. §. 56.

Daß überhaupt das bisherige mit der Lehre von den Trajectoriis zuſammenhänge. §. 57. Herrn v. Segners Vorſchlag zu einer beſondern Art von Landcharten und Erdkörpern. §. 58.

Viertes Kapitel.

Perſpektiviſche Projectionen der Erdfläche. §. 59. Gründe dazu. Anwendung der Kegelſchnitte. — Unter welchen Umſtänden die perſpektiviſche Projection eines Kreiſes, eine Parabel, Ellipſe oder Hyperbel ſey. §. 60. Gleichung für einen Kegelſchnitt. §. 61. Unter welchen Umſtänden derſelbe ein Kreis werde. §. 62. und 63. Anwendung des bisherigen auf die ſtereographiſche

eines Meridians zu zeichnen. §. 65 — 70. Entwerfung eines Parallels. §. 71. Einen jeden Ort in einem Parallelkreiſe zu entwerfen. §. 72. Sehr viele hieher gehörige Hülfsmittel und Bemerkungen daſ. Zuſ. I — XI. Theilungskreiſe, um einen Parallel in perſpektiviſche Grade einzutheilen. §. 75. Zuſatz. In wie ferne die Theilungskreiſe anzuwenden ſind. Daſ. 19.

Fünftes Kapitel.

Zeichnung der ſtereographiſchen Projectionen, nach den verſchiedenen Standpunkten des Auges auf der Oberfläche der Erde.

Polarprojection §. 76. Stück derſelben §. 77.

Aequatorialprojection §. 78. und 79.

Horizontalprojection §§. 80. 81. und 82.

Anmerkungen über die perſpektiviſchen Projectionen, — Anwendung derſelben auf Himmelscharten — Meilenmaasſtäbe zu den ſtereographiſchen Projectionen — Den Halbmeſſer der Kugel zu finden, nach welchem eine vorgegebene Projection gezeichnet worden. Die Meilen, welche auf der ſtereographiſchen Projection um die Mitte der Charte herum zur Meſſung der Diſtanzen ſtatt finden, ſind halb ſo groß, als diejenigen, die man erhalten würde, wenn man den Halbmeſſer der Kugel, für welche eine Projection verfertiget worden, in 860 gleiche Theile theilte. — Schriftſteller über perſpekt. Projectionen. §. 83.

Sech,

Sechſtes Kapitel.

Orthographiſche Projection §. 84 — 88. Centralprojection §. 89.

Siebentes Kapitel.

Netze zu Kugeln; oder Kugelſegmente — Tafeln dazu — Correctionen wegen der Zuſammenziehung des Papieres u. d. gl. §. 90. ꝛc.

Von

Von Zeichnung und Entwerfung der Landcharten.

Erſtes Kapitel.

Vorläufige Begriffe.

§. 1.

Erklärung. Eine Landcharte iſt eine Zeichnung oder Abbildung von einem Stücke der Erdfläche, und den darauf befindlichen Ländern, ſamt deren natürlichen und politiſchen Gränzen, Abtheilungen, Flüſ-

ſen, Städten, Dörfern und andern merkwürdigen Gegenſtänden.

Man unterſcheidet geometriſche Charten und geographiſche. Erſtere erſtrecken ſich nur über ein kleines Stück der Erdfläche, in ſo ferne man es ohne merklichen Fehler für eine ebene Fläche annehmen, und mit den darauf befindlichen Gegenſtänden nach den Regeln der practiſchen Geometrie entwerfen kan. Sie gehen in das Detail einzelner Diſtricte, Dorfſchaften, Ländereyen und enthalten alles, was zur ſpeziellen Kenntnis einer Landſchaft erforderlich iſt, und in Saal- und Lagerbüchern angemerkt zu werden pflegt, z. E. Wieſen, Felder, Waldungen, Wege, Flüſſe, Bäche, einzelne Gebäude, Gärten, Gebürge u. d. gl. Solche Entwürfe werden auch Grundriſſe, Topographiſche Zeichnungen genannt. Nach den verſchiedenen Zwecken derſelben werden ſie in ökonomiſche, in Militaircharten u. dgl. abgetheilt.

Eine geographiſche Charte erſtreckt ſich hingegen über einen beträchtlich groſſen Theil der Erdfläche, über ein ganzes Land, über einen ganzen Welttheil, und begreift nur diejenigen Gegenſtände, welche nicht zu ſehr ins Kleine fallen, um noch im Allgemeinen bemerkt werden zu können, z. E. nur die Haupt-

kleinern Krümmungen, die Hauptrichtung der Flüſſe, die Lagen der merkwürdigſten Städte, Flecken, Dörfer u. dgl.

Was die Entwerfung geometriſcher Charten betrift, iſt in den erſten drey Theilen meiner practiſchen Geometrie umſtändlich mit allen dazu gehörigen Hülfsmitteln, gezeigt worden. Gegenwärtige Schrift, die man als den vierten Theil der practiſchen Geometrie anſehen könnte, ſoll ſich mit der Theorie, den Handgriffen und Vortheilen zur Verfertigung geographiſcher Charten beſchäftigen.

§. 2.

Es iſt unmöglich, daß eine geographiſche Charte den Bedingungen ein Genüge leiſte, die ein geometriſcher Grundriß erfüllt.

1. Da eine geographiſche Charte gewöhnlich einen großen Theil der Erdfläche zum Gegenſtande hat, die Erdfläche aber keine ebene, ſondern eine kugelförmige Fläche iſt, ſo läßt ſich die Figur eines beträchtlich großen Stückes derſelben, auf dem Papiere, als einer Ebene, nie ſo abbilden, daß alle Theile dieſer Zeichnung vollkommen ihrem Urbilde auf der Kugelfläche entſprächen, d. h. ſich gegen daſſelbe ſo verhielten, wie ein geometriſcher Grundriß gegen das kleine Stückgen der Erdfläche, welches er vorſtellt.

2. In einem geometriſchen Grundriſſe verhalten ſich alle Linien nach dem verjüngten Maaßſtabe, wie die wahren Diſtanzen, die ihnen auf der Erdfläche entſprechen, die Winkel in dem geometriſchen Grundriſſe gleichen denen auf dem Felde, und der ganze Riß iſt vollkommen dem Stücke der Erdfläche ähnlich, welches er darſtellen ſoll, oder kan ihm wenigſtens ſo ähnlich gemacht werden, daß die Abweichung in keine Betrachtung kömmt, weil die Krümmung eines ſolchen Stücks der Erdfläche, womit ſich die practiſche Geometrie beſchäftigt, gewöhnlich ſo gering iſt, daß der Fehler, der daraus in einer Zeichnung auf dem Papiere, als einer Ebene, entſtehen kan, völlig für Nichts gelten darf.

3. Ganz anders verhält ſich hingegen die Sache bey einem ſo groſſen Stücke der Erdfläche, daß die kugelförmige Krümmung deſſelben merklich iſt. Die Diſtanz von einem Orte zum andern auf der Kugel, kan jetzt nicht mehr als eine gerade Linie betrachtet werden, ſondern ſie iſt ein Kreisbogen, und zwar ein Bogen eines größten Kreiſes, den man ſich durch die beyden Oerter auf der Kugel vorſtellen muß; und nimmt man drey Oerter auf der Kugel, ſo bilden ihre Entfernungen von einander, kein geradlinigtes, ſondern ein ſphäriſches Dreyeck.

4. Wolte

4. Wolte man demnach auf dem Papiere ein Dreyeck zeichnen, deſſen drey Seiten ſich wie die des erwähnten ſphäriſchen Dreyecks verhielten, ſo würden die Winkel in beyden Dreyecken nicht übereinkommen, und ſolten ſie in zwey Seiten und dem eingeſchloſſenen Winkel übereinſtimmen, ſo würden wieder die beyden andern Winkel und die dritte Seite, in beyden Dreyecken von einander abweichen. Kurz, es iſt unmöglich, auf dem Papiere, als einer ebenen Fläche, eine Figur zu entwerfen, welche in allen Theilen mit dem Urbilde auf der Kugel übereinſtimmte, als nur in dem Falle, wenn die Rundung des Stücks bey Seite geſetzt werden darf. Ich habe im 342 §. u. f. meiner practiſchen Geometrie gezeigt, daß ein Stück der Erdfläche, deſſen Krümmung ſich nicht über 4 bis 5 Grade erſtreckt, d. h. worauf die Entfernungen der Oerter höchſtens 60 bis 80 Meilen betragen, noch immer ohne merklichen Fehler auf einer Ebene entworfen werden könne, und daß der Irrthum, der hieraus in Beſtimmung der Diſtanzen entſpringt, ſich höchſtens auf $\frac{1}{800}$ des Ganzen belaufen würde. Man wird hieraus einſehen, daß ein nach den bloſſen Regeln der practiſchen Geometrie entworfenes Stück der Erdfläche auch wohl 10 Grade in ſich faſſen könnte, ohne daß dem Auge die Abweichung von der wahren Geſtalt auf der Kugel merklich ſeyn würde.

Aber die Oberfläche der Erde ſelbſt, oder ein groſſes Stück derſelben, läßt ſich mit Beybehaltung der Aehnlichkeit des Ganzen und aller Theile, nicht anders, als auf einer Kugel ſelbſt abbilden. Kugeln laſſen ſich aber nicht bey allen Vorfällen bequem handthieren, und ſind ſehr koſtbar, beſonders wenn ſie einigermaaßen ins Detail gehen ſollen, und deswegen bildet man die Erde dennoch auf ebenen Flächen, oder auf Landcharten ab. — Aber dann iſt dies nicht anders, als durch eine Veränderung der Geſtalt und Lage der Theile ihrer Oberfläche möglich, weil ſich die Kugelründung nicht in eine Ebene bringen läßt; alſo muß hiebey allemahl die Aehnlichkeit mit dem Originale verlohren gehen. Man muß ſich demnach begnügen, wenn eine ſolche Abbildung nur einige Bedingungen der Aehnlichkeit erfüllen kann, wenn ſie nur übrigens nach einem ſolchen Geſetze entworfen iſt, daß ſich diejenigen Data bequem von ihr abnehmen laſſen, welche etwa nöthig ſind, durch Rechnung oder Zeichnung dieſe oder jene Dinge zum geographiſchen Gebrauche genauer als auf der Charte ſelbſt, beſtimmen zu können, z. E. Diſtanzen der Oerter, oder bey der Schiffarth die Lage eines Orts in Abſicht auf dieſe oder jene Weltgegend u. dgl. Eine geographiſche Charte ſoll nur zu einer allgemeinen Ueberſicht eines Landes dienen, übrigens aber den beſondern Zwecken entſprechen, die man etwa

durch

durch ſie erreichen will, wie z. B. die beſondere, in der Folge zu erklärende, Einrichtung der Schifferkarten beweiſet.

§. 3.

Man giebt überhaupt mehrere Bedingungen an, denen eine vollkommene Charte ein Genüge leiſten ſoll. Sie ſoll die Figur der Länder nicht verunſtalten, und die Größe derſelben in ihrem richtigen Verhältniſſe darſtellen, die Entfernungen der Oerter auf der Charte ſollen ſich verhalten wie die auf der Kugel, und was auf der Erdfläche, nach dem gewöhnlichen Ausdrucke, in einer geraden Linie, d. h. auf einem größten Circul liegt, ſoll auch auf der Charte in einer geraden Linie ſich befinden. Dann ſollen die Charten ſo beſchaffen ſeyn, daß ſich die geographiſchen Längen und Breiten der Oerter leicht beſtimmen laſſen u. dgl., kurz, die Landcharten ſollen in Abſicht auf ganze Länder, ganze Welttheile oder die ganze Erdfläche durchaus das ſeyn, was ein geometriſcher Grundriß für das ihm entſprechende Stückchen der Erdfläche iſt. Dieſe und mehrere Bedingungen können nun nach (§. 2) unmöglich alle in Erfüllung gehen, ſondern man muß ſich begnügen, wenn nur einige derſelben erreicht werden können. Eine Charte kann demohngeachtet zu der Abſicht, wozu man ſie braucht, immer ſehr nütz-

lich ſeyn, wenn ihr auch gleich die Vollkommenheit eines geometriſchen Grundriſſes fehlt, wenn ſie nur nicht gar zu ſehr von dem Originale auf der Kugel abweicht.

§. 4.

Zu allerley geographiſchen Zwecken, und insbeſondere, um bemerken zu können, unter welchem Grade der Länge oder Breite, dieſer oder jener Ort auf der Charte liege, wird die Charte in ein Netze gezeichnet, worauf gewiſſe Linien die Mittagskreiſe, und andere die Parallelkreiſe darſtellen.

In der Zeichnung dieſer Netze, welche den Grund der ganzen Mappirungskunſt, d. h. der Kunſt Landcharten zu zeichnen, in ſich faſſen, weichen die verſchiedenen Landchartenverfertiger ſehr von einander ab, je nachdem ſie dieſe oder jene beſtimmte Abſicht bey der Entwerfung einer Landcharte gehabt haben. Ich werde hier von einigen der vorzüglichſten erſt eine Ueberſicht geben, und dann in der Folge von jeder beſonders reden, und die Verzeichnung derſelben lehren.

§. 5.

Einige allgemeine Begriffe von den verſchieden[en] Entwerfungsarten der Netze zu den Landcharten.

I. 1. Hat man keine andere Abſicht [bei] der Zeichnung einer Charte, als daß ſich [bei] dem Gebrauche derſelben, die geographiſ[chen] Längen und Breiten der Oerter leicht ſo[llen] finden laſſen, ſo dürfen auf dem Papiere [die] Parallelzirkel und Meridiane nur als ge[rade] Linien gezeichnet werden, welche ſich alle u[nter] rechten Winkeln, und in gleichen Diſta[nzen] von einander, welche man etwa Grade be[deu]ten laſſen könnte, durchſchneiden. Man kö[nnte] alsdann jeden ſolchen Raum, welcher ei[nen] Grad bedeutete, an dem Rande der Ch[arte] etwa noch in kleinere Theile, z. E. von 5 [zu] 5 Minuten eintheilen, und dann die Oe[rter] nach Maasgabe ihrer geographiſchen Län[gen] und Breiten in dies Netz eintragen, un[d es] ließe ſich denn auch umgekehrt von einer [be]reits gezeichneten Charte, zu dieſem oder je[nem] Gebrauche, ſehr leicht wieder eines jeden [Orts] Länge und Breite abfaſſen, indem man [die] Perpendiculärlinie, von dem Orte bis auf [den] nächſten Meridian- und Parallelgrad, fä[llt,] ſolche in Minuten, dergleichen auf [dem] Rande der Charte bemerkt ſind, ausdrüc[kt]

Breite, die jenem Meridian- und Parallelkreiſe entſprächen, hinzuſetzte.

2. Dieſe ſchon in den älteſten Zeiten übliche Entwerfungsart erfüllt nun zwar eine von den §. 3. angegebenen Bedingungen einer Landcharte leichter, als jedes andere Verfahren, allein man begreift, daß wenn zumahl eine ſolche Charte ein groſſes Stück der Erdfläche in ſich faſſen ſoll, die Figur der Länder und die wahren Diſtanzen der Oerter unter ſich ſelbſt, ſehr von ihrem Originale auf der Kugel abweichen werden, weil die Meridiane auf der Kugel nicht mit einander parallel ſind, ſondern ſich alle in den Polen durchſchneiden, alſo nach dieſen Punkten auf der Erdoberfläche convergent ſind, wodurch denn auch die Grade auf den Parallelzirkeln abnehmen, ſo wie man ſich den Polen nähert. Je mehr demnach ein Land ſich in die Breite erſtreckt, deſto mehr muß die Geſtalt deſſelben auf einem Netze dieſer Art verzogen werden, wenn man es nach Maasgabe der geographiſchen Länge und Breite ſeiner Oerter in dies Netz einträgt, und daher kan eine Charte dieſer Art nur zu dem angegebenen beſondern Zwecke, aber keineswegs dazu dienen, ſich einen ohngefähren ſinnlichen Begriff von der Geſtalt und der Ausdehnung eines Landes zu verſchaffen. Uebrigens hat dieſe Entwerfungsart den Vortheil, daß die geraden Linien, welche

auf

auf dem Netze die Meridiane und Paral
kreiſe vorſtellen, ſich wie die wahren auf
Kugel, unter rechten Winkeln durchſchneid
welches einen beſondern Vortheil in
Schiffskunſt verſchafft, daher man auch
einiger Abänderung dieſe Einrichtung in
Schiffercharten beybehalten hat.

3. Weniger würde die Figur eines
des verunſtaltet werden, wenn man die Gr
auf den Parallelzirkeln nicht denen des M
dians gleich ſetzte, ſondern ſie ohngefähr
demjenigen Verhältniſſe zu den Graden
Meridians nähme, welches etwa die durch
Mitte der Charte laufenden Parallelgrad
denen des Meridians haben, d. h. wenn
äuſſerſten Parallelkreiſe dem 10ten und 5
Grade der Breite entſprächen, alſo der mi
ſte Parallelkreis der Charte dem 30ten G
der Breite, ſo würde man die Grade
allen Parallelkreiſen, etwa in dem Ver
niſſe des Coſinus von 30 Grad zum S
totus, kleiner nehmen, als die Grade auf
Meridianen, dann würde noch immer
Vortheil (1) ſtatt finden, aber die Län
welche man in ſolche Netze zeichnete, wü
nicht mehr ſo ſehr von ihrem Urbilde auf
Kugel abweichen, und die Diſtanzen der
ter würden mehr in ihrem wahren Ver
niſſe ſtehen.

II. 1. Zu den Entwerfungsarten, wobey Meridiane und Parallelkreiſe in dem Netze als gerade Linien erſcheinen, gehört auch diejenige, wo zwar die Parallelkreiſe durch gleichlaufende, die Meridiane aber durch convergirende gerade Linien abgebildet werden, ſo daß wenigſtens die Grade auf ein paar Parallelen, z. E. den äuſſerſten der Charte, ihr richtiges Verhältniß zu den Meridiangraden haben.

2. Man begreift, daß durch dieſe Conſtruction zwar in Anſehung der wahren Geſtalt der in das Netz hinein gezeichneten Länder etwas mehr gewonnen wird, daß aber dennoch die Grade der übrigen Parallelen nicht in ihrem wahren Verhältniſſe bleiben können. Auch ſtehen nunmehr die Parallelen nicht mehr auf den Meridianen ſenkrecht, ſondern ſchneiden ſie deſto ſchiefer, je weiter die Meridiane nach dem Rande der Charte zuliegen, welcher Umſtand denn das Eintragen der Oerter, und umgekehrt die Beſtimmung der geographiſchen Länge und Breite eines jeden auf der Charte vorgegebenen Ortes erſchwert. Zugleich fallen nunmehr auch die Meridiangrade ſelbſt von ungleicher Länge aus, und zwar deſto mehr, je weiter ſie von dem mittelſten Meridian des Netzes abſtehen. Man bedient ſich dieſer Entwerfungsart gewöhnlich nur bey Ländern, welche ſich nicht auf viel Grade der Länge und Breite erſtrecken, in wel-

welchem Falle denn die Abweichung von dem Originale auf der Kugel unmerklich wird.

III. 1. Am vortheilhafteſten ſcheint diejenige Entwerfungsart zu ſeyn, deren ſich Hr. Bonne und andere Geographen bedient haben, um ſo viel als möglich die einzeln Vierecke, die ſich zwiſchen den Graden der Meridiane und Parallelen auf dem Netze ergeben, denen auf der Kugel ähnlich zu erhalten.

2. Man gedenke ſich auf der Kugel einen Parallelkreis, der ohngefähr durch die Mitte des Landes geht, welches man entwerfen will, und nun eine Kegelfläche, welche die Kugel rings in dieſem Parallelkreiſe herum berührte, ſo kan man die Zone auf der Kugel, in welche das Land fällt, ohngefähr mit einer eben ſo breiten Zone der gedachten Kegelfläche vergleichen, und ſich gleichſam vorſtellen, jedes Stück dieſer kegelförmigen Zone zwiſchen ein paar Meridianen, oder die ganze Zone ſelbſt werde in eine ebene Fläche ausgebreitet und bilde ſo das ihm entſprechende Stück der Kugelzone ab.

3. Ohngeachtet dieſe Vergleichung einer kugelförmigen Zone mit der eines Kegels, nur bey ſchmalen Zonen ſtatt finden kan, welche ohne großen Fehler für kegelförmig angenommen werden dürfen, ſo dehnt Hr. Bonne dieſes

ſes Verfahren, doch auch auf beträchtlich breite Zonen aus, oder er behält vielmehr von der bisherigen Vorſtellung folgendes bey.

4. Aus einem in dem mittelſten Meridiane angenommenen Punkte beſchreibt er auf der zu verfertigenden Charte, mit einem Halbmeſſer, welcher der Seitenlinie jenes Kegels, von dem Parallel an, in welchem er die Kugel berührt, bis an die Spitze deſſelben, gleich iſt, erſtlich einen Kreis, und nunmehr andere concentriſche Kreiſe, z. E. von 5 zu 5 Graden der Breite, deren Werthe er zuvor berechnet, und auf dem mittelſten Meridiane, der durch eine gerade Linie abgebildet iſt, alle von gleicher Größe genommen hat. Auf jeden dieſer concentriſchen Bögen trägt er nun gleiche Theile für die Parallelgrade, nimmt aber dieſe Theile überall in ihrem richtigen Verhältniſſe zu den Graden des mittlern durch die Charte gehenden Meridians, ſo werden die übrigen Meridiane, welche man durch die correſpondirenden Grade dieſer Parallelzirkel führt, gewiſſe krumme Linien bilden, welche überall ziemlich gut auf den Parallelkreiſen des Netzes ſenkrecht ſtehen, und mit ihnen krummlinigte Vierecke bilden, welche beynahe mit den zugehörigen ſphäriſchen Rechtecken auf der Kugel übereinſtimmen werden.

5. Er=

5. Erſtreckt ſich ein ſo verfertigtes Netz nicht über ein allzugroßes Stück der Erdfläche, ſo zeichnet man die Meridiane ohne merklichen Fehler ſämmtlich als gerade Linien, und dann erhält man diejenige Entwerfungsart, welche mein Vater bey der Mappa Germaniae critica angewandt hat.

6. Nach dieſer Entwerfungsart fällt die Geſtalt eines Landes noch ziemlich regelmäſig aus, auch läßt ſich der Quadrat-innhalt deſſelben auf der Charte ſelbſt berechnen, ohne daß die Rechnung von dem wahren Inhalte auf der Kugelfläche ſo beträchtlich abwiche, als bey mehreren andern Entwerfungsarten der Fall iſt.

IV. 1. Zu beſondern Gebrauche auf Schiffen, werden Charten erfordert, worauf man 1) bequem ſoll beſtimmen können, nach was für einer Weltgegend ein Ort in Anſehung eines andern liege, und 2) worauf der Weg eines beſtändig nach einerley Weltgegend ſeglenden Schiffes ſich durch eine gerade Linie abbilden läßt.

2. Segelt nemlich ein Schiff nach einer gewiſſen Weltgegend, ſo macht die Richtung ſeines Laufs einen gewiſſen Winkel mit dem Meridiane des Orts der Ausfarth, und bleibt nun dieſer Winkel immer derſelbe, welchen Mit-

tags-

tagskreis auch das Schiff durchſtreicht, ſo ſagt man, daß es immer nach einerley Weltgegend ſegele, z. E. nach Nordoſt, wenn die Richtung ſeines Laufs, alle Meridiane, in die es gelangt, nach Oſten zu, unter einem Winkel von 45 Graden durchſchneidet.

3. Wenn man eine Erdkugel zur Hand nimmt, und ſolchergeſtalt den Weg eines Schiffs verzeichnet, das immer alle Meridiane unter gleichen Winkeln durchſtreicht, ſo wird man finden, daß dieſer Weg eine beſondere krumme Linie bildet, die ſehr von einem Bogen eines größten Circuls abweicht, wie ſich auch ſchon daraus einſehen läßt, daß alle Meridiane nach den Polen zu convergiren, und alſo nicht von einer geraden Linie, oder eigentlich von einem größten Circul, unter gleichen Winkeln durchſchnitten werden können. Dieſe krumme Linie ſchlingt ſich nach Art einer Spirallinie, mit unzähligen Windungen um den Pol, und bekommt von den Schiffern den Nahmen der loxodromiſchen Linie, oder der Linie des ſchiefen Laufs. Nur in wenigen Fällen verwandelt ſie ſich in einen größten Kreis, z. E. wenn ein Schiff gerade nach Norden oder Süden, d. h. in einem Meridiane ſelbſt fortſegelte, oder auch, wenn es z. E. im Aequator ſeinen Lauf nimmt. In allen übrigen Fällen iſt dieſer loxodromiſche Weg eines Schiffs eine Art von Spirallinie

linie auf der Oberfläche der Kugel. Ihre Eigenſchaften werden in der höhern Geometrie entwickelt, und gehören jetzt nicht hieher. Indeſſen iſt klar, daß man ebenfalls eine Art von Spirallinie erhalten würde, wenn man jenen Weg des Schiffs auf einer Charte verzeichnen ſollte, worauf die Meridiane, wie die auf der Kugel, nach einem gewiſſen Punkte zu convergirten, und daß denn dieſe Verzeichnung dem Schiffer ſehr läſtig ſeyn würde.

4. Man läßt daher auf einer Charte zum Gebrauche der Schiffer, die Meridiane nicht convergiren, ſondern zeichnet ſie als parallele gerade Linien. Denn alsdann iſt klar, daß eine Linie, welche alle dieſe Meridiane unter gleichen Winkeln durchſchneidet, alſo der Loxodromiſche Weg eines Schiffs, ſich auf einer ſolchen Charte durch eine gerade Linie abbilden läßt, welches dem Schiffer manche Vortheile verſchafft, wie in der Folge noch mit mehrerem erwähnt werden ſoll.

5. Es erhellet indeſſen, daß bey einer ſolchen parallelen Lage der Meridiane, die Grade auf den Parallelkreiſen, welche ebenfalls bey dieſer Entwerfungsart durch gerade Linien abgebildet werden, ſämmtlich von gleicher Größe ausfallen müſſen, und alſo gegen die Grade der Meridiane nicht das richtige

Verhältniß, wie auf der Kugel, erhalten würden, wenn man letztere auch von gleicher Größe machen wollte, weil ſich die wahren Parallelgrade auf der Kugel, nach den Polen zu, wegen der Convergenz der Meridiane verjüngen.

6. Damit alſo doch wenigſtens in jedem einzelnen Vierecke des Netzes, die überall gleich großen Parallelgrade ihr richtiges Verhältniß gegen die Meridiangrade erhielten, ſo hat man unter jedem Grad der Breite, einen Grad des Meridians auf der Charte, in demſelben Verhältniſſe vergröſſert, in welchem er würklich auf der Kugel größer, als der neben ihm befindliche Parallelgrad iſt, dergeſtalt, daß alſo die Meridiangrade auf der Charte, nach den Polen zu, in dem Verhältniſſe wachſen, wie die wücklichen Parallelgrade auf der Kugel nach den Polen zu abnehmen, und ſo erhielt man denn Charten mit unveränderlichen oder gleichgroſſen Parallelgraden, aber nach den Polen zu wachſenden Meridiangraden. Anſtatt daß alſo z. E. unter dem 60ten Grad der Breite, ein Grad des Parallelkreiſes nur halb ſo groß als der unveränderliche Grad des Mittagskreiſes auf der Kugel ſeyn würde, wird auf der Charte der letztere noch einmahl ſo groß, als der erſtere unveränderliche abgebildet. Daher nennt man Charten dieſer Art, worauf

alle

alle Parallelgrade einander gleich, die d
Meridiane aber, nach den Polen zu, imm
größer werden, Charten mit wachſe
den Graden, oder wachſenden Breite
oder auch reducirte, hydrographiſch
ingleichen Mercators, oder Wrigth
Charten, weil Gerhard Mercator und Edua
Wrigth zuerſt die Theorie und Verzeichnung
art dieſer Charten gelehrt haben.

7. Auf einer ſolchen Charte werden n
freylich die Länder, zumahl nach den Po
zu, wo die Grade der Breite ſehr groß au
fallen, merklich verunſtaltet. Aber der vo
theilhafte Gebrauch, den Schiffer von die
Entwerfungsart machen können, iſt bey w
tem überwiegend, und wenn nur übrigens d
Längen und Breiten der Oerter richtig eing
tragen ſind, ſo können ſolche Charten denno
zu Verzeichnung anderer dienen, welche d
wahre Figur der Länder verhältnißmäßiger
ihrem Orignale auf der Kugel, darſtelle
Auch gewähren dieſe Mercators-Charten, w
gen des Parallelismus ihrer Meridiane, d
Bequemlichkeit, einen Streifen um die gan
Erdfläche aneinander hängend darzuſtellen
weil man bloß einzelne Charten dieſes Str
fens aneinander legen darf, um die gan
Zone zu erhalten, welches bey convergirend
und krummlinigten Meridianen nicht ſo g

einem Blicke zu überſehen, wie z. E. die Wohnungen der Thiere über der Erdfläche verbreitet ſind, Ketten von Gebürgen u. dgl. unter einander zuſammenhängen. Hieher Hrn. Prof. Zimmermanns *Specim. Zoologiae quadrupedum.* (Lugd. Bat. 1777.) ingleichen deſſen Verſuch einer Anwendung der Zoologiſchen Geographie auf die Geſchöpfe der Erde, nebſt einer Zoologiſchen Weltcharte, Leipzig 1783. Bey der Klügeliſchen Encyclopädie iſt von Hrn. Prof. Bode die Erdzone zwiſchen beyden Polarkreiſen hydrographiſch entworfen.

V. Lambert hat in ſeinen Beyträgen zur Mathematik, 2 Th. S. 105. u. f. einen Aufſatz über das Zeichnen der Landcharten gegeben, worinn er manche bisher eben nicht ſehr gebräuchlich gewordene Entwerfungsarten zu dieſen oder jenen Abſichten vorſchlägt, welche würklich verdienten, mehr angewandt zu werden, z. B. Netze zu Charten, worauf ſich durch eine leichte Conſtruction die Diſtanzen der Oerter genauer, als auf den gewöhnlichen Charten, beſtimmen laſſen, oder Charten, worauf alle Mittagskreiſe durch gerade Linien vorgeſtellt werden, welche ſich ſämmtlich in den Polen unter ihren wahren Winkeln durchſchneiden, und worauf alle Grade der Meridiane einander gleich, oder wenigſtens auf eine regelmäſige Art eingetheilt, die Parallelen

len aber ſämmtlich als concentriſche Kre
um den Pol herum abgebildet werden; Ch
ten, worauf einzelne Theile oder auch gar
Länder das wahre Verhältniß ihrer Größ
oder ihres Innhalts bekommen, oder au
worauf man die Größe der verzeichneten Kug
fläche ſogleich meſſen kan. Hieher gehört au
Anton. Mar. Lorgna (Principi di Ge
graphia aſtronomico-geometrica. Veron
1789.) Vorſchlag, was auf der Erdfläc
zwiſchen zweyen Parallelkreiſen enthalten iſ
auf dem Papiere durch einen gleichgroß
Kreisring darzuſtellen u. dgl. Man ſie
leicht, daß die Erhaltung einiger ſolcher B
dingungen immer mit dem Verluſte ander
verknüpft ſeyn wird (§. 3).

VI. Hr. v. Segner hat in dem Berlin
Aſtronomiſchen Jahrbuche 1781. eine eige
Art von Landcharten vorgeſchlagen, welc
auſſer dem, daß ſie ſich leicht zeichnen laſſen
auch noch den beſondern Vortheil gewähren
daß ſie ſich in einen Körper zuſammenfüg
laſſen, der einigermaaßen ſtatt einer Kug
dienen kan.

Die heiſe Zone zeichnet er nemlich
ein Rechteck, jede der gemäßigten in e
Trapezium, von deſſen beyden parallelen Se
ten die längſte, der langen Seite des Rech
ecks gleich iſt ...

ſtellt, und endlich werden die kalten Zonen in Kreisſcheiben gezeichnet, deren Umfang ſo lang iſt, als die kurze Seite eines jeden der genannten Trapezien. Die kürzeren Seiten des erwähnten Rechtecks ſtellen den Bogen des Meridians zwiſchen beyden Wendekreiſen vor, und jedes Trapeziums ſchiefe Seiten den Bogen des Meridians zwiſchen dem Wendekreiſe und dem nächſten Polarkreiſe. Die heiſe Zone läßt ſich ſolchergeſtalt in eine Cylinderfläche krümmen, die gemäßigten in ein paar abgekürzte Kegelflächen, die mit ihrem größern Umfange, an jene Cylinderfläche anpaſſen, und die kalteu Zonen ſchlieſſen den ganzen Körper, als Kreisſcheiben, dergeſtalt, daß dieſe Zeichnungen gehörig zuſammengeſezt, einen Körper bilden, der zwar keine Kugel iſt, aber doch die Geſtalt der Erde den Sinnen etwas beſſer darſtellt, als gewöhnliche Coniglobien, oder auch bloße Planiſphären.

Hieher gehören die Funkiſchen Erdkörper, welche nach dieſem Segneriſchen Vorſchlage gemacht ſind, und ohngefähr 3,6 Leipziger Zoll im Durchmeſſer haben. Nach Funks Tode ſind auch größere von 10 Zoll im Durchmeſſer zu Stande gebracht worden. Die Beſchreibung davon findet man in einer Schrift, welche den Titel führt: Beſchreibung und Gebrauch des Funkiſchen Erdkörpers, oder der Erde nach ihren

ten verſchiedenen Zonen, auf einem von der Kugelgeſtalt wenig abweichenden Körper vorgeſtellt. Berlin und Leipzig 1788. Auch ſind nunmehr in Berlin in Hrn. Maurers Buchh. und in Leipzig im Intelligenzkomtoir, Himmelskörper nach dieſer Einrichtung um billige Preiſe zu bekommen.

VII. Da die bisher in der Kürze angeführten Entwerfungsarten bey mehreren Charten würklich angewandt worden ſind, ſo werde ich in der Folge ſowohl die Theorie als Praxis derſelben, umſtändlich erläutern. Nunmehr muß ich aber auch noch das Allgemeine von den perſpectiviſchen Entwerfungsarten, oder Projectionen, nach welchen die meiſten Netze zu den Charten verfertigt zu werden pflegen, oder wenigſtens ſonſt verfertigt worden ſind, vorausſchicken.

VIII. Man ſtelle ſich vor, das Auge betrachte einen Theil der Erdfläche, aus einem gegebenen Standpunkte, und dieſer Theil werde nun auf dem Papiere ſo gezeichnet, wie ſich derſelbe würklich dem Auge darſtellt, ſo heißt man eine Zeichnung dieſer Art, einen perſpectiviſchen Entwurf, oder eine Projection des vorgegebenen Stücks der Erdfläche.

IX. Um eine ſolche Projection zu verfertigen, gedenkt man ſich vor dem Auge eine

durchſichtige Fläche, z. E. eine Glastafel, und nun von jedem Punkte des dem Auge zugekehrten und zu entwerfenden Stücks der Erdfläche, eine gerade Linie, oder einen Lichtſtrahl nach dem Auge gezogen.

Wo ein ſolcher Lichtſtrahl die Glastafel durchbohrt, hat man auf ihr den perſpectiviſchen Ort, oder die Projection des ihm zugehörigen Punktes der Kugelfläche. Das Auge würde nemlich mehrere auf dieſer Glastafel ſolchergeſtalt entworfene Punkte in eben den Lagen gegeneinander wahrnehmen, wie ſie ihm würklich auf der Kugel erſcheinen, weil die wahren Punkte auf der Kugelfläche, mit jenen auf der Glastafel, in geraden Linien liegen, und das Auge jeden Punkt nur in der geraden Linie empfindet, die von ihm nach dem Auge hingezogen wird.

X. Da bey einer ſolchen Zeichnungsart Alles auf den Standpunkt des Auges, oder auf den ſogenannten Augenpunkt ankommt, und ſich mit der Aenderung dieſes Standpunktes nothwendig auch der perſpectiviſche Entwurf eines Gegenſtandes auf jener Glastafel ändern muß, indem jetzt die Lichtſtrahlen, die nach dem Auge gezogen worden, die Glastafel in andern Punkten durchbohren, ſo iſt man darauf bedacht geweſen, unter der unzähligen Menge von Standpunkten, die ſich für

für das Auge ſowohl auf der Oberfläche der Kugel, als im Innern, oder auch auſſerhalb derſelben gedenken laſſen, vorzüglich auf ſolche Rückſicht zu nehmen, welche nicht nur eine leichte Verzeichnung des perſpectiviſchen Entwurfs auf der Tafel, ſondern auch die möglichſte Aehnlichkeit des Entwurfs mit dem Originale auf der Kugelfläche verſtatten.

XI. Es läßt ſich zeigen, daß dieſen Bedingungen am beſten ein Genüge geſchiehet, wenn man den Standpunkt des Auges auf der Oberfläche der Erde, und zwar gerade dem zu entwerfenden Lande gegenüber, annimmt, ſo daß das Auge um einen ganzen Durchmeſſer der Erde von dem Mittelpunkte des zu entwerfenden Landes, abſteht, und alſo im ſogenannten Nadir des erwähnten Mittelpunktes ſich befindet, die Tafel übrigens aber ſenkrecht auf jenen Durchmeſſer ſtehet, d. h. eine parallele Lage hat, mit der Horizontalfläche des Orts, dem das Auge gegenüber liegt. Man muß ſich begreiflich hiebey die Erdkugel als hohl gedenken, und das Auge, als wenn es in die ihm gegenüberſtehende Höhlung hineinſähe, zwiſchen welcher und dem Auge denn, die Glastafel, oder die Ebene, auf der der perſpectiviſche Entwurf gemacht werden ſoll, ſich befindet.

XII. Man heißt eine Projection dieſer Art, die ſtereographiſche Horizontalpro-

projection, ſo wie denn alle Projectionen ſtereographiſch heiſſen, bey denen der Standpunkt des Auges auf der Oberfläche der Kugel angenommen wird.

XIII. Gedenkt man ſich das Auge in dem Mittelpunkte der Erdkugel, ſo giebt dies die Centralprojection, welche denn entweder auf die Horizontalfläche eines Orts ſelbſt, oder auf eine mit ihr parallele Ebene gemacht werden kan, je nachdem man es zu dieſem oder jenem Gebrauche nöthig findet.

Dieſe Centralprojection hat den Vortheil, daß alle größte Kreiſe der Erdkugel auf ihr als gerade Linien abgebildet werden, ſo daß alle Oerter, welche auf der Kugel in einem größten Kreiſe liegen, auf dem Centralentwurfe in geraden Linien erſcheinen. Die kleinern Kreiſe ſtellen ſich aber als Kegelſchnitte dar, welche nur in einigen Fällen Kreisbogen ſind, und dies macht die Verzeichnung etwas beſchwerlich, weßwegen die Centralprojection eben nicht zu Landcharten angewandt worden iſt. Hingegen laſſen ſich die Himmelscharten mit gutem Vortheile auf dieſe Art zeichnen, weil es dabey auch der Natur gemäß iſt, ſich das Auge in dem Mittelpunkte der Sphäre zu gedenken. Solchergeſtalt ſind die Doppelmairiſchen Himmelscharten dergleichen Centralprojectionen.

XIV. Die ſtereographiſche Entwerfungsart hat das vorzügliche, daß alle Kreiſe der Kugel, auf ihr ebenfalls als Kreiſe oder Kreisbogen (freylich nicht von eben dem Halbmeſſer), unterweilen auch als gerade Linien erſcheinen. Auch ſchneiden ſich auf ihr die Abbildungen der Meridiane und Parallelen unter rechten Winkeln, wie auf der Kugel, dergeſtalt, daß die Vierecke, die die Meridiane und Parallelen auf dem perſpectiviſchen Netze bilden, wenigſtens in Anſehung der Winkel, ihrem Originale auf der Kugel entſprechen. Der Theil des perſpectiviſchen Entwurfs, welcher dem Augenpunkte am nächſten liegt, oder um die Linie herum fällt, welche vom Augenpunkte ſenkrecht auf die Tafel gezogen wird, iſt dem Urbilde auf der Kugel am ähnlichſten, die Theile aber, welche ſehr ſchief gegen das Auge liegen, werden auf der Tafel immer etwas verunſtaltet, und zwar deſto mehr, je größer jene Schiefe iſt, ſo daß die äuſſerſten Theile des Entwurfs oft ſehr merklich von der wahren Geſtalt auf der Kugelfläche abweichen.

XV. Hierinn liegt der Grund, warum man, um gewiſſe einzelne Theile der Kugelfläche am ähnlichſten auf dem perſpectiviſchen Entwurfe zu erhalten, den Augenpunkt immer in dem Nadir des zu entwerfenden Stücks der Kugelfläche annimmt. Sollen daher z. E. die

die nördlichen Polarländer der Natur am gemäſeſten ausfallen, ſo ſetzt man das Auge in den Südpol, und die Aequatorsfläche iſt alsdann die Tafel, worauf die Länder entworfen werden. Dieß giebt alsdann die ſtereographiſche Polarprojection, nach dergleichen Robert v. Vaugondy Charten von Rußland entworfen hat. — Sollen aber Gegenden um den Aequator am wenigſten verunſtaltet werden, ſo ſetzt man das Auge ebenfalls in den Aequator, der zu entwerfenden Gegend gerade gegenüber, und die Tafel iſt alsdann eine Ebene durch beyde Pole, alſo ein Meridian, ſenkrecht auf der Linie, die von einem Punkte der zu entwerfenden Gegend nach dem Auge gezogen wird. Dies giebt alsdann die ſtereographiſche Aequatorialprojection.

XVI. Wendet man dieſe Entwerfungsarten auf große Länder, auf einen ganzen Welttheil, oder auch wohl auf eine ganze Halbkugel an, ſo werden freylich allemahl die Theile der Projection, welche am meiſten ſeitwärts zu liegen kommen, am wenigſten den Bedingungen ein Genüge leiſten, daß die Größen der Länder ihr wahres Verhältniß behalten, und die Entfernungen der Oerter ſich mit einiger Genauigkeit meſſen laſſen. Indeſſen iſt doch die Abweichung von dem Urbilde auf der Kugel, um die Mitte der Projection herum,

herum, immer noch erträglich, und deßwegen ſind dieſe Projectionen ſchon lange zu geographiſchen Gebrauche empfohlen und angewandt worden. Auf die ſtereographiſche Horizontalprojecti n, welche zwar auch ſchon beym Ptolomäus und Varenius vorkommen, hat indeſſen vorzüglich erſt Joh. Matthias Haſe, Prof. der Math. in Wittenberg, in ſeiner *Sciagraphia tractatus de projectionibus. Lipſiae* 1717. mehr Aufmerkſamkeit erregt, und ſie zu Landcharten einzelner Länder empfohlen, deren er auch würklich mehrere nach dieſer Entwerfungsart für die ehemahlige Homänniſche Officin in Nürnberg verfertigt hat. Der Tractat aber, in welchem er dieſe Projection aus einander zu ſetzen verſprochen, iſt nicht erſchienen, daher denn erſt nach ihm Hr. Hofr. Käſtner und andere, die Theorie davon aus den Regeln der Perſpectiv hergeleitet, und insbeſondere auf analytiſche Formeln gebracht haben.

XVII. Bey der ſtereographiſchen Projection iſt das vielleicht etwas unnatürlich, daß man das Auge in die Höhlung der abzubildenden Kugelfläche hineinſehen läßt, da man doch Erdkugeln u. dgl. von auſſen, alſo von der convexen Seite, anzuſehen gewohnt iſt. Es wäre vielleicht eine ſolche Projectionsart der Natur der Sache gemäſer, bey der man das Auge auſſer der Kugel annähme, und die

Tafel

Tafel zwiſchen ihr und dem Auge, ſo daß man perſpectiviſch abbildete, was das Auge auf der converen Seite der Kugelfläche aus dem Standpunkte überſähe.

Allein dann werden die Regeln zur Zeichnung eines ſolchen perſpectiviſchen Entwurfs ſchwerer, und in der Hauptſache wird doch auch in Abſicht auf die Aehnlichkeit des Entwurfs mit dem Urbilde auf der Kugel nichts gewonnen. Alſo läßt man es lieber bey der ſtereographiſchen Projectionsart bewenden, wenn nicht beſondere Abſichten eine andere erheiſchen.

XVIII. Zu ſolchen beſondern Abſichten gehört vorzüglich die ortographiſche Entwerfungsart, wobey man ſich das Auge in einer unendlichen Entfernung von der Erdkugel gedenkt, ſo daß alle Lichtſtrahlen, die von jedem Punkte der Erdoberfläche nach dem Auge gezogen werden, als parallele Linien anzuſehen ſind, welche auf der perſpectiviſchen Tafel, die man, wo es gefällig iſt, zwiſchen dem Auge und der Erde annehmen kan, ſenkrecht ſtehen.

In der Aſtronomie wird dieſe ortographiſche Projection bey den Finſterniſſen gebraucht. Zu Landcharten iſt ſie nicht ſehr in Ausübung gekommen, weil ſie die Unbequemlichkeit hat, daß Kreiſe auf der Erdkugel, ortographiſch ent-

entworfen, in den meiſten Fällen ſich als Ellipſen darſtellen, und daher unbequem zu verzeichnen ſind. Auch werden bey dieſer Projection die vorgeſtellten Länder nach den Seiten hinaus, ungemein zuſammengezogen und verunſtaltet, und wenn gleich keine perſpectiviſche Entwerfungsart ein vollkommen getreues und ähnliches Bild, von dem Originale auf der Kugel liefern kan, ſo daß in dieſem Bilde die Diſtanzen der Oerter ſich wie die wahren auf der Kugel verhielten, und ſich nach einem einfachen geradlinigten Maaßſtabe meſſen lieſſen, ſo iſt doch bey der ortographiſchen Projection, die Abweichung merklicher, als bey der ſtereographiſchen, und man hat daher aus mehreren Gründen, der letzteren den Vorzug in der Geographie ertheilt. Ich werde indeſſen in der Folge auch das Nöthigſte von den ortographiſchen Projectionen beybringen.

XIX. Bey allen dieſen Entwerfungsarten nimmt man die Erde für eine vollkommene Kugel an, weil die Abweichung davon zu unmerklich iſt, als daß man ſie bey Landcharten in Betrachtung ziehen dürfte, zumahl da die Lagen der Oerter auf der Erdoberfläche noch lange nicht ſo genau beſtimmt ſind, daß man auf einen Unterſchied von etlichen Meilen, dergleichen die ſphäroidiſche Figur bey Meſſung großer Diſtanzen hervorbringen kan, ſollte Rückſicht nehmen müſſen. Indeſſen haben

ben doch Lowiz im deutſchen Staats-geographus, und neuerlich Schubart (Nov. Act. Ac. Petr. T. V. VI.) und Carl Scherfer (Abhandlung über die geographiſche und orthographiſche Projection eines bey dem Pole zuſammengedrückten Ellipſoids, wie auch über die Figur des Erdſchattens bey Mondsfinſterniſſen. Wien 1778.) auch dieſen Unterſchied zu berechnen gelehrt. Er iſt aber für die Theorie wichtiger, als für die Ausübung, mehr ein Gegenſtand der Berechnung, als der Zeichnung, und man bleibt daher bey der ſphäriſchen Figur, da auſſerdem beym Abdrucke des Kupfers die Geſtalt der Erde ungleich mehr elliptiſch wird, als ſie an und für ſich iſt, indem das Papier beym Trocknen ſich anders in die Länge, als in die Breite zieht, und die Erde bald länglicht, bald abgeplattet erſcheinen kan, je nachdem das Kupfer abgedruckt wird. In manchen Fällen iſt dieſer Unterſchied, den die Eingrimpung des Papieres in den Lagen der Oerter auf eine Charte verurſacht, ſo erheblich, daß man mehr darauf zu achten hat, als auf die ſphäroidiſche Geſtalt der Erde.

XX. Endlich gehören zur Zeichnung der Charten auch die Segmente, womit die Oberflächen der Kugeln überzogen werden. Solche Segmente ſtellen Stücken der Erdfläche zwi-

zwiſchen zwey Meridianen vor, dergeſtalt, daß wenn man dieſe Stücken auf eine Kugel klebt, ſich die Gränzen derſelben, in die Meridiane der Kugel krümmen, wobey man denn allerdings das Papier, worauf die Zeichnung iſt, beym Aufziehen auf die Kugel, etwas dehnen muß, weil geradezu, keine Ebene gekrümmt auf eine Kugelfläche paſſen kan. Man macht ſolche Streifen oder Segmente nicht ſehr breit, damit jene Dehnung oder Krümmung keine Falten oder Runzeln verurſache, und feuchtet ſie zuvor an.

XXI. Solche Segmente oder Stücke derſelben zwiſchen zwey Parallelen, laſſen ſich einzeln auch als Landcharten brauchen, auf welchen die Diſtanzen der Oerter ziemlich genau den wahren auf der Kugel entſprechen. Vorſchriften zur Verzeichnung derſelben, finden ſich ſchon beym Bion (Mathematiſche Werkſchule) und noch in ältern Werken; Theorie ſolcher Verzeichnungen und genauere Vorſchriften geben *Pieter Smit* in ſeiner *Cosmographia of: Verdeelinge van de geheele Wereld.* 1720. Hr. Hofr. Käſtner in Comment. Soc. Reg. Sc. Goetting. 1778. De *la Lande* Aſtronomie §. 3887. der 2ten Ausgabe, und mehrere Schriftſteller.

XXII. Man hat auch Netze von Landcharten, womit Kegel überzogen werden können,

nen, deren einer allemahl z. E. die halbe Kugel vorſtellen kan, und ein Coniglobium genannt wird. Allein der Gebrauch davon iſt nicht viel beſſer, als der von Planiglobien, d. h. wo die halben Kugeln blos auf Ebenen abgebildet ſind.

Zweytes Kapitel.

Hülfsmittel zur Verzeichnung der Landcharten.

§. 6.

1. Jeder Entwurf von einem Theile der Erdfläche, er ſey nun nach welchem Geſetze man will, gezeichnet, verdient erſt den Nahmen einer Landcharte, wenn alle Beſtimmungen der Oerter, ſich auf aſtronomiſche Obſervationen, richtige Feldmeſſerarbeiten, und genaue hiſtoriſche Nachrichten über den Zuſtand eines Landes und der Beſchaffenheit ſeiner Theile, gründen. Dieß ſind geographiſche Hülfsmittel. Andere beſtehen bloß in Sachen, welche zum Zeichnen ſelbſt gehören, geometriſche Hülfsmittel, die als Vorbereitungen zur würklichen Handanlegung, auch

auch wohl zu einem richtigen Gebrauche
Landcharten dienen.

2. Wer die Mannichfaltigkeit von D
gen, die auf Charten abgebildet werden ſoll
erwägt, wird einſehen, daß man mit ein
ziemlichen Vorrathe, zumahl von geogra
ſchen Hülfsmitteln, verſehen ſeyn muß, w
man, in Betracht der bereits vorhande
Charten, etwas Neueres und Brauchbare
zu Stande bringen will, daß aber auch
dieſe aſtronomiſchen, geodätiſchen und hiſt
ſchen Data nichts nützen, wenn ſie nicht
Wahl, Critik und Beurtheilungskraft an
wandt werden.

3. Eine vorgegebene Charte bloß nach
ſtechen, ſie allenfalls zu verjüngen, oder,
noch ſchlimmer iſt, gar zu vergrößern, o
aus mehreren eine andere zuſammenzuflick
heißt noch nicht, eine neue Charte verfe
gen. Man muß dieſe oder jene Angaben
bereits vorhandenen Charten ſorgfältig
einander vergleichen, prüfen, die Abweich
gen bemerken, nach den Geſetzen der Wa
ſcheinlichkeit ein gewiſſes Mittel daraus zu
hen wiſſen, und keinen Punkt eher in
Netze der Charte eintragen, als bis man
von ſeiner Lage ſo weit verſichert hat, als
nur nach den beſten darüber vorhandenen

Reiſebeſchreibungen und Landcharten möglich iſt. Freylich iſt dieß eine mühſame und weitläuftige Arbeit, und mögte wohl ſelten, dem, der als Tagelöhner für dieſe oder jene Landcharten-officinen arbeitet, bezahlt werden. Indeſſen iſt hier die Rede nicht von dem, was gewöhnlich geſchieht, ſondern was die Wiſſenſchaft befiehlt, und wozu derjenige verpflichtet iſt, deſſen Amt es mit ſich bringt, an der Vervollkommnung der Geographie zu arbeiten.

4. Unter der geographiſchen Lage eines Punktes auf einer Charte, verſteht man nicht ſeine Lage gegen andere (denn die ändert ſich nach Beſchaffenheit der Projectionsart), ſondern den Ort, wo der Punkt, ohne Rückſicht auf andere, nach Maasgabe ſeiner richtig eingetragenen geographiſchen Länge und Breite, hinfallen würde.

5. Da mehrere Oerter auf einer Charte unter ſich ſelbſt nie vollkommen die Lage bekommen können, die ſie würklich auf der Kugelfläche gegen einander haben, ſondern, nach Beſchaffenheit der Projectionsart, bald mehr, bald weniger davon abweichen, ſo iſt klar, daß man auch beym Abtragen der Oerter von dieſer oder jener Hülfscharte auf eine neu zu verfertigende, ſich nicht nach ihren gegenſeitigen Lagen auf der Hülfscharte richten, und ſie etwa, nach Verhältniß ihrer reſpectiven

Ent-

Entfernungen von einander, oder nach der geometriſchen Triangularmethode, in die neue Charte eintragen dürfe, ſondern daß jeder Punkt für ſich allein, ohne Rückſicht auf andere, bloß nach ſeiner Länge und Breite von der Hülfscharte abgetragen werden müſſe, und daß dies, bey der großen Verſchiedenheit der Projectionsarten, die bey dieſen oder jenen Hülfscharten gebraucht worden, der einzige Weg ſey, ſich derſelben richtig zur Verfertigung neuer Charten zu bedienen.

6. Wenn man auf einer Hülfscharte eines Orts Länge und Breite beſtimmen will, nach welchen derſelbe eingetragen worden, ſo muß auf der Charte ſich das Projectionsnetz befinden, nach welchem ſie verfertigt worden iſt. Auf vielen Charten findet ſich auch nicht eine Spur deſſelben, welches kein gutes Vorurtheil für eine ſolche Charte erregt, und ihren Gebrauch ſehr erſchwert. Denn wer eine ſolche Charte prüfen, und ſich ihrer wieder zu andern bedienen will, muß nothwendig wiſſen, ob durch die gewöhnlich am Rande derſelben bemerkten Grade der Länge und Breite, gerade Linien oder Kreisbogen gezogen, und im letztern Falle, wie groß die Halbmeſſer derſelben genommen worden ſind, ſonſt iſt es unmöglich, die Längen und Breiten der Oerter richtig abzufaſſen, und die Angaben mit denen auf andern Charten zu vergleichen. Iſt demnach

nach das Netz auf der Charte nicht vorhanden, ſo muß man es erſt ſuchen, und dies iſt oft eine mühſame und unſichere Operation, die indeſſen lehrt, wie nöthig dem Landchartenverzeichner, eine Kenntnis der verſchiedenen Projectionsarten ſey, um ſich der Hülfscharten richtig bedienen zu können. Ueberhaupt wird man denn auch in der Wahl ſolcher Charten glücklicher ſeyn, wenn man weiß, wie ſie verfertigt werden, und wie man ſie nach dem darauf befindlichen Netze zu prüfen habe.

7. Die Charten, welche zur Zeichnung neuer, als Hülfsmittel gebraucht werden, ſind nun entweder Generalcharten über ganze Welttheile und Provinzen, oder Specialcharten, welche ſich nur über einzelne Theile einer Provinz erſtrecken, zu welchen denn auch die topographiſchen und geometriſchen Charten gehören, die noch mehr ins Detail gehen, aber ſich auf richtige Feldmeſſeroperationen gründen müſſen. Schiffercharten ſind wichtig in Anſehung der Seeküſten, Inſeln u. dgl.

8. Solcher Specialcharten muß man ſich, ſo viele als möglich, zu verſchaffen ſuchen. Denn ſie ſind die vorzüglichſten Hülfsmittel zur Verfertigung der Generalcharten, und zur Verbeſſerung der Geographie überhaupt. Aber es hält ſchwer, ſie in hinlänglicher Menge zu bekommen, und zumahl ſolche, auf deren

Rich-

Richtigkeit man ſich verlaſſen kan. Indeſſen können auch unvollkommene Charten nützlich ſeyn, weil manche Fehler, welche darauf erheblich ſind, vielleicht auf einer Generalcharte verſchwinden, oder doch nicht in Betrachtung gezogen werden. Manche ſind vielleicht in Anſehung der Lage der Oerter mangelhaft, empfehlen ſich aber doch durch andere Umſtände, z. E. durch eine richtige Benennung der Oerter, alſo durch die Rechtſchreibung, und können demnach immer benutzt werden, oder zu Vergleichungen dienen, welches immer der einzige Weg iſt, etwas erträgliches zu liefern, ſo lange nicht ein Land, wie z. E. Frankreich, unmittelbar gemeſſen worden iſt. Uebrigens darf ich wohl nicht erinnern, daß der Werth einer Specialcharte, nicht nach der Schönheit ihrer Zeichnung oder ihres Stichs beurtheilt werden darf, wenn es nicht leider gar zu oft der Fall wäre, daß man eine ſchöne Charte, auch für eine richtige hält.

9. Gute Specialcharten gewähren insbeſondere den Vortheil, daß man aus ihnen den Lauf der Gränzen, Flüſſe, Poſtſtraſſen u. dgl. herausnehmen, und in die neu zu verfertigende eintragen kan. Wie wichtig, aber auch wie unvollkommen gewöhnlich dieſe Angaben ſind, bedarf wohl keines Beweiſes. In den meiſten Generalcharten, ſind insbeſondere die Gränzen höchſt fehlerhaft beſtimmt,

und man darf nur meines Vaters Germani
critica anſehen, um ſich zu überzeugen, wi
ſehr ſelbſt in einem Lande, von dem ma
doch eine Menge Specialcharten aufzuweiſe
hat, dieſe Beſtimmungen noch von einande
abweichen. Eben ſo ſchlecht ſieht es mit der
Laufe der Flüſſe aus, ſelbſt ſolchen, an dene
doch ſo viele große Städte, wie an der
Rheine, liegen, deſſen Lauf im Ganzen ge
nommen, ſich zwar durch die geographiſch
Lage dieſer Städte ergiebt, aber in Anſehun
einzelner erheblicher Krümmungen, immer noc
ſehr unvollkommen angegeben iſt, und mehrer
Berichtigungen durch gute Specialcharte
bedarf.

10. Specialcharten, welche zur Geogra
phie gebraucht werden, ſollen keine Flur-charten
ſeyn, d. h. Aecker, Wieſen, einzelne Gebäude,
und dergleichen Dinge enthalten, welche nu
für die Saal- und Lagerbücher gehören. Abe
ſie müſſen ſich über einzelne Aemter, Lands-
hauptmannſchaften, Vogteyen, Droſteyen,
und andere größere Bezirke und Gebiete er-
ſtrecken, und ſolche Dinge enthalten, welche
auf größern Charten angemerkt zu werden pfle-
gen, als Dörfer, Weiler, Flecken, Städte,
Schlöſſer, Flüſſe, Gränzen, Gebürge, Wal-
dungen, Poſt- Land- und Heerſtraſſen, und
was dahin einſchlägt, Fähren, Brücken, Zoll-

zu beſondern Abſichten verfertigt, z. E. zu
alten Geſchichte, worinn denn zerfallene Schlöſ
ſer, Ueberbleibſel von Schanzen, Gräben
Canäle, und andere merkwürdig geweſen
Dinge vorkommen müſſen; Charten, welch
zur Erläuterung der Naturgeſchichte gehören
wie z. E. Zimmermanns Zoologiſche Charte
Hrn. Hofrath Gatterers Berg-charte u. dg
Charten, worinn vorzüglich auf den Lauf de
Flüſſe geſehen wird, Poſt-charten, Grän
charten u. ſ. w.

11. Die leztern ſind vorzüglich dem Ge
graphen, Hiſtoriker und Statiſtiker wichtig
und dem, welcher Generalcharten verzeichne
will, unentbehrlich. Allein bey der groſſe
Unbeſtimmtheit und dem Labyrinthe, welche
bis jezt noch in den richtigen Angaben der Grän
zen einzelner Diſtricte herrſcht, muß man fre
lich, auch noch hiſtoriſche Nachrichten, U
kunden, Reiſejournale u. dgl. mit den Sp
cialcharten verbinden, wenn man etwas brauc
bareres liefern will, als was man ſchon ha
Sind die Gränzen ſtreitig, ſo ſollten ſie dur
beſondere Merkmahle auf den Charten ang
zeigt werden. Ausgemachte Gränzen ſind
welche durch einen Vergleich, Receß, richte
lichen Ausſpruch, Friedensſchluß, Erb-abthe
lung, Vermarkungen, Verſteinungen, od
durch natürliche Merkmahle, z. E. ein
Fluß, eine Seeküſte u. ſ. w. feſtgeſezt we

den ſind. Was von Zeit zu Zeit mit den politiſchen Gränzen ganzer Reiche, und einzelner Diſtricte, für Aenderungen vor ſich gehen, muß der Geograph ſorgfältig aufzeichnen, um erforderlichen Falls davon Gebrauch machen zu können. Wie nöthig demnach ſolche Nachrichten ſind, um ſelbſt Specialcharten, die ſchon mehrere Jahrzehende alt ſind, richtig als Hülfscharten gebrauchen zu können, bedarf keiner weitern Erläuterung.

12. Eine Landcharte ſoll der Orts- und Landsbeſchreibung derjenigen Provinz gemäß ſeyn, welche ſie abbilden ſoll. Hier finden ſich nun in den gewöhnlichen Charten nicht ſelten ſehr große Verſtöße, indem bald Flecken und Dörfer als Städte angegeben ſind, bald ein Berg, ein Fluß, eine Gränze wohin gezeichnet iſt, wo nichts von dieſen Dingen zu finden, bald Bezeichnungen und Benennungen vorkommen, die nicht mit der Ort- und Landesbeſchreibung übereinſtimmen. Auch ſind oft wichtige Oerter ganz ausgelaſſen, und andere hineingezeichnet, welche man in der Ortsbeſchreibung vermißt, weil ſie in der Rechtſchreibung fehlerhaft ſind. Dieſe und mehrere Unvollkommenheiten in den Charten rühren daher, daß ſo viele ſich mit Verfertigung derſelben abgeben, welche theils ihrer Phantaſie zu ſehr freyen Lauf laſſen, theils ohne hinlänglichen Vorrath hiſtoriſcher und geographiſcher

phiſcher Hülfsmittel zu dieſer Arbeit ſchreiten, theils auch ſehr häufig gar nicht einmahl die Kenntniſſe der Geometrie inne haben, welche zu einer ſolchen Arbeit erforderlich ſind.

13. Wenn ich hier zum Behufe der Landchartenzeichner nur eine Liſte der vorzüglichſten geographiſchen Werke, Orts- und Landesbeſchreibungen, Reiſejournale, General- und Specialcharten über die verſchiedenen Länder, Provinzen und Gebiete, entwerfen wolte, ſo würde dieß allein ſchon ein Gegenſtand einer eigenen Schrift ſeyn; Noch weniger kan ich mich hier auf die Beurtheilung des Werths dieſer einzeln Hülfsmittel einlaſſen. Indeſſen iſt es rathſam, ſich ein Repertorium über dieſe Gegenſtände zu halten, und in daſſelbe die jährlich immer noch hinzukommenden neuen Hülfsmittel einzutragen, damit man erforderlichen Falls ſie nicht erſt aus andern Büchern zuſammenſuchen muß.

14. Es iſt ſehr unangenehm, daß auf vielen Landcharten weder der Nahmen des Verfertigers, noch die Aufſicht, unter der ſie verfertiget worden, noch die Jahrszahl zu finden iſt. Ich will nicht behaupten, daß dieß gerade immer ein ſchlechtes Vorurtheil von einer ſolchen Charte erregen muß, aber gewiß ſind ſolche Charten häufig von Pfuſchern gemacht,

mahl gehörige Sorgfalt verwendet worden iſt. Die Jahrszahl iſt um ſo nöthiger auf einer Charte zu bemerken, da durch Friedensſchlüſſe, Verträge u. dgl. von Zeit zu Zeit erhebliche Aenderungen in den Gränzen, Abtheilungen einzelner Diſtricte u. dgl. vorfallen.

Bey dem Gebrauche der Reiſejournale muß man alles einer gründlichen Unterſuchung und Vergleichung unterwerfen, und in der Wahl vorſichtig ſeyn; Viele Reiſebeſchreibungen rühren von Leuten her, die nicht allemahl mit den nöthigen geographiſchen, phyſiſchen, mathematiſchen und hiſtoriſchen Kenntniſſen verſehen waren, und ihr Journal entweder aus andern Büchern, oder aus unſichern mündlichen Nachrichten zuſammengeſtoppelt haben.

15. Ein ziemlich ſtarkes Verzeichnis von den brauchbarſten, ſowohl allgemeinen, als ſpeciellen Charten und Reiſebeſchreibungen, findet man in Hrn. Hofrath Gatterers Abriß der Geographie, Gött. 1775. Neuere Charten und Reiſejournale in Büſchings ſeit 1773 herausgegebenen wöchentlichen Nachrichten von neuen Landcharten, geographiſchen, ſtatiſtiſchen u. hiſtoriſchen Büchern und Sachen. In Canzlers wöchentlichen Nachrichten, Fabris geographiſchen Magazin, Zimmermanns geographiſchen Annalen

ſen und andern ähnlichen Werken. Auch das Intelligenzblatt der allgemeinen Litteraturzeitung ertheilt ſehr brauchbare Nachrichten von neuen Charten, die von Zeit zu Zeit erſcheinen.

In Pfennigs Anleitung zur Kenntniß der mathematiſchen Erdbeſchreibung, Berlin u. Stettin 1779. iſt eine große Menge von Landcharten, mit critiſchen Bemerkungen darüber, zu finden.

Die Homänniſche Land-chartenofficin in Nürnberg hat ehemals Land-chartencataloge, deutſch und franzöſiſch, herausgegeben, und in der Folge Supplemente dazu geliefert. Cataloge general de meilleurs cartes geographiques et topographiques, plans des villes, lièges et batailles et autres pieces publiées jusqu'ici en Europe. a Paris ches David le pere, libraire, et a Nuremberg au bureau de la ſocieté cosmographique des heritiers d'Homann. 1752. Iſt mit mit mehreren Supplementen einige Zeit hindurch fortgeſetzt worden.

Repertorium zur Charte von Deutſchland in 16 Blättern, zum beſſern Gebrauch und Verſtändniſſe gedachter Charte herausgegeben von D. F. Sotzmann 1793. Enthält critiſche

Nach-

Nachrichten über die vornehmſten Charten von Deutſchland.

Repoſitorium für die neueſte Geographie, Statiſtik und Geſchichte von P. J. Bruns und E. A. W. Zimmermann, I. Band 1792. II. Bd.

16. Man ſollte erwarten, daß unter den 4000 bis 5000 Originalcharten, die man jetzt wohl zuſammenbringen dürfte, wenigſtens ein großer Theil, uns mit den wahren Lagen der Oerter und Länder, die ſie abbilden ſollen, bekannt machte. Allein wie ſehr findet man ſich hier betrogen. Einige Länder und einzelne Provinzen ausgenommen, herrſcht in den meiſten Charten noch ſo viel ſchwankendes und unbeſtimmtes, und der richtigen Ortsbeſtimmungen ſind gegen das Ganze einer genauen Länderkunde noch ſo wenige, daß das Meiſte noch dem Fleiße nachfolgender Aſtronomen und Geographen zu ergänzen übrig iſt. Die wenigſten Specialcharten, die man auch zum Theil bey Landchartenverlegern antrifft, und bey größern Charten gebraucht worden ſind, gründen ſich auf würkliche Feldmeſſeroperationen; Sie ſind gewöhnlich entweder von Ingenieurs in Kriegszeiten nur nach dem Augenmaaße aufgenommen worden, oder ſie rühren von Feldmeſſern her, die oft kaum im Stande waren, ein Dreyeck richtig zu vermeſſen, vielweniger

weniger zu orientiren, und daraus richtige Ortsbeſtimmungen, in Anſehung der geographiſchen Länge und Breite, herzuleiten, oder ſie ſind von Reiſenden und Gelehrten nur aus ohngefähren Meilenangaben zuſammengeflickt worden. Hier gehört viel Beurtheilungskraft dazu, den Werth dieſer oder jener Angaben zu beſtimmen, und ſie zu Verfertigung neuer Charten zu benützen.

17. In keinem Reiche ſind wohl ſo viel koſtbare und genaue Meſſungen zur Berichtigung der Geographie deſſelben vorgenommen worden, als in Frankreich.

Was man dieſem Lande nur allein in Anſehung der wahren Geſtalt der Erdkugel zu verdanken hat, bedarf hier gar keiner Erwähnung. Ich rede nur von der Charte von Frankreich, welche durch die Arbeiten der Hrn. Dom. Caſſini, Maraldi, Jacob Caſſini, und Caſſini de Thury zu einer Stuffe der Vollkommenheit gelangt iſt, deren ſich keine Charte irgend eines andern ſo großen Reiches rühmen kan. Es wurden hierzu allein 17 Grundlinien gemeſſen, und 3 Meridiane gezogen, und alle erheblichen Oerter ſind durch unmittelbar gemeſſene oder berechnete Abſtände auf dieſe Linien beſtimmt worden. Auch wurden ſelbſt ſehr viele Oerter benachbarter Länder mit in die Triangelreihe von Frankreich gezogen,

gen, und dadurch mit dieſem Lande in e
richtige geographiſche Verbindung gebrac
Den Meſſungen des Hrn. Caſſini de Thur
welcher im Jahre 1746 den Eroberungen d
Marſchalls von Sachſen folgte, haben w
eine genaue Charte von Flandern, und d
übrigen Niederlanden zu verdanken, wo
insbeſondere die *Carte chorographique de Pa
bas autrichiens par Mr. le Comte de Ferrar*
(Bruxelles 1777. auf 25 Blättern) zu re
nen iſt.

18. Im Jahr 1762 gieng Caſſini na
Deutſchland und verlängerte die Perpendicula
linie auf den Meridian von Paris, bis in O
ſterreich, bey welcher Gelegenheit wir vie
genaue Ortsbeſtimmungen in den Rheingege
den, Schwaben, Bayern, Niederöſtreich
und andern Diſtricten erhalten haben. *Rel
tion d'un voyage en Allemagne, qui compren
les operations relatives a la figure de
terre et a la geographie particuliere du P
latinat, du Duché de Würtemberg &c. &
par Mr. Caſſini de Thury.* Paris 1765.
hoffen iſt, daß wir nach und nach auch eine
richtigen Generalatlas von Deutſchland erha
ten. Einzelne Aufnehmungen der böhmiſchen
ſchleſiſchen und ſächſiſchen Provinzen, d
durch den ſiebenjährigen Krieg veranlaßt wu
den, und andere Hülfsmittel, liegen indeſſe

dem aber mehrere Fürſten Deutſchlands für die Beförderung der Aſtronomie und Geographie beſorgt ſind, läßt große Vortheile auf die Zukunft hoffen. Durch die Bemühungen einzelner Aſtronomen, haben wir jetzt ſchon von viel mehreren Oertern in Deutſchland richtige Beſtimmungen, als zu der Zeit, da mein Vater ſeine critiſche Charte von Deutſchland lieferte. Die *Carte generale de l' Empire d' Allemagne par Mr. Chauchard* (Paris 1786. 9 große Bögen) und der große Jägeriſche Atlas, der zu Frankfurt am Mayn herausgekommen, ſind jetzt die vorzüglichſten Werke dieſer Art über Deutſchland.

19. Thom. Bugge in ſeiner Beſkrivelſe over den Opmaalings-Maade ſom er brugt ved de Danske geographiſke Karter ꝛc., wovon unter dem Titel: Beſchreibung der Ausmeſſungsmethode, welche bey den däniſchen geographiſchen Karten angewendet worden, eine Ueberſetzung durch den Hrn. Ingenieurmajor Aſter in Dresden (1787) erſchienen iſt, ertheilt Nachricht von den Arbeiten in Dänemark und Schweden, um richtige geographiſche Charten dieſer Länder zu erhalten, wozu Hr. B. ſelbſt ſehr vieles beygetragen hat. Verſchiedenes hieher gehöriges findet ſich auch in *Bugge obſervat. aſtronomicis*

annis 1781 — 1783. *in Obſervatorio Reg*
Havnienſi inſtitutis. Havniae 1784.

20. Rußland hat von mehreren einzeln Diſtricten, neuere richtigere Meſſungen aufzuweiſen, welche hoffentlich noch fortgeſetzt werden. Die *nova Tabula Imperii Ruſſici edita* 1787 auf 3 Blättern im größten Format, iſt di beſte und vollſtändigſte Charte von dieſem ungeheuren Reiche, worinn aber gewiß noch vieles zu berichtigen übrig iſt.

21. Im Jahre 1766 maaß der P. Liesganig drey Grade auf der Erde, mit möglichſter Genauigkeit durch Hülfe 22 Dreyecke, welche ſich von Sobieſchütz, einem Dorfe ohnweit Brün in Mähren, anfiengen, und bey Warasdein in Croatien, endigten. Bey dieſer Gelegenheit wurde die Lage mehrerer Oerter in dieſen Gegenden beſtimmt. Man ſ. weiter hievon *Liesganig dimenſio graduum Viennenſis et Hungarici.* Viennae 1770. Auf eine ähnliche Art haben andere Gradmeſſungen, z. E. die von Beccaria in Piemont, zwiſchen Turin und Andra, die von Boscowich und le Maire zwiſchen Rimini und Rom, die von Maſon und Dixon in den Provinzen Penſilvanien und Maryland in Nordamerika u. ſ. w. ſchätzbare Charten einzelner Diſtricte veranlaßt.

22. Engelland hat zwar ſehr viele ſauber ge-
zeichnete Charten aufzuweiſen. Aber nach
Bradleys Geſtåndniſſe ſelbſt, waren noch im
Jahre 1762 ſehr wenig richtige Ortsbeſtim-
mungen vorhanden. Indeſſen hat die letztere,
durch Hrn. General Roy mit åuſſerſter Sorg-
falt vorgenommene Meſſung einer Grundlinie
auf Hounslowheath, unweit London,
welche als Baſis zu einer Hauptvermeſ-
ſung in Engelland, und deſſen Verbindung
mit dem feſten Lande, dienen ſollte, Gelegen-
heit gegeben, die Lagen vieler Oerter daſelbſt
zu berichtigen. Nachrichten von dieſen Arbei-
ten in den *Phil. Transactions* 1785. No. 23.
1787. No. 19. 1790. No. 12. Man ſieht
mit Verlangen dem weitern Fortgange dieſer
Arbeit entgegen.

23. Das Jahr 1769 iſt durch die Beobach-
tung des Durchgangs der Venus durch die
Sonne, insbeſondere auch für die Geographie
merkwürdig geweſen, indem die allerwärts
ausgeſchickten Aſtronomen bey dieſer Gelegen-
heit überall Ortsbeſtimmungen unternahmen.
Hr. Wales, der nach der Hudſonsbay geſandt
wurde, beſtimmte daſelbſt mehrere Plåtze, in
welcher Gegend auch Hr. Turnor, inner-
halb dem 54ten und 47ten Grad der Breite,
mehrere Oerter, und unter dieſen auch die
Lage des weſtlichſten aller europåiſchen Etabliſ-

(man ſehe weiter unten in der Tafel der geographiſchen Längen und Breiten) aſtronomiſch beſtimmt hat.

24. Was man reiſenden Seekapitainen und Schiffern, namentlich Portlok, Dixon, Mears, Douglas, Etches, Colnet, Duncan, Johnſtohn, Berkley, Cook, Dalrymple, Carver, la Peyrouſe u. a. für neue Entdeckungen und Berichtigungen zu verdanken hat, iſt hier zu umſtändlich zu erwähnen; Etwas davon in einem Auszuge kan man in Hrn. Prof. Zimmermanns Annalen, VIII. Stück. 1790. nachleſen.

25. Die neueſten Entdeckungen in Amerika hat insbeſondere Hr. Jefferys in ſeinem groſſen amerikaniſchen Atlas benützt. *The americain Atlas or geographical deſcription of the whole continent of America &c: and chiefly the brittiſh Colonies compoſed from numerous Surveys by Major Holland Evans, Soull, Mouzon, Cook, &c: engraved on 49 Copderplates, by the late Jefferys, Geographer of the King. London by Sayer* 1776. womit man auch den prächtigen *Atlantic Neptune* des Hrn. *Joſeph. F. W. Desbarres Esq.*, der aus 120 Charten beſteht, und den *Neptune americo-ſeptentrional publié par ordre du Roi* a Paris 1780. verbinden kan.

Robert-

26. *Robertſons memoire of a cart of the China-ſea, including the Phillipine, Molucca and Banda-Islands, with part of the coaſt of New-Holland and New-Guinea.* London 1791. zeigt ſowohl im Texte, als in den beygefügten 2 Seecharten im größten Formate, was insbeſondere in den chineſiſchen Gewäſſern genauer beſtimmt worden iſt. Es kommen in dem Memoire faſt 200 Angaben von Längen und Breiten vor, wovon viele durchs Chronometer und durch Mondsobſervationen beſtimmt worden ſind.

27. Der vortrefliche *Atlante geografico del regno di Napoli diſegnato per ordine del Re da G. Anton. Rizzi Zannoni*, 36 Blätter im größten Atlas-Format, gründet ſich auf neue von Hrn. Zanoni ſelbſt angeſtellte Meſſungen, und deren Reductionen auf einen Hauptmeridian und darauf gefällten Perpendiculären.

28. In Anſehung der Geographie Africa's hat man ſich von der Geſellſchaft von Engelländern, welche ſich zu Entdeckungen in dieſem noch ſo ſehr unbekannten Lande vereinigt haben, vieles zu verſprechen. Man hat bereits einige Reſultate dieſer Unternehmung. *Proceedings of the aſſociation for promoting the diſcovery of the interior parts of Africa. London printed by E. Macrae. printer of the aſſociation* 1790. Ein Auszug daraus in

Zimmermanns Annalen, 5 Stück 1790. S. 471.

Dieß mag hinreichend ſeyn, einiges von neueren Bemühungen um die Vervollkommnung der Geographie, erwähnt zu haben.

§. 7.

1. Höchſt unentbehrlich iſt einem Landcharten-Zeichner ein möglichſt genaues und vollſtändiges Verzeichnis von den geographiſchen Längen und Breiten der vorzüglichſten Oerter auf der Erde. Es fehlt uns zwar nicht an dergleichen Verzeichniſſen, allein ſie ſind großentheils nur nach Landcharten ſelbſt verfertigt worden, die Fehler der Charten ſind alſo auch in dieſe Verzeichniſſe hineingekommen, und damit iſt dem, der ſich ſolcher Angaben bedienen will, nichts genützt, man müßte denn von der Güte der gebrauchten Charten überzeugt ſeyn, d. h. daß die Charten entweder nach aſtronomiſchen Beſtimmungen, oder genauen trigonometriſchen Operationen verfertigt waren. Allein dergleichen haben wir ſehr wenige, und die meiſten Verzeichniſſe von Längen und Breiten, ſind daher dem Zwecke, die Geographie zu verbeſſern, nicht entſprechend. Sie leiſten nicht mehr, als die Charten ſelbſt, woraus ſie genommen worden, und wer daher dieſe hat, kan jene entbehren.

Ich

2. Ich habe mir Mühe gegeben, ſo viel als möglich, ſolche Längen und Breiten von Oertern zu ſammlen, welche aſtronomiſch beſtimmt, oder aus guten Feldmeſſeroperationen gefolgert worden ſind. So unvollſtändig dies Verzeichniß in dieſem Betrachte ausfallen muß, indem von ſehr vielen wichtigen Oertern noch gar keine ſolche Beobachtungen vorhanden ſind, ſo kan es doch zu einer Grundlage dienen, und durch ſorgfältiges Sammlen immer mehr ergänzt werden. Es iſt daher auch in dieſer Rückſicht nöthig, ſich aſtronomiſche Jahrbücher, Reiſejournale u. dgl. anzuſchaffen, worinn entweder unmittelbare Beſtimmungen von Längen und Breiten, oder doch ſolche Beobachtungen vorkommen, woraus ſich jene herleiten laſſen, z. E. Finſterniſſe, Bedeckungen von Fixſternen, Weiten des Monds von Sternen u. dgl.

3. Die **Polhöhe** oder **geographiſche Breite** eines Orts zu finden, habe ich ſchon im Allgemeinen im 343ten u. f. §. meiner practiſchen Geometrie gezeigt. Um ſie in hinlänglicher Genauigkeit zu erhalten, bedient man ſich nur größerer Werkzeuge, die Mittagshöhen der Sonne oder eines Fixſterns zu meſſen. Andere Methoden, z. E. bloß allein durch Hülſe eines Fernrohrs, das mit einem Micrometer verſehen iſt, worauf Secunden angezeigt ſind, die Polhöhe eines jeden Orts auf dem feſten Lande zu finden, welches ſehr bequeme Ver-

fahren Hr. Hell vorgeſchlagen hat, oder auch aus gemeſſenen Sternhöhen auſſerhalb dem Mittagskreiſe, dieß zu leiſten u. dgl. kann man ſehr vollſtändig in Röslers practiſcher Aſtronomie I. Th. VIII. Kapitel, in Hrn. Hofr. Käſtners aſtronomiſchen Abhandlungen und andern Büchern finden.

4. Methoden aus den an zwey Oertern auf der Erdfläche beobachteten Sonnenfinſterniſſen, Bedeckungen der Fixſterne vom Monde u. ſ. w. dieſer Oerter geographiſche Längen, oder Unterſchiede der Meridiane zu beſtimmen, lehren z. E. *Du Sejour* in den *Memoires de l' Ac. des Sciences a Paris* für das Jahr 1774. p. 445; *De la Grange* im Berliner aſtronomiſchen Jahrbuche 1782. S. 16. — *Cagnoli methode pour calculer les longitudes geographiques d'apres l' obſervations d' eclipſes de ſoleil ou de l' occultation] d' etoile.* Verone 1789. Lexell in den *Nov. Comment. Ac. Petropol.* Tom. XV. und in den Abh. der Schwed. Acad. d. Wiſſenſchaften 1773. (der Ueberſetzung 35ter Band), *de la Lande Aſtronomie* §. 1881. der IIten Ausgabe. Wie bey Mondsfinſterniſſen und Verfinſterungen der Jupiterstrabanten zu verfahren iſt, lehren ſchon die Anfangsgründe der Aſtronomie, indeſſen Bemerkungen hierüber in Hell *Ephemerid. aſtronom.* 1764. Jetzt iſt ein ſehr bequemes Verfahren,

fahren, den Unterſchied der Mittagskreiſe zu finden, dasjenige, welches Chriſtian Maier in einer Abhandlung: *Nouvelle methode pour lever en peu de tems et a peu de frais une carte generale et exacte de toute la Ruſſie.* St. Petersbourg 1770. vorgeſchlagen hat, nemlich ſich einer Uhr zu bedienen, die ſehr lange ihren Gang gleichförmig behält, wenn man auch mit ihr von einem Orte zu einem andern reiſt, und nun aus genauer Beobachtung deſſen, was die Uhr allemahl in dem Mittage eines jeden Orts, wo man ſie hingebracht, zeigte, die Differenzen der Meridiane herzuleiten. In Engelland werden dergleichen wegen ihrer geringen Größe leicht zu transportirende Uhren, oder Taſchen-Chronometer in ſehr großer Vollkommenheit von Mudge und Emery verfertigt. Ueber die Genauigkeit ihres Ganges ſehe man des Leipziger Magazins für Mathematik 1787. 4tes Stück. Hr. Obriſtwachtm. v. Zach hat in den Berliner aſtronomiſchen Ephemeriden an mehreren Orten, z. E. im Jahrgange 1794. S. 194. u. f. Proben von der Anwendbarkeit und Genauigkeit dieſes Verfahrens gegeben, das gewiß eines der einfachſten iſt, die ſich gedenken laſſen, und die mühſamen Berechnungen aus Sonnenfinſterſtniſſen u dgl. erſpart, wenn es allgemeiner im Gebrauche wird.

5. Zu nachſtehendem Verzeichniſſe der geographiſchen Längen und Breiten, habe ich die ſchätzbaren Berliner aſtronomiſchen Jahrbücher des Hrn. Prof. Bode, die *Connoiſſances de tems*, Hell's *Ephemerides* und andere aſtronomiſche Kalender benützt.

6. Gewöhnlich kommen in ſolchen Kalendern ſchon dergleichen Verzeichniſſe vor, aus welchen ich aber nur diejenigen Beſtimmungen gewählt habe, welche ſich angeblich auf aſtronomiſche Beobachtungen gründen, oder aus trigonometriſchen Operationen hergeleitet worden ſind. Auſſerdem findet ſich aber auch in den Anhängen zu dieſen Kalendern immer eine Menge von Beobachtungen und Nachrichten, welche Längen und Breiten der Oerter zum Gegenſtande haben, welche mit gehöriger Auswahl benützt worden ſind. Ferner habe ich die Berliner Sammlung aſtronomiſcher Tafeln des Hrn. Schulze (Berlin 1776), Hrn. Obriſtw. v. Zachs *Tabulas motuum ſolis novas et correctas* — Gothae 1792, worinn eine nachahmungswürdige Sammlung der verſchiedenen Angaben des Unterſchieds der Mittagskreiſe dieſer oder jener Oerter vorkömmt, dann Bugge's oben (§. 6. 19) beſchriebene Werke, die Petersburger Commentarien, und mehrere einzelne Schriften zu Rathe gezogen, die ich hier nicht alle anführen mag.

In

7. In Pfennigs Geographie iſt ein ſehr vollſtändiges Verzeichnis von Längen und Breiten zu finden, allein die meiſten Beſtimmungen ſind nur aus Homänniſchen und ähnlichen Charten genommen Die Vergleichung derſelben mit den von mir angegebenen genauern Angaben, kan dienen, einzuſehen, wie ſehr ſolche Charten oft von unmittelbaren Beobachtungen abweichen.

8. Wem aus der Aſtronomie bekannt iſt, wie viele und genaue Beobachtungen insbeſondere zur Beſtimmung der Längen der Oerter nöthig ſind, wird nicht erwarten, daß die Secunden, welche ich mit angegeben habe, vollkommen richtig ſeyn werden. Man kann zufrieden ſeyn, wenn die meiſten Längen innerhalb einigen Minuten zuverläßig ſind. Mehr Genauigkeit läßt ſich in den Angaben der Breiten annehmen.

Tafel der Längen und Breiten der vorzüglichſten Oerter in verſchiedenen Ländern.

Deutſchland, Schweiz, Böhmen.

Namen d. Oerter	Länge	Breite.
	° ′ ″	° ′ ″
Altenburg	29. 55. 24.	51. 0. 11.
Altona		53. 32. 24 a)
Augſpurg	28. 36. 0.	48. 22 [illegible]
Baſel	25. 12. 43.	47. 34. 35.
Berlin	31. 2. 40.	52. 31. 30.
Bern	25. 22. 45 †)	46. 23. 0 (?)
Bonn	27. 24. 30 b)	
Bremen	26. 32. 30 d)	53. 4. 32 c)
Breslau	35. 15. 30 e)	51. 6. 55 f)

Caſſel

a) Nach Hrn. Niebuhr. †) Nach Hrn. Obriſtw. v. Zach. Berlin. Aſtr. Jahrb 1791. S. 148.

b) Nach Hrn. v. Zach.

c) Aſtron. Jahrb. 1789. S. 151. Bugge hat 53°. 5′. 11″.

d) nach Bugge 26°. 28′. 55″. Die in der Tafel angegebene Länge iſt aus Hrn. Oberamtmann Schröders Beobachtungen, Aſtron. Jahrb. 1789. S. 151. und 1795. S. 165. gefolgert worden.

e) ☉finſterniß 1769. Sonſt wird angegeben 34°. 45′. 0″.

f) 51°. 5′. 19″. Aſtr. Jahrb. 1794. S. 184.

	° ′ ″	° ′ ″
Caſſel	27. 7. 30.	51. 19. 20.
Cöln am Rhein	24. 35. 3.	50. 55. 21 g)
Cremsmünſter	31. 47. 45.	48. 3. 36.
Danzig	36. 18. 0.	54. 21. 9.
Delmenhorſt	26. 18. 34.	53. 3. 29.
Dresden	31. 21. 45.	51. 2. 54.
Erfurth	28. 45. 31.	50. 59. 8.
Erlangen h)	28. 46. 12.	49. 35. 36
Frankfurth a. M	26. 15. 45.	50. 6. 40.
Frankfurth a. d. Oder	32. 13. 45.	52. 22. 0.
Genf	23. 48. 45.	46. 12. 17.
Gera	———	50. 53. 22 i)
Glükſtadt	27. 6. 8.	53. 47. 42.
Göttingen	27. 34. 30.	51. 31. 54.
Gotha, Seeberg	28. 23. 45.	50. 56. 17.
Grätz	33. 4. 45.	47. 4. 18.
Greifswalde	31. 13. 15.	54. 4. 35.
Hamburg	27. 46. 0 k)	53. 36. 0 (?)
Hannover	27. 24. 45.	52. 22. 18.
Jena l)	29. 16. 45.	50. 56. 30.
Jever	25. 35. 0.	53. 34. 45.
Jngolſtadt	29. 5. 45.	48. 45. 50.

Lauſanne

g) v. Zach.

h) Nach meinen Beobachtungen.

i) Obriſtſt. v. Hardenberg.

k) Die ⊙finſt. 1764. giebt die Länge 27. 32. 45. Conn. d. Temps 1775. p. 322.

l) v. Hardenberg.

	° ′ ″	° ′ ″
Lauſanne	24. 25. 15.	46. 31. 5.
Leipzig	30. 2. 0.	51. 19. 14 m)
Lilienthal	26. 39. 15.	53. 8. 25.
Mannheim	26. 7. 30.	49. 28. 59.
Magdeburg n)	29. 28. 30.	52. 6. 13.
Meinungen	———	50. 55. 30 o)
Mietau	41. 23. 30.	56. 39. 6.
München	29. 9. 0.	48. 9. 55.
Naſſau	25. 22. 50.	— — —
Nürnberg	28. 47. 0.	49. 27. 12.
Oldenburg	25. 53. 41.	53. 8. 40.
Osnabrüg	25. 27. 30.	52. 16. 14.
Prag	32. 5. 0.	50. 5. 47.
Regensburg (?)	29. 36. 15.	49. 1. 0.
Ritzebüttel	26. 22. 37.	53. 51. 50.
Sagan	33. 2. 15.	51. 42. 12.
Stade	27. 2. 0.	53. 36. 5.
Schwezingen.	26. 13. 52.	49. 23. 4.
Strasburg	25. 26. 15.	48. 34. 35.
Tübingen	26. 46. 15 p)	48. 31. 15.
Weimar	— — —	50. 59. 8.
Wien	34. 2. 30.	48. 12. 36.
Wittenberg	30. 22. 30.	51. 52. 0.
Würzburg	27. 35. 15 q)	49. 46. 6.

Däne=

m) Heinſius Comm. Ac.Petr. 1748. hat 51. 22. 20.
n) Aſtr. Jahrb. 1794. S. 183. Sonſt auch Breite = 52. 10. 0. o) v. Hardenberg.
p) Aſtron. Jahrb. 1791. S. 254.
q) Connoiſ. d. Temps 1775. p. 324.

Dännemark und den zugehörigen Inſeln.

	° ' "	° ' "
Aalborg	27.36.26.	57. 2. 7.
Aarhuß	27.53.50.	56. 9.35.
Anholt, Leuchtth.	29.20. 6.	56.44.20.
Apenrade	27. 6.19.	55. 2.48.
Callundborg	28.46.15.	55.40.54.
Coppenhagen	30.15.30.	55.41. 4.
Cronenburg	30.17.15.	56. 2.15.
Flensburg	27. 7.24.	54.47.18.
Gotheborg	29.37.45.	57.42. 4.
Hadersleben	27.10.30.	55.15. 6.
Helſingör	30.16.15.	56. 1.30.
Holbek	29.24. 4.	55.43. 2.
Huſum	26.44.22.	54.28.59.
Korſör	28.48.30.	55.20.27.
Neſtwed	29.26.18.	55.13.57.
Nieköping	29.22.30.	55.56.12.
Nyeborg	28.28.15.	55.19.36.
Ringſted	29.28.10.	55.26.55.
Roeskilde	29.45.42.	55.38.20.
Scagelſe	29. 2.20.	55.24.15.
Schleswig		54.31. 0 r)
Soroe	29.14. 5.	55.26.55.
Tondern	26.33.32.	54.56.19.
Uranienburg	30.22.25.	55.54.30.
Viborg	27. 6. 5.	56.27.11 s)

Norwe-

r) Niebuhr. s) Mehrere unbeträchtlichere Oerter in Bugge Ausmeſſungsmethode ꝛc. auch Aſtron. Jahrb. 1795. S. 206.

Norwegen und Schweden.

	° ′ ″	° ′ ″
Abo	39. 55. 30.	60. 27. 7.
Agerö	28. 37. 45.	59. 1. 50.
Bergen	22. 54. 0.	60. 10. 0.
Cajaneburg	45. 25. 15.	64. 13. 30.
Carlscrona	33. 11. 30.	56. 10. 0.
Chriſtiania t)	28. 28. 45.	59. 54. 50.
Engelholm	30. 35. 30.	56. 14. 24.
Falkenberg	30. 10. 15.	56. 53. 59.
Götheborg	29. 39. 30.	57. 42. 0.
Gothaab, in Grönland	325. 43. 15.	64. 9. 55.
Halmſtadt	30. 31. 0.	56. 39. 44.
Helſingborg	30. 21. 0.	56. 2. 41.
Hernöſand	45. 32. 45.	62. 38. 0.
Kulla, Leuchtth.	30. 10. 15.	56. 17. 58.
Lambhuus auf Island	355. 40. 0.	64. 6. 17.
Landscrona	30. 28. 45.	55. 52. 14.
Lund	30. 51. 0.	55. 42. 0.
Pello in Lappland	41. 38. 15.	66. 48. 16.
Skanor	30. 30. 15.	55. 24. 52.
Stokholm	35. 44. 15.	59. 20. 30.
Stromſtadt	28. 38. 15.	58. 55. 33.
Tornea	41. 52. 0.	65. 50. 50.
Trontheim	28. 2. 0.	63. 26. 12.

Upſal

---

t) Bugge obſerv. aſtron. Havn. p. XCIII.

Upſal	35. 18. 15.	59. 51. 50.
Warberg u)	29. 57. 0.	57. 6. 18.

Rusland.

	° ′ ″	° ′ ″
Arensburg	39. 57. 30.	58. 15. 0.
Archangel	56. 39. 15.	64. 33. 36.
Aſtrachan	65. 42. 30.	46. 21. 12.
Barnaul	101. 6. 45.	53. 20. 0.
Bolſcheretsk	174. 30. 0.	52. 54. 30.
Caſan	67. 9. 30.	55. 43. 58.
Charkoff	53. 55. 0.	49. 59. 20.
Cherſon v)	50. 19. 45.	46. 38. 30.
Catharinenburg	78. 30. 0.	56. 50. 15.
Caſtel St. Eliſab	50. 7. 30.	48. 30. 17.
Cásloff oder Eupatoria	51. 5. 0.	45. 14. 0.
Gluchoff	52. 0. 0.	51. 40. 30.
Jeniſeik	109. 38. 30.	58. 27. 17.
Jakutsk	147. 23. 45.	62. 1. 50.
Irkutsk	122. 13. 30.	52. 18. 15.
Jaroslavl	57. 50. 0.	57. 37. 30.
Jenicola	54. 6. 30.	45. 21. 0.
Kiow	48. 7. 30.	50. 28. 30.
Kiringskoi oſtrog	125. 42. 45.	57. 47. 0.

Kolaw

u) Mehrere Städte und Dörfer ſ. aſtron. Jahrb. 1790. S. 224. u. 1792. S. 155.

v) Im Berliner aſtron. Jahrb. 1788. ſind Länge und Breite mit einander verwechſelt.

	° ′ ″	° ′ ″
Kolaw	50. 40. 30.	68. 52. 30.
Kaluga	53. 45. 0.	54. 30. 0.
Kursk	54. 5. 30.	51. 43. 30.
Lubny	50. 31. 10.	50. 0. 37.
Moskau	55. 26. 15.	55. 45. 20.
Mietau	41. 23. 30.	56. 39. 6.
Mohilow	48. 4. 30.	53. 54. 0.
Mosdok	61. 25. 0.	43. 43. 40.
Meſchin	49. 22. 30.	51. 2. 45.
Orenburg	72. 50. 0.	51. 46. 5.
Ocholsk	160. 53. 30.	59. 20. 10.
Orel	53. 37. 0.	52. 56. 40.
Orsk	76. 10. 45.	51. 12. 30.
Petersburg	47. 59. 30.	59. 56. 23.
der Hafen Peter und Paul	176. 28. 15.	53. 1. 20.
Petroſawodsk	52. 3. 30.	61. 47. 4.
Ponoi	58. 49. 15.	67. 4. 30.
Reval	42. 19. 15.	59. 26. 22.
Riga	41. 40. 15.	56. 56. 24.
Samara	53. 0. 0.	48. 29. 35.
Saratow	63. 40. 0.	51. 31. 28.
Sisran	66. 4. 30.	53. 9. 53.
Solenginsk	124. 18. 30.	51. 6. 6.
Taganrok	56. 18. 45.	47. 12. 40.
Tobolsk	86. 5. 0.	58. 12. 30.
Tomsk	102. 39. 30.	56. 30. 1.
Tzerkask	57. 30. 0.	47. 13. 34.
Umba	51. 52. 45.	66. 44. 30.
	73. 33. 30.	54. 42. 45.

Woro-

	° ′ ″	° ′ ″
Woroneſch	56. 55. 20.	51. 40. 30.
Zarizin.	62. 7. 30.	48. 42. 20.

Noch mehrere Oerter ſ. man Aſtron. Jahrb. 1789. S. 164.

Polen und Litthauen.

Caminiek	———	48. 40. 0 w)
Cracow (?)	37. 30. 0.	50. 10. 0.
Lemberg	42. 22. 15. x)	49. 51. 0 y)
Lublin	———	51. 16. 0 z)
Poſnanie a)	34. 59. 45.	52. 22. 0.
Warſchau	38. 40. 45.	52. 14. 28.
Wilna	42. 55. 0.	54. 41. 2.

Ungarn, Siebenbürgen, Croatien, Moldau, Wallachey.

Agram	94. 24. 0.	26. 43. 0.
Agria, Erlau	38. 2. 0.	47. 53. 54.
Akiermann	48. 23. 45.	46. 12. 0.
Brahilow	———	45. 15. 20.
Bender	47. 16. 0.	46. 50. 32.
Bukareſt	43. 48. 0.	44. 27. 0.
Chozim	44. 40. 0.	48. 31. 0 b)

w) Niebuhr. x) ☉finſt. 1764. Conn. d. Tems 1775. S. 323. y) Niebuhr. z) Derſelbe.
a) Conn. d. Temps 1775. p. 324. aus d. ☉finſt. 1764. b) Niebuhr.

	° ′ ″	° ′ ″
Fokſchany	44. 42. 30.	45. 38. 50.
Jaſſy	45. 9. 45.	47. 8. 30.
Ismail	46. 30. 0.	45. 21. 0 *)
Ofen	36. 40. 0.	47. 29. 44.
Presburg	34. 45. 34.	48. 8. 7.
Tyrnau	35. 14. 30.	48. 23. 30.
Warasdin	34. 5. 34.	46. 18. 18.

Türkey, Bosnien, Servien, Perſien, Griechenland.

Adrianopel	————	41. 41. 0 c)
Alexandretta	54. 0. 0.	36. 35. 10.
Babylon d)	61. 52. 30.	32. 34. 40.
Bagdad	62. 2. 30.	33. 19. 40.
Belgrad	39. 7. 30.	45. 3. 0.
Candia	42. 58. 0.	35. 18. 45.
Conſtantinopel	46. 36. 10.	41. 1. 0.
Erzerom	66. 16. 0.	39. 56. 35.
Jeruſalem	53. 0. 0.	31. 46. 34 e)
Ispahan	70. 30. 0.	32. 25. 0.
Smirna	44. 59. 45.	38. 28. 7.
Teſſalonich	40. 48. 0.	40. 41. 0.

China

*) Dieſe und mehrere Oerter aus Nov. Act. Ac. Petrop. T. XVIII. und Hrn. v. Zachs Nov. Tabul. Solaribus. c) Niebuhr.

d) Nach Hrn. v. Beauchamp Hiſt. de l'Ac. d. Sc. 1787. p. 226. &c. e) Niebuhr.

China und Japan.

	° ′ ″	° ′ ″
Macao	131. 15. 15.	22. 12. 44.
Nangaſaki auf d. Japaniſ. Inſ.	146. 26. 15.	32. 32. 0.
Pekin	134. 5. 30.	39. 54. 13.
Quangthu	130. 43. 15.	23. 8. 0.

Indien f).

Agra	94. 24. 0.	26. 43. 0.
Batavia	124. 33. 40.	6. 9. 15. ſ.
Ballaſore	97. 20. 0.	21. 22. 0.
Callicut	106. 2. 30.	22. 33. 56.
Goa	91. 25. 0.	15. 31. 0.
Madras	97. 36. 42.	13. 14. 31.
Manille	138. 31. 15.	14. 33. 36.
Maſulipatam	98. 33. 39.	16. 10. 32.
Malacca	119. 45. 0.	2. 12. 0.
Pondichery	97. 31. 30.	11. 55. 42.
Rodrigues	80. 52. 0.	19. 40. 30. ſ.
Siam	118. 30. 0.	14. 20. 40.
Surate	90. 2. 0.	21. 10. 0.

f) Sehr viele Oerter zwiſchen Madras u. Calcutta aſtronomiſch beſtimmt, ſ. in den Aſiatic Reſearches u. im Auszuge in Zimmermanns Annalen 1790. 6 St. S. 139.

Africa, und einige benachbarte Inſeln und Vorgebürge.

	° ′ ″	° ′ ″
Alexandria	47. 56. 30.	31. 11. 28.
Algier	19. 52. 45.	36. 49. 30.
Cairo	49. 10. 0.	30. 3. 12.
Ferro Inſ. g)	0. 0. 0.	28. 0. 0.
Flores J. die Nordſpitze	346. 33, 26.	39. 34. 0.
Gorea J.	0. 15. 0.	14. 40. 10.
St. Helena J.	11. 52. 0.	15. 55. 0. ſ.
St. Jago J.	354. 8. 30.	14. 53. 40.
Majo J. die Südſpitze.	354. 30. 0.	15. 6. 0.
Madagaskar, Foulpointe	67. 33. 0.	17. 40. 14. ſ.
Madera, Stadt Fungal	0. 37. 0.	32. 35. 40.
St. Michael J. weſtl. Spitze	351. 40. 11.	37. 49. 41.
St. Maria J. die Stadt	352. 30. 50.	36. 56. 40.
Pic auf Pico J.	349. 11. 19.	38. 35. 0.
Rodrigo J.	80. 51. 30.	19. 40. 40. ſ.
Tripolis, Stadt in Africa	30. 45. 15.	32. 53. 40.
Pic v. Teneriffa	1. 8. 0.	28. 12. 54.

Terzera

g) Der Punkt, von welchem die geographiſchen Längen angerechnet werden.

	° ′ ″	° ′ ″
Terzera J. die Stadt Angra	350. 27. 18.	39. 39. 7.
Vorgeb. grünes	0. 7. 0.	14. 43. 45.
weiſses b)	0. 30. 0.	20. 55. 30.
V. der guten Hofnung	36. 3. 45.	33. 55. 15. ſ.

Spanien und Portugal.

Aveiro	9. 10. 45.	40. 38. 25.
Barcellona	19. 53. 0.	41. 26. 0.
Cadix	11. 22. 45.	36. 32. 0.
Gibraltar	12. 41. 10.	36. 4. 44.
Liſſabon	8. 31. 15.	38. 42. 20.
Majorca auf Majorca	20. 9. 45.	39. 35. 0.
P. Mahon auf Minorca	21. 28. 30.	39. 50. 46.
Madrit	14. 10. 45.	40. 25. 18.
Vigo	9. 12. 0.	42. 14. 24.
Cap St. Vincent	8. 38. 0.	37. 2. 0.
Cap Finisterrä	8. 21. 30.	42. 51. 50.
Cap Ortegal	10. 1. 0.	43. 46. 37.

Italien.

Ancona	31. 10. 30.	43. 37. 54.
Bologna	29. 1. 15.	44. 29. 36.

b) Mehrere Beſtimmungen an der Küſte von Africa, und im atlantiſchen Nord- und Eismeere ſ. m. Aſtr. Jahrb. 1787. p. 173.

	° ′ ″	° ′ ″
Civita Veggia	29. 26. 15.	42. 5. 24.
Ferrara	29. 16. 15.	44. 54. 0.
Florenz	28. 42. 0.	43. 46. 30.
Genua	26. 15. 45.	44. 25. 0.
Livorno i)	27. 56. 30.	43. 33. 5.
Malta	32. 8. 30.	35. 53. 47.
Mantua	28. 34. 0 (?)	45. 4. 30.
Mayland oder Milano	26. 50. 30.	45. 27. 53.
Murano J.	29. 45. 45 k)	— — —
Meſſina	33. 27. 0.	38. 22. 0.
Neapel	31. 54. 15.	40. 50. 15.
Nizza	24. 57. 15.	43. 41. 54.
Padua	29. 32. 15.	45. 23. 40.
Palermo in Sicil	31. 12. 15.	38. 9. 0.
Perinaldo	31. 25. 15.	— — —
Piſa	28. 3. 0.	43. 43. 7.
Roma	30. 9. 30.	41. 53. 54.
Turin	25. 20. 0.	45. 4. 14.
Venedig	29. 44. 30.	45. 27. 7.
Verona	28. 40. 30.	45. 26. 7.

Frankreich.

Abeville	19. 29. 40.	50. 7. 1.
Aire	20. 3. 28.	50. 38. 18.

Air

i) Hr. v. Zach auf der Reiſe nach Hyeres. Aſtron. Jahrb. 1791. S. 132.

k) Connoiſſ. de Temps 1775. pag. 323. aus der ☉finſt. 1764.

	° ′ ″	° ′ ″
Aix	23. 6. 34.	43. 31. 35.
Alby	19. 48. 44.	43. 55. 44.
Altbreyſach	25. 15. 27.	48. 2. 4.
Amboiſe	18. 39. 7.	47. 24. 54.
Amiens	19. 57. 56.	49. 53. 38.
Angers	17. 6. 8.	47. 28. 8.
Angouleme	17. 48. 47.	45. 39. 3.
Antibes	24. 48. 33.	43. 34. 50.
Avignon	22. 28. 33.	43. 57. 25.
Aurillac	20. 7. 0.	44. 55. 0.
Autun	21. 58. 8.	46. 56. 46.
Auxerre	21. 14. 20.	47. 47. 54.
Auxonne	23. 3. 35.	47. 11. 24.
Bar le Duc	22. 50. 0.	48. 46. 5.
Bayeux	16. 57. 9.	49. 16. 30.
Bayonne	16. 9. 54.	43. 29. 21.
Beauvais	19. 44. 42.	49. 26. 2.
Befort	24. 32. 30.	47. 38. 18.
Beſancon	23. 42. 40.	47. 13. 45.
Beziers	20. 52. 35.	43. 20. 41.
Bourdeaux	17. 5. 11.	44. 50. 18.
Boulogne	19. 16. 44.	50. 43. 31.
Breſt	13. 9. 10.	48. 22. 55.
Cahors	19. 6. 51.	44. 26. 4.
Calais	19. 30. 56.	50. 57. 31.
Cambrai	20. 53. 41.	50. 10. 32.
Carcaſonne	20. 0. 49.	43. 12. 51.
Chalons ſ. Marne	22. 2. 12.	48. 57. 12.

Tafel der Längen und Breiten der vorzüglichſten Oerter in verſchiedenen Ländern.

Deutſchland, Schweiz, Böhmen.

Namen d. Oerter	Länge	Breite.
	° ′ ″	° ′ ″
Altenburg	29. 55. 24.	51. 0. 11.
Altona		53. 32. 24 a)
Augſpurg	28. 36. 0.	48. 22
Baſel	25. 12. 43.	47. 34. 35.
Berlin	31. 2. 40.	52. 31. 30.
Bern	25. 22. 45 †)	46. 23. 0 (?)
Bonn	27. 24. 30 b)	
Bremen	26. 32. 30 d)	53. 4. 32 c)
Breslau	35. 15. 30 e)	51. 6. 55 f)

Caſſel

---

a) Nach Hrn. Niebuhr. †) Nach Hrn. Obriſtw. v. Zach. Berlin. Aſtr. Jahrb 1791. S. 148.

b) Nach Hrn. v. Zach.

c) Aſtron. Jahrb. 1789. S. 151. Bugge hat 53°. 5′. 11″.

d) nach Bugge 26°. 28′. 55″. Die in der Tafel angegebene Länge iſt aus Hrn. Oberamtmann Schröders Beobachtungen, Aſtron. Jahrb. 1789. S. 151. und 1795. S. 165. gefolgert worden.

e) ⊙finſterniß 1769. Sonſt wird angegeben 34°. 45′. 0″.

f) 51°. 5′. 19″. Aſtr. Jahrb. 1794. S. 184.

	° ′ ″	° ′ ″
Caſſel	27. 7. 30.	51. 19. 20.
Cöln am Rhein	24. 35. 3.	50. 55. 21 g)
Cremsmünſter	31. 47. 45.	48. 3. 36.
Danzig	36. 18. 0.	54. 21. 9.
Delmenhorſt	26. 18. 34.	53. 3. 29.
Dresden	31. 21. 45.	51. 2. 54.
Erfurth	28. 45. 31.	50. 59. 8.
Erlangen h)	28. 46. 12.	49. 35. 36
Frankfurth a. M	26. 15. 45.	50. 6. 40.
Frankfurth a. d. Oder	32. 13. 45.	52. 22. 0.
Genf	23. 48. 45.	46. 12. 17.
Gera	———	50. 53. 22 i)
Glükſtadt	27. 6. 8.	53. 47. 42.
Göttingen	27. 34. 30.	51. 31. 54.
Gotha, Seeberg	28. 23. 45.	50. 56. 17.
Grätz	33. 4. 45.	47. 4. 18.
Greifswalde	31. 13. 15.	54. 4. 35.
Hamburg	27. 46. 0 k)	53. 36. 0 (?)
Hannover	27. 24. 45.	52. 22. 18.
Jena l)	29. 16. 45.	50. 56. 30.
Jever	25. 35. 0.	53. 34. 45.
Ingolſtadt	29. 5. 45.	48. 45. 50.

Lauſanne

g) v. Zach.

h) Nach meinen Beobachtungen.

i) Obriſtſt. v. Hardenberg.

k) Die ☉finſt. 1764. giebt die Länge 27. 32. 45. Conn. d. Temps 1775. p. 322.

l) v. Hardenberg.

	° ′ ″	° ′ ″
Lauſanne	24. 25. 15.	46. 31. 5.
Leipzig	30. 2. 0.	51. 19. 14 m)
Lilienthal	26. 39. 15.	53. 8. 25.
Mannheim	26. 7. 30.	49. 28. 59.
Magdeburg n)	29. 28. 30.	52. 6. 13.
Meinungen	———	50. 55. 30 o)
Mietau	41. 23. 30.	56. 39. 6.
München	29. 9. 0.	48. 9. 55.
Naſſau	25. 22. 50.	— — —
Nürnberg	28. 47. 0.	49. 27. 12.
Oldenburg	25. 53. 41.	53. 8. 40.
Osnabrüg	25. 27. 30.	52. 16. 14.
Prag	32. 5. 0.	50. 5. 47.
Regensburg (?)	29. 36. 15.	49. 1. 0.
Ritzebüttel	26. 22. 37.	53. 51. 50.
Sagan	33. 2. 15.	51. 42. 12.
Stade	27. 2. 0.	53. 36. 5.
Schwezingen.	26. 13. 52.	49. 23. 4.
Strasburg	25. 26. 15.	48. 34. 35.
Tübingen	26. 46. 15 p)	48. 31. 15.
Weimar	— — —	50. 59. 8.
Wien	34. 2. 30.	48. 12. 36.
Wittenberg	30. 22. 30.	51. 52. 0.
Würzburg	27. 35. 15 q)	49. 46. 6.

Däne=

m) Heinſius Comm. Ac.Petr. 1748. hat 51. 22. 20.
n) Aſtr. Jahrb. 1794. S. 183. Sonſt auch Breite = 52. 10. 0. o) v. Hardenberg.
p) Aſtron. Jahrb. 1791. S. 254.
q) Connoiſ. d. Temps 1775. p. 324.

Dännemark und den zugehörigen Inſeln.

	° ′ ″	° ′ ″
Aalborg	27. 36. 26.	57. 2. 7.
Aarhuß	27. 53. 50.	56. 9. 35.
Anholt, Leuchtth.	29. 20. 6.	56. 44. 20.
Apenrade	27. 6. 19.	55. 2. 48.
Callundborg	28. 46. 15.	55. 40. 54.
Coppenhagen	30. 15. 30.	55. 41. 4.
Cronenburg	30. 17. 15.	56. 2. 15.
Flensburg	27. 7. 24.	54. 47. 18.
Gotheborg	29. 37. 45.	57. 42. 4.
Hadersleben	27. 10. 30.	55. 15. 6.
Helſingör	30. 16. 15.	56. 1. 30.
Holbek	29. 24. 4.	55. 43. 2.
Huſum	26. 44. 22.	54. 28. 59.
Korſör	28. 48. 30.	55. 20. 27.
Neſtwed	29. 26. 18.	55. 13. 57.
Nieköping	29. 22. 30.	55. 56. 12.
Nyeborg	28. 28. 15.	55. 19. 36.
Ringſted	29. 28. 10.	55. 26. 55.
Roeskilde	29. 45. 42.	55. 38. 20.
Scagelſe	29. 2. 20.	55. 24. 15.
Schleswig		54. 31. 0 r)
Soroe	29. 14. 5.	55. 26. 55.
Tondern	26. 33. 32.	54. 56. 19.
Uranienburg	30. 22. 25.	55. 54. 30.
Viborg	27. 6. 5.	56. 27. 11 s)

Norwe-

r) Niebuhr. s) Mehrere unbeträchtlichere Oerter in Bugge Ausmeſſungsmethode ꝛc. auch Aſtron. Jahrb. 1795. S. 206.

Norwegen und Schweden.

	° ′ ″	° ′ ″
Abo	39. 55. 30.	60. 27. 7.
Agerö	28. 37. 45.	59. 1. 50.
Bergen	22. 54. 0.	60. 10. 0.
Cajaneburg	45. 25. 15.	64. 13. 30.
Carlscrona	33. 11. 30.	56. 10. 0.
Chriſtiania t)	28. 28. 45.	59. 54. 50.
Engelholm	30. 35. 30.	56. 14. 24.
Falkenberg	30. 10. 15.	56. 53. 59.
Götheborg	29. 39. 30.	57. 42. 0.
Gothaab, in Grönland	325. 43. 15.	64. 9. 55.
Halmſtadt	30. 31. 0.	56. 39. 44.
Helſingborg	30. 21. 0.	56. 2. 41.
Hernöſand	45. 32. 45.	62. 38. 0.
Kulla, Leuchtth.	30. 10. 15.	56. 17. 58.
Lambhuus auf Island	355. 40. 0.	64. 6. 17.
Landscrona	30. 28. 45.	55. 52. 14.
Lund	30. 51. 0.	55. 42. 0.
Pello in Lappland	41. 38. 15.	66. 48. 16.
Skanor	30. 30. 15.	55. 24. 52.
Stokholm	35. 44. 15.	59. 20. 30.
Stromſtadt	28. 38. 15.	58. 55. 33.
Tornea	41. 52. 0.	65. 50. 50.
Trontheim	28. 2. 0.	63. 26. 12.

Upſal

t) Bugge obſerv. aſtron. Havn. p. XCIII.

Upſal	35. 18. 15.	59. 51. 50.
Warberg v)	29. 57. 0.	57. 6. 18.

Rusland.

	° ′ ″	° ′ ″
Arensburg	39. 57. 30.	58. 15. 0.
Archangel	56. 39. 15.	64. 33. 36.
Aſtrachan	65. 42. 30.	46. 21. 12.
Barnaul	101. 6. 45.	53. 20. 0.
Bolſcheretsk	174. 30. 0.	52. 54. 30.
Caſan	67. 9. 30.	55. 43. 58.
Charkoff	53. 55. 0.	49. 59. 20.
Cherſon v)	50. 19. 45.	46. 38. 30.
Catharinenburg	78. 30. 0.	56. 50. 15.
Caſtel St. Eliſab	50. 7. 30.	48. 30. 17.
Cásloff oder Eupatoria	51. 5. 0.	45. 14. 0.
Gluchoff	52. 0. 0.	51. 40. 30.
Jeniſeik	109. 38. 30.	58. 27. 17.
Jakutsk	147. 23. 45.	62. 1. 50.
Irkutsk	122. 13. 30.	52. 18. 15.
Jaroslávl	57. 50. 0.	57. 37. 30.
Jenicola	54. 6. 30.	45. 21. 0.
Kiow	48. 7. 30.	50. 28. 30.
Kiringskoi oſtrog	125. 42. 45.	57. 47. 0.

Kolaw

u) Mehrere Stádte und Dórfer ſ. aſtron. Jahrb. 1790. S. 224. u. 1792. S. 155.

v) Im Berliner aſtron. Jahrb. 1788. ſind Lánge und Breite mit einander verwechſelt.

	° ′ ″	° ′ ″
Kolaw	50. 40. 30.	68. 52. 30.
Kaluga	53. 45. 0.	54. 30. 0.
Kursk	54. 5. 30.	51. 43. 30.
Lubny	50. 31. 10.	50. 0. 37.
Moskau	55. 26. 15.	55. 45. 20.
Mietau	41. 23. 30.	56. 39. 6.
Mohilow	48. 4. 30.	53. 54. 0.
Mosdok	61. 25. 0.	43. 43. 40.
Neſchin	49. 22. 30.	51. 2. 45.
Orenburg	72. 50. 0.	51. 46. 5.
Ocholsk	160. 53. 30.	59. 20. 10.
Orel	53. 37. 0.	52. 56. 40.
Orsk	76. 10. 45.	51. 12. 30.
Petersburg	47. 59. 30.	59. 56. 23.
der Hafen Peter und Paul	176. 28. 15.	53. 1. 20.
Petroſawodsk	52. 3. 30.	61. 47. 4.
Ponoi	58. 49. 15.	67. 4. 30.
Reval	42. 19. 15.	59. 26. 22.
Riga	41. 40. 15.	56. 56. 24.
Samara	53. 0. 0.	48. 29. 35.
Saratow	63. 40. 0.	51. 31. 28.
Sisran	66. 4. 30.	53. 9. 53.
Solenginsk	124. 18. 30.	51. 6. 6.
Taganrok	56. 18. 45.	47. 12. 40.
Tobolsk	86. 5. 0.	58. 12. 30.
Tomsk	102. 39. 30.	56. 30. 1.
Tzerkask	57. 30. 0.	47. 13. 34.
Umba	51. 52. 45.	66. 44. 30.
Ufa	73. 33. 30.	54. 42. 45.

Woro-

	° ′ ″	° ′ ″
Woroneſch	56. 55. 20.	51. 40. 30.
Zarizin.	62. 7. 30.	48. 42. 20.

Noch mehrere Oerter ſ. man Aſtron. Jahrb. 1789. S. 164.

Polen und Litthauen.

Caminiek	———	48. 40. 0 w)
Cracow (?)	37. 30. 0.	50. 10. 0.
Lemberg	42. 22. 15. x)	49. 51. 0 y)
Lublin	———	51. 16. 0 z)
Poſnanie a)	34. 59. 45.	52. 22. 0.
Warſchau	38. 40. 45.	52. 14. 28.
Wilna	42. 55. 0.	54. 41. 2.

Ungarn, Siebenbürgen, Croatien, Moldau, Wallachey.

Agram	94. 24. 0.	26. 43. 0.
Agria, Erlau	38. 2. 0.	47. 53. 54.
Akiermann	48. 23. 45.	46. 12. 0.
Brahilow	———	45. 15. 20.
Bender	47. 16. 0.	46. 50. 32.
Bukareſt	43. 48. 0.	44. 27. 0.
Chozim	44. 40. 0.	48. 31. 0 b)

w) Niebuhr. x) ⊙finſt. 1764. Conn. d. Tem 1775. S. 323. y) Niebuhr. z) Derſelb
a) Conn. d. Temps 1775. p. 324. aus d. ⊙finſt

	° ′ ″	° ′ ″
Fokſchany	44. 42. 30.	45. 38. 50.
Jaſſy	45. 9. 45.	47. 8. 30.
Ismail	46. 30. 0.	45. 21. 0 *)
Ofen	36. 40. 0.	47. 29. 44.
Presburg	34. 45. 34.	48. 8. 7.
Tyrnau	35. 14. 30.	48. 23. 30.
Warasdin	34. 5. 34.	46. 18. 18.

Türkey, Bosnien, Servien, Perſien, Griechenland.

Adrianopel	———	41. 41. 0 c)
Alexandretta	54. 0. 0.	36. 35. 10.
Babylon d)	61. 52. 30.	32. 34. 40.
Bagdad	62. 2. 30.	33. 19. 40.
Belgrad	39. 7. 30.	45. 3. 0.
Candia	42. 58. 0.	35. 18. 45.
Conſtantinopel	46. 36. 10.	41. 1. 0.
Erzerom	66. 16. 0.	39. 56. 35.
Jeruſalem	53. 0. 0.	31. 46. 34 e)
Ispahan	70. 30. 0.	32. 25. 0.
Smirna	44. 59. 45.	38. 28. 7.
Teſſalonich	40. 48. 0.	40. 41. 0.

China

*) Dieſe und mehrere Oerter aus Nov. Act. Ac. Petrop. T. XVIII. und Hrn. v. Zachs Nov. Tabul. Solaribus. c) Niebuhr.

d) Nach Hrn. v. Beauchamp Hiſt. de l'Ac. d. Sc. 1787. p. 226. &c. e) Niebuhr.

China und Japan.

	° ′ ″	° ′ ″
Macao	131. 15. 15.	22. 12. 44.
Nangaſaki auf d. Japaniſ. Inſ.	146. 26. 15.	32. 32. 0.
Pekin	134. 5. 30.	39. 54. 13.
Quangtzu	130. 43. 15.	23. 8. 0.

Indien f).

Agra	94. 24. 0.	26. 43. 0.
Batavia	124. 33. 40.	6. 9. 15. ſ.
Ballaſore	97. 20. 0.	21. 22. 0.
Callicut	106. 2. 30.	22. 33. 56.
Goa	91. 25. 0.	15. 31. 0.
Madras	97. 36. 42.	13. 14. 31.
Manille	138. 31. 15.	14. 33. 36.
Maſulipatam	98. 33. 39.	16. 10. 32.
Malacca	119. 45. 0.	2. 12. 0.
Pondichery	97. 31. 30.	11. 55. 42.
Rodrigues	80. 52. 0.	19. 40. 30. ſ.
Siam	118. 30. 0.	14. 20. 40.
Surate	90. 2. 0.	21. 10. 0.

f) Sehr viele Oerter zwiſchen Madras u. Calcutta aſtronomiſch beſtimmt, ſ. in den Aſiatic Reſearches u. im Auszuge in Zimmermanns Annalen 1790. 6 St. S. 139.

Africa, und einige benachbarte Inſeln und Vorgebürge.

	° ′ ″	° ′ ″
Alexandria	47. 56. 30.	31. 11. 28.
Algier	19. 52. 45.	36. 49. 30.
Cairo	49. 10. 0.	30. 3. 12.
Ferro Inſ. g)	0. 0. 0.	28. 0. 0.
Flores J. die Nordſpitze	346. 33. 26.	39. 34. 0.
Gorea J.	0. 15. 0.	14. 40. 10.
St. Helena J.	11. 52. 0.	15. 55. 0. ſ.
St. Jago J.	354. 8. 30.	14. 53. 40.
Majo J. die Südſpitze.	354. 30. 0.	15. 6. 0.
Madagaskar, Foulpointe	67. 33. 0.	17. 40. 14. ſ.
Madera, Stadt Fungal	0. 37. 0.	32. 35. 40.
St. Michael J. weſtl. Spitze	351. 40. 11.	37. 49. 41.
St. Maria J. die Stadt	352. 30. 50.	36. 56. 40.
Pic auf Pico J.	349. 11. 19.	38. 35. 0.
Rodrigo J.	80. 51. 30.	19. 40. 40. ſ.
Tripolis, Stadt in Africa	30. 45. 15.	32. 53. 40.
Pic v. Teneriffa	1. 8. 0.	28. 12. 54.

Terze

Terzera J. die	° ′ ″	° ′ ″
Stadt Angra	350. 27. 18.	39. 39. 7.
Vorgeb. grünes	0. 7. 0.	14. 43. 45.
weiſſes b)	0. 30. 0.	20. 55. 30.
V. der guten Hofnung	36. 3. 45.	33. 55. 15. ſ.

Spanien und Portugal.

Aveiro	9. 10. 45.	40. 38. 25.
Barcellona	19. 53. 0.	41. 26. 0.
Cadix	11. 22. 45.	36. 32. 0.
Gibraltar	12. 41. 10.	36. 4. 44.
Liſſabon	8. 31. 15.	38. 42. 20.
Majorca auf Majorca	20. 9. 45.	39. 35. 0.
P. Mahon auf Minorca	21. 28. 30.	39. 50. 46.
Madrit	14. 10. 45.	40. 25. 18.
Vigo	9. 12. 0.	42. 14. 24.
Cap St. Vincent	8. 38. 0.	37. 2. 0.
Cap Finisterrâ	8. 21. 30.	42. 51. 50.
Cap Ortegal	10. 1. 0.	43. 46. 37.

Italien.

Ancona	31. 10. 30.	43. 37. 54.
Bologna	29. 1. 15.	44. 29. 36.

b) Mehrere Beſtimmungen an der Küſte vo

	° ′ ″	° ′ ″
Civita Veggia	29. 26. 15.	42. 5. 24.
Ferrara	29. 16. 15.	44. 54. 0.
Florenz	28. 42. 0.	43. 46. 30.
Genua	26. 15. 45.	44. 25. 0.
Livorno i)	27. 56. 30.	43. 33. 5.
Malta	32. 8. 30.	35. 53. 47.
Mantua	28. 34. 0 (?)	45. 4. 30.
Mayland oder Milano	26. 50. 30.	45. 27. 53.
Murano J.	29. 45. 45 k)	— — —
Meſſina	33. 27. 0.	38. 22. 0.
Neapel	31. 54. 15.	40. 50. 15.
Nizza	24. 57. 15.	43. 41. 54.
Padua	29. 32. 15.	45. 23. 40.
Palermo in Sicil	31. 12. 15.	38. 9. 0.
Perinaldo	31. 25. 15.	— — —
Piſa	28. 3. 0.	43. 43. 7.
Roma	30. 9. 30.	41. 53. 54.
Turin	25. 20. 0.	45. 4. 14.
Venedig	29. 44. 30.	45. 27. 7.
Verona	28. 40. 30.	45. 26. 7.

Frankreich.

Abeville	19. 29. 40.	50. 7. 1.
Aire	20. 3. 28.	50. 38. 18.

Aix

i) Hr. v. Zach auf der Reiſe nach Hyeres. Aſtron. Jahrb. 1791. S. 132.

k) Connoiſſ. de Temps 1775. pag. 323. aus der ☉finſt. 1764.

	° ' "	° ' "
Aix	23. 6.34.	43.31.35.
Alby	19.48.44.	43.55.44.
Altbreyſach	25.15.27.	48. 2. 4.
Amboiſe	18.39. 7.	47.24.54.
Amiens	19.57.56.	49.53.38.
Angers	17. 6. 8.	47.28. 8.
Angouleme	17.48.47.	45.39. 3.
Antibes	24.48.33.	43.34.50.
Avignon	22.28.33.	43.57.25.
Aurillac	20. 7. 0.	44.55. 0.
Autun	21.58. 8.	46.56.46.
Auxerre	21.14.20.	47.47.54.
Auxonne	23. 3.35.	47.11.24.
Bar le Duc	22.50. 0.	48.46. 5.
Bayeux	16.57. 9.	49.16.30.
Bayonne	16. 9.54.	43.29.21.
Beauvais	19.44.42.	49.26. 2.
Befort	24.32.30.	47.38.18.
Beſancon	23.42.40.	47.13.45.
Beziers	20.52.35.	43.20.41.
Bourdeaux	17. 5.11.	44.50.18.
Boulogne	19.16.44.	50.43.31.
Breſt	13. 9.10.	48.22.55.
Cahors	19. 6.51.	44.26. 4.
Calais	19.30.56.	50.57.31.
Cambrai	20.53.41.	50.10.32.
Carcaſonne	20. 0.49.	43.12.51.
Chalons ſ. Marne	22. 2.12.	48.57.12.

	° ' "	° ' "
Chalons ſ. Saone	22. 31. 25.	46. 46. 50.
Chartres	19. 8. 55.	48. 26. 49.
Clermont in Auvergne	20. 45. 7.	45. 46. 45.
Colmar	25. 2. 11.	48. 4. 44.
Compiegne	20. 29. 41.	49. 24. 59.
Dieppe	18. 44. 12.	49. 55. 17.
Dole in d. Franche Comte	23. 10. 6.	47. 5. 52.
Dole in Bretagne	15. 53. 48.	48. 33. 9
Donai	20. 44. 47.	50. 22. 12.
Dunkerque	20. 2. 23.	51. 2. 4.
Embrun	24. 9. 0.	44. 34. 0.
Evreux	18. 48. 39.	49. 1. 24.
Fort-Louis	25. 44. 10.	48. 48. 1.
Gab	23. 44. 57.	44. 33. 50.
Granville	16. 2. 53.	48. 50. 11.
Grenoble	23. 23. 40.	45. 11. 49.
Havre d. Grace	17. 45. 57.	49. 29. 9.
Jerſey. Inſel	15. 28. 8.	49. 12. 42.
La Rochelle	16. 30. 5.	46. 9. 21.
Landau	25. 47. 30.	49. 11. 38.
Langres	22. 59. 23.	47. 52. 17.
Le Puy	21. 33. 21.	45. 25. 2.
Lesparre	16. 42. 57.	45. 18. 33.
Lille	20. 44. 16.	50. 37. 50.
Limoges	18. 55. 9.	45. 49. 53.
Lion	22. 29. 43.	45. 45. 51.
Lombes	18. 34. 9.	43. 28. 30.

	° ′ ″	° ′ ″
Lucon	16. 29. 26.	46. 27. 14.
Luneville	24. 10. 6.	48. 35. 33.
Marſeille	23. 1. 0.	43. 17. 43.
Meaux	20. 32. 35.	48. 57. 37.
Mende	21. 9. 32.	44. 30. 47.
Mezieres	22. 23. 16.	49. 45. 47.
Mez	23. 51. 0.	49. 7. 5.
Montpellier	21. 32. 44.	43. 36. 33.
Moulins	20. 59. 59.	46. 34. 4.
Nancy	23. 51. 33.	48. 41. 28.
Nantes	16. 6. 12.	47. 13. 7.
Narbonne	20. 40. 8.	43. 11. 13.
Nevers	20. 49. 25.	46. 59. 13.
Noyon	20. 40. 43.	49. 34. 37.
Orleans	19. 34. 22.	47. 54. 4.
Oueſſant. Inſel	12. 35. 27.	48. 28. 30.
Paris. Obſerv.	20. 0. 0.	48. 50. 14.
Perpignan	20. 34. 5.	42. 41. 55.
Rheims	21. 42. 53.	49. 14. 36.
Rennes	15. 58. 7.	48. 6. 45.
Rhodes	20. 14. 20.	44. 21. 0.
Rouen	18. 45. 20.	49. 26. 23.
Saintes	17. 1. 6.	45. 44. 43.
St. Omer	19. 54. 57.	50. 44. 46.
Seez	17. 49. 49.	48. 36. 28.
Siſteron	23. 36. 4.	44. 11. 21.
Strasburg	25. 26. 18.	48. 34. 36.
St. Brieux	14. 56. 43.	48. 31. 21.
St. Croix	25. 3. 55.	48. 0. 35.
St. Malo	15. 37. 38.	48. 38. 39.

Thion.

	° ′ ″	° ′ ″
Thionville	23. 50. 30.	49. 21. 30.
Tonnere	21. 38. 44.	47. 51. 8.
Toulon	23. 36. 35.	43. 7. 24.
Toulouſe	19. 5. 15.	43. 35. 54.
Troyes	21. 44. 55.	48. 18. 2.
Valenciennes	21. 11. 40.	50. 21. 27.
Vannes	14. 53. 34.	47. 39. 14.
Vence	24. 47. 28.	43. 43. 16.
Verſailles	19. 47. 10.	48. 48. 18.
Viviers	22. 21. 22.	44. 28. 54.

Grosbrittanien.

Blenheim	16. 19. 0.	51. 50. 29.
Cambridge	17. 44. 15.	52. 2. 36.
Cap Lezard	12. 27. 30.	49. 57. 30.
Chelſea	17. 30. 15.	51. 29. 14.
Datchet	17. 5. 0.	51. 37. 30.
Dovres	18. 58. 57.	51. 7. 47.
Dublin	11. 21. 45.	53. 21. 11.
Edimburg	14. 29. 30.	55. 56. 22.
Epſom	17. 24. 30.	51. 20. 0.
Exeſter	14. 5. 30.	50. 44. 0.
Fallmouth	12. 11. 45.	50. 8. 0.
Glasgow	13. 23. 8 1)	55. 51. 35.
Greenwich	17. 40. 0.	51. 28. 40.
Hareſield	17. 8. 15.	51. 36. 12.
Highburyhouſe	17. 34. 15.	51. 33. 13.

Kiew

1) ☉finſt. 1764 u. 1769.

	° ′ ″	° ′ ″
Kiew	17. 24. 0.	51. 28. 37.
Leeds	16. 14. 45.	53. 48. 0.
Leiceſter	16. 33. 30.	52. 37. 3.
Liverpool	14. 43. 30.	53. 27. 0.
London	17. 31. 36 m)	51. 30. 45.
Loampitthill	17. 38. 45.	51. 28. 7.
Oxford	16. 24. 30.	51. 45. 40.
Pleymouth	13. 21. 15.	50. 26. 0.
Portsmouth	16. 35. 0.	50. 49. 0.
Richmond	17. 21. 15.	51. 28. 8.
Schirburnhouſe	16. 42. 47.	51. 39. 22.
Slough	17. 3. 45.	51. 30. 20.
York n)	16. 33. 45.	52. 57. 45.

Niederlande.

Amſterdam	22. 31. 30.	52. 21. 56.
Antwerpen	22. 4. 15.	51. 13. 15.
Bergopzoom	21. 57. 0.	51. 30. 0.
Brüſſel	22. 1. 45.	50. 51. 0.
Leyden	22. 6. 15.	52. 8. 30.
Lille	20. 44. 16.	50. 37. 56.
Mons	21. 37. 15.	50. 27. 0.
Nieuport	20. 24. 55.	51. 7. 41.
Oſtende	20. 33. 13.	51. 13. 55.
Rotterdam	22. 9. 30.	51. 54. 56.

America

m) Doverſtreet. n) Mehrere Ortsbeſtimmungen ſ. Aſtron. Jahrb. 1789. S. 243.

America und die benachbarten Inſeln.

Antigua J. Fort	° ′ ″	° ′ ″
Hamilton	315. 42. 0.	17. 4. 30.
Abibiti Lake	298. 35. 0 o)	48. 45. 0.
Brunſvic houſe	295. 1. 4.	50. 14. 23.
Boſton	307. 2. 45.	42. 45. 0.
Buenos aires	319. 8. 45.	34. 35. 26. ſ.
Cap Breton Louisb.	317. 45. 0.	45. 53. 45.
Cap. Charles	303. 28. 0.	62. 46. 0.
Cap Horn.	309. 55. 0.	55. 58. 30. ſ.
Carthagena	302. 13. 45.	10. 26. 35.
Cajenna J.	325. 25. 0.	4. 56. 18.
Conception in Chili	305. 0. 0.	36. 42. 53. ſ.
Coquimbo	306. 24. 15.	29. 54. 40. ſ.
Coudre J.	307. 30. 0.	47. 25. 0.
Cumberland-houſe	275. 34. 2.	53. 56. 40.
Cuba J. Havana	295. 21. 30.	23. 11. 52.
St. Domingo	316. 4. 30.	15. 18. 23.
Cappſtadt	305. 22. 0.	19. 46. 30.
Fort de Galles	283. 26. 0.	58. 47. 32.
Fort St. Louis in Domingo	304. 23. 0.	18. 18. 40.
Fort Pr. Wales	283. 27. 30.	58. 37. 32.
Glouceſter	290. 37. 1.	52. 24. 20.

Guada-

o) Dieſe und mehrere Beſtimmungen aus dem aſtron. Jahrbuche 1794. S. 256.

	° ′ ″	° ′ ″
Guadalouppe	315. 40. 45	15. 59. 30
Klein Goave	304. 50. 0	18. 27. 0
Hudſonshouſe	270. 12. 40	53. 0. 32
St. Jago della Vega in Jamaica	301. 20. 0	17. 40. 0
St. Joſeph. in Californien	267. 57. 30	23. 3. 42
Jamaica J. Haf.	300. 55. 30	18. 0. 0
Juan Fernandez Inſel	298. 2. 0	33. 48. 0
Kebek in Canada	307. 47. 0	46. 55. 0
Lewestown	302. 33. 45	38. 47. 27
Lima	300. 50. 30	12. 1. 15 ſ.
Louisbourg	317. 45. 0	45. 53. 40
Martinique. Fort	316. 31. 0	14. 35. 55
Mexico	277. 34. 15	19. 54. 0
Mooſe, Fort	296. 43. 36	51. 15. 54
Neu Cambridge	306. 30. 0	42. 25. 0
Neu Orleans	287. 41. 15	29. 57. 45
Neuyork	303. 31. 0	40. 43. 0
Olinda	342. 32. 30	8. 13. 0 ſ.
Panama	297. 19. 0	8. 57. 48
Philadelphia	302. 25. 45	39. 56. 55
Porto bello	297. 50. 0	9. 33. 5
Quito	299. 45. 0	0. 13. 17 ſ.
Rio Janeiro	334. 55. 0	22. 54. 10 ſ.
Salisbury	300. 56. 0	63. 29. 0
Ylo in Peru	306. 27. 0	17. 36. 15 ſ.
York, Fort	285. 5. 15	57. 1. 48

Südſee=

Südſee-Inſeln.

Auſtralien.

Neuholland	° ′ ″	° ′ ″
Vorgeb. York	159. 20. 0	10. 37. 0 ſ
Neuſeeland Haf. Pikersgill	183. 59. 0	45. 47. 26 ſ
Neu Caledon. Cap d. P. du Gales	184. 38. 0	22. 29. 0 ſ
Freundſch. Inſeln		
Rotterdam od. Namoca	203. 11. 30	20. 16. 30 ſ.
Amſterdam od. Tonge Tabu	202. 55. 0	21. 9. 0 ſ.
Geſellſchafts Inſeln.		
Tahiti Vorgebürge ♀	228. 5. 15	17. 29. 17 ſ.
Huaheine	226. 32. 45	16. 44. 0 ſ.
Das ſüdl. Thule auf Sandwichs-Land	349. 56. 0	59. 34. 0 ſ.

Mehrere Plätze und Inſeln der Süd
ſehe man in Cooks und Forſters Reiſe
auch Bodens Anleitung zur allgem
nen Kenntnis der Erdkugel, Ber
1786. S. 165. ꝛc. Auch Aſtron. Ja
buch 1784. S. 171. ꝛc.

§. 8.

1. In dieſer Tafel ſind die Längen alle von dem gewöhnlichen Merid. der Inſel Ferro angerechnet, welcher 20 Grad weſtwärts von Paris liegt.

Die Breiten ſind alle nördlich. Wo ſie ſüdlich ſind, ſteht ein ſ. dabey.

Wer ſich dieſer oder jener Hülfscharten, zumahl älterer, zur Mappirung neuer bedienen muß, oder auch nur ältere Angaben von Längen und Breiten mit neuern vergleichen will, welches bey vielen Anläſſen vorkommen kan, muß wiſſen, von welchem Meridiane die Längen auf jenen Charten angerechnet worden ſind.

2. Gegenwärtig geſchieht es faſt durchgängig von einem Meridiane, welcher 20 Grad weſtwärts von Paris durch einen gewiſſen Punkt der Inſel Ferro gedacht wird.

3. Auf ſehr vielen, zumahl ältern holländiſchen Charten, ſind die Längen von einem Meridiane angerechnet, welchen man ſich durch den Pik von Teneriffa 18°. 52′ weſtwärts von Paris gedenken muß, ſo daß alſo die Länge von Paris = 18°. 52′, oder nach genauerer Beſtimmung 18°. 50′. 54″ wird. Dies iſt

der Fall bey den Viſcheriſchen, Wittliſchen, Dankertiſchen, Volkiſchen, verſchiedenen Schenkiſchen und Homänniſchen Charten.

4. Aber die Franzoſen, und mit ihnen die meiſten neuern Geographen, rechnen von dem oberwähnten Punkte der Inſel Ferro, 20° weſtlich von Paris, und zwar die Franzoſen ſeit 1634 den 25 April, auf Befehl Ludwigs XIII.

5. Verſchiedene Portugieſen haben den erſten Meridian durch die Azoriſche Inſel Terzera, wo die Abweichung der Magnetnadel = o iſt, gelegt. Dieſer Inſel geographiſche Länge von der Inſel Ferro iſt 350°. 27′. 18″ liegt alſo ohngefähr 10½ Grad weſtwärts von Ferro.

6. Janſon in ſeinen Plani-ſphären, Ortelius in ſeiner Univerſalcharte, Gerhard Mercator der Jüngere, Bercius in ſeiner Europa contracta, Wilhelm Blaeu und andere, lieſen den erſten Meridian durch die Inſel del Fuego oder St. Philipp, eine von den Inſeln des grünen Vorgebürges, wo man ebenfalls glaubte, daß die Abweichung der Magnetnadel = o wäre, gehen. Indeſſen that Wilh. Blaeu in der Folge ſelbſt den

den Vorſchlag, den erſten Meridian auf die Canariſche Inſel Teneriffa (3), wo der Pik als einer der höchſten Gebürge bekannt iſt, zu verlegen, worinn ihm denn nachher faſt alle holländiſche Geographen gefolgt ſind.

7. Die meiſten engliſchen Seecharten rechnen von dem Greenwicher Meridian, unterweilen auch vom Cap Lezard (man ſ. oben in der Tafel §. 7. Grosbrittannien). Die franzöſiſchen Seecharten von dem Pariſer Meridian, z. E. die *Hydrographie françaiſe de Mr. Bellin.*

8. Die Charten von Gerhard Mercator (geſt. 1592), welche den großen durch Hondius herausgegebenen Atlas ausmachen, geben der Inſel Ferro 3 Grad Länge, rechnen alſo von einem Meridiane 3 Gr. weſtwärts von Ferro.

9. Doppelmaier auf einer Homanniſchen Charte (Baſis geographiae recentioris), welche in ſeinem Himmelsatlas zu finden, legt den erſten Meridian $22\frac{1}{2}$ Grad weſtlich von Paris, weil dies gerade einen aliquoten Theil, nemlich $\frac{1}{16}$ des Umkreiſes ausmache, und behauptet, daß dieſer Meridian in die Gegend der Inſel Ferro falle.

10. Dieſe Verſchiedenheit des erſten M
ridians, von welchem auf dieſen oder je
Charten die Längen angerechnet werden,
beym Gebrauche der Landcharten etwas ſ
unangenehmes.

Indeſſen iſt es leicht, auf einer vorge
benen Charte, wenn es nicht beſonders a
ihrem Rande bemerkt iſt, den Meridian
finden, von welchem die Längen angerech
worden ſind.

11. Man ſuche auf der Charte eine
oder zu beſſerer Vergleichung, mehrere Oert
deren geographiſche Längen von der Inſel Fer
durch genaue Beobachtungen, aus der Ta
(. 7.) bekannt ſind. Stimmen dieſe Läng
auf der Charte nicht mit denen der Ta
überein, ſo wird ſich bald zeigen, welch
Meridian die Charte für den erſten nimmt, u
wie weit ſolcher von dem jetzt üblichen d
Inſel Ferro abſteht.

Ex. Auf einer Homänniſchen Charte v
dem Herzogthum Niederöſtreich (auf der
Rande ſowohl die Längen als Breiten v
Minuten zu Minuten abgetheilt ſind) finde i
die Länge von Wien angegeben = 37°. 13'. 30
Nun iſt aber die wahre von
der J. Ferro = 34°. 2'. 30

Alſo iſt ſie zu groß angegeben 3°. 11'

d.

. h. der erſte Meridian für dieſe Charte iſt
°. 11′ weſtlich von der Inſel Ferro ange-
ommen — Es muß demnach jede auf der
Charte angegebene Länge um 3°. 11′ vermin-
ert werden, um die Länge, von der Inſel
Ferro angerechnet, zu erhalten.

Ohne Zweifel rechnete man damals, als
ie Charte verfertigt wurde, den Meridian
er Inſel Ferro noch 22½ Grad weſtwärts
on dem Pariſer (9), da man doch nachher
and, daß die Entfernung nur 19°. 52′ be-
rug, wofür man in der Folge die runde
Zahl 20 Grad annahm. Es müßte alſo die
Länge jedes Orts auf der Charte, wenn ihre Me-
ridiane von der vermeintlichen Inſel Ferro (9)
angerechnet würden, eigentlich nur um 2°. 30′
größer ſeyn, als die, von der wahren Inſel
Ferro, 20 Grad weſtlich von Paris, ange-
rechnete. Wir haben aber gefunden, daß die
Länge von Wien auf der Charte um 3°. 11′
zu groß war, das kan mit daher rühren, daß
man damals in der wahren Lage von Wien
ſelbſt noch nicht ſo gewiß war, als man es
jetzt iſt; Vielleicht wurde auch von dem Me-
ridiane (8) angerechnet, da denn die 11′
Ueberſchuß bloß von der nicht hinlänglich ge-
nauen Lage von Wien herrühren könnten.

12. Dies Beyſpiel wird zeigen, wie in
andern Fällen die Vergleichungen anzuſtellen
ſind.

ſind. Findet man ſolchergeſtalt für mehrere Oerter auf der Charte, daß die angegebenen Längen, mit den wahren verglichen, einerley Unterſchiede, wie z. E. in dem obigen Beyſpiele, immer 3°. 11′ geben, ſo zeigt dieſes, daß wenigſtens die Mittagskreiſe der Oerter auf der Charte, unter ſich ſelbſt ihre richtige Lage haben. Zeigen ſich aber Abweichungen, ſo folgt daraus, daß die Meridiane in ihren gegenſeitigen Lagen ſelbſt fehlerhaft ſind, und daher nach Maasgabe genauerer Beſtimmungen, einer Berichtigung bedürfen. Uebrigens muß man wiſſen, nach welcher Projectionsart das Netz der Charte gezeichnet worden iſt, damit man die auf der Charte angegebene Länge eines Orts gehörig abfaſſen, und mit der wahren vergleichen kan. Wie dies zu bewerkſtelligen, wird die Folge ausweiſen.

§. 9.

Tafel der verſchiedenen Grade der Mittagskreiſe, ſo wie ſie durch unmittelbare Meſſung gefunden worden.

1. Gewöhnlich nimmt man bey Entwerfung der Charten auf die Abweichung der Erde von der wahren Kugelgeſtalt nicht Rückſicht, ſondern betrachtet alle Meridiane, als vollkommene Kreiſe, die zu ihrem Durchmeſſer

meſſer ohngefähr das Mittel zwiſchen dem gröſten und kleinſten Durchmeſſer des Erd-ſphäroids halten.

In der That iſt auch der Fehler, der hieraus in der Mappirung der Charten ent-ſtehen kan, ſo geringe, daß er gewöhnlich durch weit gröſsere, die beym Zeichnen der Netze unvermeidlich ſind, verſtellt wird. In-deſſen können gewiſſe geographiſche Abſichten erfordern, auf dieſen Unterſchied oder Abwei-chung der Meridiane von der wahren Kreis-figur Rückſicht nehmen zu müſſen, daher ich hier das Nöthige davon beybringen muß.

2. Will man die Erde als eine Kugel anſehen, ſo kan man für ihren Durchmeſſer die Mittelzahl zwiſchen der Erdaxe, oder der Linie von einem Pole zum andern, und dem Durchmeſſer des Aequators annehmen.

Nach Maupertuis Angaben, wo der Durchmeſſer des Aequators = 6562480 Toi-ſen, die Erdaxe aber = 6525600 T. wäre, fände ſich ſolchergeſtalt die Mittelzahl 6544040 Toiſen, und dieſe könnte man alſo für den Durchmeſſer der Erde, als vollkommene Kugel betrachtet, annehmen.

3. Hieraus fände ſich dann der ganze Umkreis der Erde, und daraus ferner die Länge eines Grades eines größten Kreiſes = 57107,5 Toiſen, folglich die Länge einer Minute = 951,79 T. und einer Secunde = 15,863 Toiſen.

4. Da indeſſen die Erde keine wahre Kugel, ſondern ein nach den Polen zu zuſammengedrücktes Sphäroid iſt, ſo können nicht alle gemeſſenen Grade eines Meridians, mit der (3) angegebenen mittlern Beſtimmung übereinkommen, ſondern die Grade müſſen nach den Polen zu größer, als um den Aequator herum ſeyn, weil die Erde nach den Polen zu flächer wird, und jeder Grad des Meridians, nahe bey dem Pole, gleichſam zu einem größern Halbmeſſer gehört, als ein Grad des Meridians, nahe um den Aequator.

5. Indeſſen laſſen ſich die unmittelbar auf der Erde gemeſſenen Grade, nicht in eine ganz regelmäſige Krümmung eines Meridians, z. E. etwa in eine elliptiſche bringen, woran nun freylich auch die Fehler in den gemeſſenen Graden mit Schuld ſeyn können. Doch findet Hr. Prof. Klügel (Berlin. Aſtr. Jahrbuch 1788. S. 213.), daß wenn man die Erde für einen vollkommen elliptiſchen Körper, d. h. für einen Körper, der durch die Umdrehung einer Ellipſe um

um ihre kleinere Axe entſtehen würde, annehmen wollte, die gemeſſenen Grade am beſten auf eine Ellipſe paſſen würden, deren kleiner Durchmeſſer oder Axe = 6524894 Toiſen, der größere = 6559982 wäre. Dieß gäbe demnach das Mittel zwiſchen beyden Durchmeſſern = 6542438 T. merklich von dem oberwähnten Mittel (2) verſchieden. Auch würde dann die Größe eines Grades = 57093 T.

6. Hr. Prof. **Klügel** nimmt indeſſen die Erde für eine Kugel, deren Umfang dem mittlern Umfange des Erdſphäroids gleich wäre, und berechnet hieraus die Größe eines Grades auf dieſer Kugel = 57173,5 Toiſen. Alſo

1 Minute = 952,89 T.
1 Secunde = 15,881 Toiſ.

7. Die **würklich gemeſſenen** Meridian-Grade auf der Erde verhalten ſich aber unter den verſchiedenen geographiſchen Breiten folgendermaaſen.

Die Columme I. bedeutet, unter welchem Abſtande vom Aequator der Grad des Meridians gemeſſen worden, alſo die geographiſche Breite der Mitte des gemeſſenen Grades. II. bedeutet den Werth des Grades in Toiſen und III. wer ihn gemeſſen.

I.	II.	III.
° ′		
0. 30	56753	Bouguer und Condamine a)
33. 18 ſ.	57037	de la Caille b)
39. 12 n.	56888	Maſon und Dixon c)
43. 0	56979	Boscowich d)
44. 44	57069	Beccaria e)
45. 0	57028	Mem. de l'Ac. 1758. p. 244.
45. 57	56881	Liesganig in Ungarn f)
48. 43	57086	Liesganig in Oeſtreich g)
49. 23	57069	Maupertuis h)
66. 20	57422	Unter dem Polarkreiſe i)

8. Hr.

a) La fig. de la Terre par les obſerv. de Mrs. Bouguer et de la Condamine par Mr. Bouguer Par. 1749. Meſure de trois premiers degrés du Merid. dans l'hemiſphère auſtral. . par Mr. de la Condamine Par. 1751.

b) diverſes obſ. aſtronomiques. . faites au Cap de b. Eſper. Mem. de l'Ac. des Sc. 1751. p. 435.

c) In Nordamerica — Phil. Transact. 1768. p.326.

d) de litteraria exped. franz. mit Noten vermehrt Voyage aſtron. et geogr. dans l'état de l'egliſe 1770.

e) Gradus Taurinenſis 1774.

f und *g*) Dimenſio graduum viennenſ. et hungarici. 1770.

h) Degrés du Mer. entre Paris et Amiens par Mr. de Maup. 1740.

i) Maupertuis figure de la Terre.

8. Hr. Prof. Klügel k) hat geſucht, eine Formel anzugeben, welche mit der kleinſten nerklichen Abweichung die berechneten Grade o giebt, wie ſie nach der unmittelbaren Meſſung gefunden worden. Die Formel iſt olgende

$$G = 57100 - 460 \cos 2\beta + 97 \cos 4\beta + 8 \cos 6\beta$$

tatt deren auch ſolgende

$$G = 56745 + 1160 \sin \beta^4 - 256 \sin \beta^6$$

ebraucht werden kann, wo denn G den Grad es Meridians bedeutet, deſſen Mitte der geo- raphiſchen Breite β entſpricht.

9. Nach dieſer Formel kommen von 5 zu 5 Graden der Breite, folgende Werthe der Meridiangrade.

β	G
0	56745
5	56745
10	56746
15	56750
20	56760
25	56781
30	56813
35	56861
40	56925

β	G
45	57003
50	57093
55	57190
60	57289
65	57386
70	57473
75	57547
80	57603
85	57637
90	57649

10. Man überſieht aus dieſem Täfelch wie die Meridiangrade vom Aequator n den Polen immer mehr zunehmen. Nim man den Unterſchied zwiſchen dem Meridi grade unter dem Pole = 57649 T. und d unter dem Aequator = 56745 Toiſ., ſo ſolcher = 57649 — 56745 = 904 Toiſ Dieſer Unterſchied von 904 T. beträgt ohn fähr den 60ten bis 61ten Theil des Gra unter dem Aequator, alſo ungefähr 1 Minu und iſt demnach in Landcharten kaum merklich.

11. Berechnet man nach der Formel (auch die Meridiangrade (7), welche unm telbar gemeſſen worden, ſo zeigen ſich ſo ringe Unterſchiede zwiſchen Rechnung und M ſung, daß für die folgenden Betrachtung dieſe Fehler ganz für nichts gelten können.

12. Endlich berechnet Hr. Prof. Klügel auch den Halbmeſſer der Krümmung eines Meridiangrades unter dem Aequator, d. h. den Halbmeſſer eines Kreiſes, auf welchem 1 Grad übereinſtimmen würde, mit einem Grade des Meridians unter dem Aequator, und findet dieſen Halbmeſſer = 3251249 Toiſen, und ſo auf eine ähnliche Art den Halbmeſſer der Krümmung für einen Meridiangrad unter dem Pole = 3303045. Ferner den Halbmeſſer des Aequators = 3279991, die halbe Axe der Erde = 3262447, alles in Toiſen. Alſo das Verhältnis des Halbmeſſers des Aequators zur halben Axe der Erde = 3279991 : 3262447 = 187 : 186.

Die Größe eines Grades auf dem Aequator findet er = 57247 T.

13. In der Formel (8) nennt Hr. Prof. Klügel die Zahl 57100 den mittlern Grad der Breite. Ihm würde ein Krümmungshalbmeſſer = 3271589 entſprechen.

14. Die Größe eines Grades auf dem von Hrn. Kl. ſogenannten mittlern Umfange der Erde (6) iſt das arithmetiſche Mittel zwiſchen dem mittlern Meridiangrade 57100 (13) und einem Grade des Aequators (12).

§. 10.

Tafel für die Grade auf den Parallelkreiſen, je nachdem man die Erde für eine Kugel, oder für ein elliptiſches Sphäroid annimmt.

1. Es ſey APDQ Fig. 1. ein Meridian auf dem elliptiſchen Erdſphäroid, P und Q die beyden Pole. AD der Durchmeſſer des Aequators, alſo A und D ein paar Punkte im Aequator und PQ die Erdaxe. M ein beliebiger Punkt auf dem Meridiane, und MN ſenkrecht auf PQ, ſo iſt MN der Halbmeſſer des Parallelkreiſes durch M.

2. Gedenkt man ſich an M eine Tangente $\mu\nu$, oder Berührungsebene des Meridians AMP, ſo iſt dies die Horizontalebene des Ortes M.

3. ML ſenkrecht auf $\mu\nu$, iſt des Orts M Verticallinie.

4. Sie ſchneide die Erdaxe PQ in L, ſo iſt der Winkel MLP, des Orts M, oder des Parallels, in welchem M liegt, Abſtand vom Pole P, oder das Complement der geographiſchen Breite des Orts M, welche letztere durch den Winkel AKM, welchen ML mit AD macht, gemeſſen wird.

5. Iſt

5. Iſt nun der Meridian APDQ eine Ellipſe, ſo iſt ML eine ſogenannte Normal-Linie derſelben, für den Punkt M.

6. MV ſey der Halbmeſſer eines Kreiſes, auf welchem ein ſehr kleiner Bogen, z. E. von einem Grade, ohne merklichen Fehler übereinſtimme mit einem eben ſo kleinen Bogen des Erdmeridians bey M, ſo daß man den Grad des Erdmeridians bey M, für einen Grad eines mit MV beſchriebenen Kreiſes nehmen darf, ſo heißt MV der Krümmungshalbmeſſer für die Stelle M des Meridians.

7. Dieſer Krümmungshalbmeſſer iſt bey einer Ellipſe, deren große und kleine Axen, AD und PQ, ſo wenig, wie bey unſerem Erdkörper, von einander unterſchieden ſind, beynahe der dem Punkte M zugehörigen Normal-Linie ML gleich.

8. Die höhere Geometrie lehrt, in einer Ellipſe, deren halber kleiner Durchmeſſer OP = m und halber großer OD = n iſt, das Verhalten zwiſchen der einem gegebenen Punkte M zugehörigen Normal-Linie ML und dem Krümmungshalbmeſſer MV zu finden.

9. Heißt

9. Heißt man den Krümmungshalbmeſſer bey M alſo MV = r, ſund die Normal-Linie ML = w, ſo iſt

$$w^3 = \frac{n^4}{m^2} . r$$

demnach

$$w = \sqrt[3]{(\frac{n^4 . r}{m^2})}$$

Beweiſe dieſes Satzes findet man in den Anfangsgründen der Algebra, z. E. in Hrn. Hofr. Kåſtners Anf. der Anal. des Unendl. 547. wo ſtatt des dortigen Quadrats des Parameters nur $\frac{4 . n^4}{m^2}$ geſetzt werden darf.

10. Nun heiſſe ferner des Orts M geographiſche Breite, oder der Winkel AKM = β, alſo das Complement deſſelben zu 90°, mithin der Winkel MLN in dem rechtwinklichten Dreyecke MNL = 90° — β, ſo iſt der Halbmeſſer des Parallelkreiſes durch M, den ich ϱ heiſſen will = ML . coſ β oder ϱ = w coſ β, d. h. (9)

$$\varrho = \cos\beta . \sqrt[3]{(\frac{n^4}{m^2} . r)}$$

Den

Den Halbmeſſer der Krümmung bey M, oder den Werth von r, kan man aus dem Grade des Meridians bey M, vermittelſt der Tafel (§. 9. 9.) finden.

11. Heißt dieſer Grad in Toiſen = G, ſo iſt, wenn π die Ludolphiſche Zahl = 3,141592.. bedeutet, der Halbmeſſer eines Kreiſes, auf welchem ein Grad = G ſeyn würde, $= \frac{G.180}{\pi}$, wie aus der Geometrie erhellet,

alſo $r = \frac{G.180}{\pi}$ (6. 9).

Demnach der Halbmeſſer des Parallels bey M, oder

$$\varrho = \cos \beta . \sqrt[3]{\left(\frac{n^4}{m^2} . G . \frac{180}{\pi}\right)}.$$

12. Wenn M in A fällt, alſo $\beta = 0$ iſt, ſo wird dieſer Halbmeſſer des Parallels = dem Halbmeſſer des Aequators = AO = n, und G = einem Grade des Meridians unter dem Aequator ſeyn müſſen.

13. Nennt man daher den Grad des Meridians bey A oder unter dem Aequator, = g, ſo hat man

 n =

BIBLIOTHECA REGIA MONACENSIS

$$n = \sqrt[3]{\left(\frac{n^4}{m^2} \cdot g \cdot \frac{180}{\pi}\right)}$$

oder

$$\frac{n}{\sqrt[3]{g}} = \sqrt[3]{\left(\frac{n^4}{m^2} \cdot \frac{180}{\pi}\right)}$$

Demnach in (11) der Halbmeſſer des Pa-
lels bey M oder

$$\varrho = n \cos\beta \,.\, \sqrt[3]{\frac{G}{g}}$$

14. Ferner muß ſich der Halbmeſſer d
Aequators, oder n, verhalten zu einem Gra
des Aequators, den ich = 𝔊 heiſſen wi
wie der Halbmeſſer des Parallels durch M
zu einem Grade dieſes Parallels, weil ſ
ähnliche Bögen, überhaupt auf zwey Kreiſen
verhalten wie die Halbmeſſer. Heißt man a
einen Grad des Parallels durch M = γ,
hat man

$$n : \mathfrak{G} = \varrho : \gamma \quad \text{alſo}$$

ſtatt ϱ den Werth (13) geſetzt,

$$\gamma = \mathfrak{G} \cos\beta \sqrt[3]{\frac{G}{g}}$$

Wi

15. Will man in dieſer Formel den Grad
s Aequators nicht gebrauchen, ſondern viel-
ehr den Halbmeſſer n des Aequators, ſo
rf man, wie in (11), ſtatt $\mathfrak{G}$ nur ſetzen
$.\frac{\pi}{80}$, wo denn $\frac{\pi}{180} = 0{,}017453$ und zum
ehufe der Rechnung mit Logarithmen

$$\log 0{,}0174.. = \log \pi - \log 180$$
$$= 0{,}2418774 - 2$$

.

16. Will man aber den bereits berechneten
rad des Aequators, alſo den Werth von
$= 57247$ (§. 9. 12) brauchen, ſo iſt in (14)

$$\log \gamma = \log \mathfrak{G} + l \operatorname{coſ} \beta + \tfrac{1}{3} (\log G - \log g)$$

17. Würde die Erde als eine Kugel be-
achtet, auf der alle Grade des Meridians
nander gleich, und zwar den Graden
s Aequators gleich wären, ſo hätte
an in dieſem Falle in (14) $\mathfrak{G} = G = g$
ſetzen. Hieße demnach auf einer Kugel
eſer Art der Grad des Parallels, welcher
r geographiſchen Breite β zugehörte, $= g$,
hätte man $g = \mathfrak{G} \operatorname{coſ} \beta$.

18. Folglich in (14) auf dem wahren
rdſphäroid

$$^{3}\ G$$

woraus denn erhellet, daß man die Grade wie g, auf dem Parallelkreiſe einer Kugel wie (17) nur mit $\sqrt[3]{\frac{G}{g}}$ multipliciren dürfe, um die Grade der Parallelkreiſe auf dem wahren Erdſphäroid zu erhalten.

19. In nachſtehender Tabelle zeigen ſich von 5 zu 5 Graden der Breite, die Werthe der Grade auf den Parallelkreiſen, ſowohl für eine Kugel wie (17), als auch für das wahre Erdſphäroid.

Die Columne I. enthält die geographiſchen Breiten, alſo die Werthe von β.

Die Columne II. die ihnen entſprechenden Grade der Parallelkreiſe, auf einer Kugel wie (17), alſo die Werthe von $g = \mathfrak{G} \cos \beta = 57247. \cos \beta$.

Die Col. III. enthält die Werthe von den Graden der Parallelkreiſe auf einem wahren Sphäroid, dergleichen die Erde iſt, alſo die Werthe von γ.

Und endlich die Columne IV. die Unterſchiede der Werthe der IIten und IIIten Columne, alles in Toiſen.

I.	II.	III.	IV.
0	57247	57247	0
5	57029	57029	0
10	56377	56377	0
15	55296	55298	2
20	53794	53799	5
25	51883	51895	12
30	49577	49597	20
35	46894	46926	32
40	43854	43900	46
45	40479	40541	62
50	36798	36875	77
55	32835	32921	86
60	28623	28715	92
65	24194	24283	89
70	19580	19663	83
75	14816	14887	71
80	9941	9991	50
85	4989	5015	26
90	0	0	0

20. Bey der Berechnung der Werthe von γ ſind für G und g die Klügeliſchen Beſtimmungen, nemlich für G die Werthe der Meridiangrade auf dem Erdſphäroid aus der Tafel (§. 9. 9.) genommen, und für g der Werth eines Meridiangrades unter dem Aequator, welcher ſich ebenfalls aus der Tafel (§. 9.) = 56745 ergiebt.

So iſt z. E., wenn man den Werth von γ für $\beta = 40°$ berechnen wollte, aus der Tafel (§. 9.) erſtlich G = 56925 für $\beta = 40°$, alſo $\frac{G}{g} = \frac{56925}{56745}$; und nun

$$\log \mathfrak{G} = l\ 57247 = 4{,}7577527$$
$$\log \cos \beta = 9{,}8842540 - 10$$

$$\text{Summe} = \log g = 4{,}6420067$$

$$\text{Ferner} \quad \log G = 4{,}7553030$$
$$\log g = 4{,}7539276$$

$$\log G - \log g = 0{,}0013754$$
$$\text{hievon } \tfrac{1}{3} \;..\; 0{,}0004584$$
$$\text{dies addirt zu } \log g = 4{,}6420067$$

$$\text{Giebt } \log \gamma = 4{,}6424651$$

alſo zunächſt $\gamma =$ 43900, wie in der Tafel (19) für $\beta = 40°$ ſteht.

21. Man bemerkt leicht aus der Columne IV. dieſer Tafel, daß die Unterſchiede zwiſchen den Graden des Parallels auf der Kugel (17) und dem wahren Sphäroide, ohngefähr zwiſchen dem 60ten und 65ten Grad der Breite, am größten ſind, und ſich auf 90 und etliche Toiſen belaufen können. Aber doch ſind ſie immer gering genug, um ſie bey Verzeichnung der Landcharten beyſeite ſetzen zu dürfen, und alſo die Parallelgrade ſo

zu

zu nehmen, wie ſie auf einer würklichen Kugel ſtatt finden.

22. Von etwas größerem Belange ſind die Unterſchiede der **Meridiangrade** auf der Kugel und auf dem Sphäroid. Auf erſterer würden ſie alle von gleicher Größe, auf dem leztern aber, in dem Verhältniſſe nach den Polen zu, größer werden, wie ſolches aus der Tafel (§. 9.) zu erſehen iſt. Allein auch bey dieſen iſt doch die Ungleichheit nicht ſo groß, daß es ſich der Mühe verlohnen ſollte, bey Verzeichnung der Charten Rückſicht darauf zu nehmen, wie bereits (§. 9. 10.) errinnert worden, und alſo nur in Fällen der äuſſerſten Genauigkeit dürfte dieſes Wachſen der Meridiangrade nach den Polen des Erdſphäroids, in einige Betrachtung kommen.

Die bisherigen Unterſuchungen waren nöthig, um zu zeigen, daß in allen gewöhnlichen Fällen bey Verzeichnung der Landcharten, es vollkommen verſtattet ſey, die Abweichung der Erde von der Kugelgeſtalt beyſeite zu ſetzen. Denn ein Unterſchied von 90 bis 100 Toiſen, wird auf geographiſchen Charten wohl für einen Punkt gelten dürfen.

§. 11.

Geographiſche Maaße.

1. Da auf den Landcharten gewöhnlich
Maaßſtab zur Beſtimmung der Entfernun
der Oerter gezeichnet wird, hiezu aber k
ſo kleine Einheit, als eine Toiſe, eine R
oder ein Schuh, wie bey geometriſchen Ri
gebraucht werden kan, ſo pflegt man ſich d
der im gemeinen Leben eingeführten Mei
zu bedienen.

2. Allein da die Größe der Meilen,
verſchiedenen Ländern ſehr verſchieden iſt,
muß der Geograph ſich genau um dieſe V
ſchiedenheit, mit einem Worte, um die V
hältniſſe der Meilenmaaße, und um die a
lute Größe der Meilen bekümmern.

3. Dies iſt um ſo nöthiger, wenn R
beſchreibungen und ähnliche Hülfsmittel
Verfertigung neuer Charten gebraucht werd
wenn z. E. Lagen von Oertern, Entfern
gen u. dgl. in Reiſejournalen vorkomm
oder auch von Specialcharten abgenomm
worden ſind, und man dadurch die Oe
ſelbſt in die neu zu verfertigende Charte
tragen, oder auch die daraus hergeleiteten B
ſtimmungen, in Anſehung der geographiſc
Längen und Breiten, mit aſtronomiſchen Be
achtungen vergleichen will.

4. Aus Mangel einer hinlänglichen Kennt-
nis der verſchiedenen Meilenmaaße ſind ſchon
die gröbſten Fehler aus Reiſejournalen in die
Landcharten gekommen, und man begreift hier-
aus, wie nothwendig, zu Prüfungen und
Vergleichungen, eine möglichſt genaue Tafel
der verſchiedenen Meilenverhältniſſe ſey.

5. Je mehr Charten ins Große gehen,
deſto eher verſchwinden indeſſen kleine Theil-
chen von Meilenmaaßen, und fallen in einen
phyſiſchen Punkt zuſammen. Auf einer Char-
te, worauf z. E. eine Meile etwa einen Zoll
betrüge, wird der 100te Theil einer Meile,
alſo eine Länge von ohngefähr 40 Toiſen, oder
240 pariſer Schuhen, ſchon in einen un-
merklichen Punkt zuſammenfallen, und alſo in
keine Betrachtung kommen.

6. In der Geographie verſteht man
gewöhnlich unter einer Meile den 15ten
Theil von einem Grade des Erdmeridians,
oder ſonſt eines größten Kreiſes, der um die
Erde herumgeht, und betrachtet dabey ge-
wöhnlich die Erde als eine Kugel.

7. Will man indeſſen mit Hrn. Prof. Klü-
gel den 15ten Theil von einem Grade des
mittlern Umfangs des Erdſphäroids
(§. 9. 6.) eine Meile nennen, und die Erde ſelbſt
für eine Kugel von jenem mittlern Umfange neh-

men, ſo fände ſich der Werth einer ſolchen Meile = $\frac{57173,5}{15}$ = 3811,6 pariſ. Toiſen = 22869,5 pariſ. Schuhen = 23661 Reinländiſchen Schuhen, das Verhältnis des pariſer Schuhes zum Reinländ. = 14400 : 13918,3 angenommen (man ſ. den erſten Theil meiner pract. Geom. §. 14).

8. Wollte man aber die Erde für eine Kugel annehmen, deren Durchmeſſer das Mittel zwiſchen dem größten und kleinſten Durchmeſſer der Erde nach Maupertuis Angaben hielte (§. 9. 3.), ſo wäre ein Grad auf einem größten Kreiſe dieſer Kugel = 57107,5 T., alſo die geographiſche Meile = $\frac{57107,5}{15}$ = 3807 Toiſen.

9. Nähme man die Erde für eine Kugel, deren Grade denen des Erdäquators gleich wären, ſo würde der Werth einer Meile = $\frac{57247}{15}$ = 3816,5 Toiſen (§. 9. 12).

10. Am beſten mögte es ſeyn, die Klügeliſche Beſtimmung (7) zum Grunde zu legen, und nach derſelben die Verhältniſſe anderer Meilen und geographiſchen Maaße zu beſtimmen.

11. Was

11. Was nemlich im gemeinen Leben eine Meile genannt wird, weicht oft ſehr merklich von der geographiſchen Meile, von der bisher die Rede war, ab. Man heißt letztere auch eine deutſche Meile, weil ſie von den Niederdeutſchen Schiffern und Geographen zuerſt bey der Verzeichnung und dem Gebrauche der Landcharten eingeführt wurde. Sie iſt aber faſt nirgends im deutſchen Reiche gebräuchlich, indem faſt in jeder Provinz eine andere Meile, zur größten Unbequemlichkeit der Reiſenden, und der Geographen, eingeführt iſt. Die geographiſche Meile wird indeſſen gewöhnlich bey Zeichnung der Landcharten zum Grunde gelegt, und wenn nach andern Meilenangaben Oerter einzutragen ſind, ſo werden dieſe Angaben, erſt auf die geographiſche Meile gebracht, die wegen ihrer Bequemlichkeit, da ſie ein aliquoter Theil, nemlich der 15te eines Meridiangrades iſt, vortheilhafter als andere Meilen gebraucht wird, die keinen ſolchen aliquoten Theil ausmachen.

Im 29ten §. des erſten Theiles meiner practiſchen Geometrie, iſt ein möglichſt genaues Verzeichnis der Werthe der in verſchiedenen Provinzen eingeführten Meilen, und anderer Maaße zur Beſtimmung der Diſtanzen auf der Erde, in reinländiſchen Schuhen angegeben.

nicht gebräuchlich ſind, ſo habe ich jene A
gaben, zu beſſern Behufe bey Verzeichn
der Landcharten, ſämmtlich auf geographiſ
Meilen, deren 15 einen Grad des mittl
Erdumfangs, nach der Klügeliſchen Beſti
mung, ausmachen, reducirt, und zwar der
ſtalt, daß, wie nachfolgende Tafel ausweiſ
berechnet worden iſt, wie viel allemahl 1
Meilen, oder 100 Einheiten, dergleichen
der erſten Columne benennt ſind, an geog
phiſchen Meilen betragen. Die dritte Colum
zeigt, wie viel der in der erſten Colum
bemerkten Meilen allemahl auf einen Gr
gehen.

Meilen, deren Benennung und Grundmaaße.	100 derſelben betragē in geographiſchen Meilen.	Gehen einen G des Me
Arabiſche . . .	26,470	56,(
Armeniſche, Farſang = 30 griechiſchen Stadien = 3 römiſchen Meilen . .	59,864	25,(
Bayriſche, kleine Meile	105,660	14,1
große . .	172,440	8,(
Böhmiſche, zu 3545 Toiſ.	93,052	16,1
Burgundiſche, zu 1500 reinl. Ruthen . .	76,142	19,7
Chineſiſche neue Li . .	7,755	193,4
Churbraunſchw. PolizeyM. = 2811,2 reinl. Ruth.	142,580	10,5

Däniſche a 1200 Dän. Ellen = 24000 reinl. Schuhe	101,430	14,79
Deutſche alte Raſta = 3 römiſchen Meilen	59,860	25,00
neue kleine	84,527	17,74
geographiſche	100,000	15,00
Egyptiſche Schönus zu 60 ägyptiſchen Stadien	79,367	18,90
Flandriſche	84,527	17,74
Franzöſiſche, alte Leuka oder Lewa = 1,5 röm. M.	29,762	50,50
neue Lieue	59,864	25,00
Seemeile	74,824	20,00
Grosbrittaniſche alte = 17 Quarantenä	31,512	47,60
neue zu 1760 Yards	21,702	69,12
Seemeilen	24,999	60,00
Leagues	73,729	20,00
Hamburgiſche	101,430	14,79
Heſſiſche	132,870	11,29
Holländiſche	78,948	19,00
Irrländiſche = 1500 geogr. Schritt.	37,497	54,30
Italiäniſche = 1000 geogr. Schritt.	24,992	60,00
Jüdiſche, alte, Sabatherweg zu 2000 jüd. bibliſch. Ellen	14,881	100,80
Litthauiſche	120,580	12,44
Londner von 1666$\frac{2}{3}$ Yards	20,549	73,00

Nieder

Niederländiſche Stunden	76,256	19,67
Seemeilen	74,824	20,00
Nürnbergiſche . .	114,110	13,10
Oeſterreichiſche . .	200,760	7,48
Perſiſche, Farſang . .	66,667	22,50
Polniſche = 1 Seemeile	74,824	20,00
Portugieſiſche . .	83,332	18,00
Preuſſiſche zu 1800 Danz. Ruthen	104,390	14,37
Römiſche zu 8 olympiſchen Stadien	19,864	75,50
Ruſſiſche Werſta = 1500 Archinen	14,378	104,30
Sächſiſche, Polizeymeile = 16000 Dresd. Ellen	122,050	12,29
Schleſiſche zu 11250 ſchleſ. Ellen	87,107	17,18
Schottländiſche zu 1147 T.	30,087	49,85
Schwäbiſche . .	124,940	12,00
Schwediſche zu 18000 Ellen	144,090	10,41
Schweizeriſche . .	112,520	13,30
Spaniſche zu 5000 Varas oder 2147 Toiſ.	56,329	26,63
Stadien, oder Felwege		
1) griechiſche, olympiſche = 100 Orgy	2,498	600, 0
2) Seemeilen . .	1,999	750, 0
3) egyptiſche . .	1,331	1125
Türkiſche Berri . .	22,497	66,67
Seemeile .	17,662	86,40

Unga-

Ungariſche . . .	112,530	13,30
Weſtphäliſche . .	153,410	9,77

12. Aus dieſer Tafel iſt es nun leicht, die Meilenmaaßſtäbe, die man etwa auf Landcharten nöthig hat, ſelbſt zu verzeichnen.

Nachdem man nemlich auf einer Charte den Maasſtab für die geographiſchen Meilen verzeichnet hat, ſo faſſe man ſo viele dieſer geographiſchen Meilen (und Theile derſelben), als 100 Meilen einer andern Art nach dieſer Tafel betragen, mit einem Zirkel ab, trage ſie auf eine gerade Linie, und theile den Raum in 100 Theile, ſo hat man die einzeln Meilen der vorgegebenen Art. Wollte man z. E. auf einer Charte, worauf bereits die geographiſchen Meilen gezeichnet ſind, ſchwediſche Meilen verzeichnen, ſo ſuche man in der vorhergehenden Tafel, wie viel 100 ſchwediſche Meilən geographiſche betragen. Man findet 144,09 geogr. Meilen, wofür ich ſchlechtweg 144 nehmen will. Man faſſe alſo von dem Maasſtabe der geographiſchen M. 144 Meilen ab, und theile dieſen Raum in 100 gleiche Theile, ſo geben dieſe Theile die ſchwediſchen Meilen, in ihrem richtigen Verhältniſſe zu den geographiſchen, und ſo in andern Fällen. Daher denn die Einrichtung dieſer Tafel zur Verzeichnung der Meilenmaasſtäbe ſehr bequem iſt.

§. 12.

§. 12.

Tafel für die Grade auf den Parallelkreiſen, in Meilen ausgedrückt, unter der Vorausſetzung, daß die Erde eine Kugel ſey, auf der ein Grad eines größten Kreiſes = 15 geographiſchen Meilen.

1. Die Berechnung dieſer Tafel gründet ſich auf die oben gefundene Formel $\gamma = G \cos \beta$ (§. 10. 17.), nur daß jetzt ſtatt G der Werth von einem Grade des Aequators, oder eines größten Kreiſes, nicht in Toiſen, ſondern in Meilen geſetzt werden muß. Dieß giebt alſo in Meilen

$$\gamma = 15 \cdot \cos \beta.$$

2. Da zur Verzeichnung der Landcharten die Werthe der Parallelgrade in Meilen, ſehr häufig gebraucht werden, ſo zeigt nachſtehende Tafel dieſe Werthe γ von halben zu halben Graden der Breite β, oder des Abſtandes des Parallelkreiſes vom Aequator.

Abſtand vom Aequator	Meilen, und Meilentheilchen der Grade.	Abſtand vom Aequator	Meilen, und Meilentheilchen der Grade.
0 Gr.	15 Meil.		
$\frac{1}{2}$	14,999	$45\frac{1}{2}$	10,514
1	14,998	46	10,419
$1\frac{1}{2}$	14,994	$46\frac{1}{2}$	10,325
2	14,990	47	10,230

Abſtand vom Aequator	Meilen, und Meilentheilchen der Grade.	Abſtand vom Aequator	Meilen, und Meilentheilchen der Grade.
2½	14,986	47½	10,134
3	14,979	48	10,037
3½	14,972	48½	9,939
4	14,963	49	9,841
4½	14,954	49½	9,742
5	12,944	50	9,642
5½	14,931	50½	9,541
6	14,918	51	9,440
6½	14,904	51½	9,338
7	14,888	52	9,234
7½	14,871	52½	9,131
8	14,853	53	9,027
8½	14,835	53½	8,922
9	14,815	54	8,817
9½	14,794	54½	8,699
10	14,771	55	8,604
10½	14,748	55½	8,496
11	14,724	56	8,388
11½	14,698	56½	8,279
12	14,672	57	8,169
12½	14,644	57½	8,059
13	14,615	58	7,949
13½	14,585	58½	7,837
14	14,554	59	7,726
14½	14,522	59½	7,613
15	14,488	60	7,500
15½	14,454	60½	7,386
16	14,418	61	7,272
16½	14,382	61½	7,157

Abſtand vom Aequator	Meilen, und Meilentheilchen der Grade.	Abſtand vom Aequator	Meilen, un Meilentheilch der Grade.
17	14,344	62	7,042
17½	14,305	62½	6,926
18	14,265	63	6,810
18½	14,224	63½	6,693
19	14,182	64	6,575
19½	14,139	64½	6,458
20	14,095	65	6,339
20½	14,050	65½	6,220
21	14,003	66	6,101
21½	13,956	66½	5,981
22	13,907	67	5,861
22½	13,858	67½	5,740
23	13,807	68	5,619
23½	13,755	68½	5,497
24	13,703	69	5,375
24½	13,649	69½	5,253
25	13,605	70	5,130
25½	13,538	70½	5,007
26	13,482	71	4,884
26½	13,424	71½	4,759
27	13,365	72	4,636
27½	13,305	72½	4,522
28	13,244	73	4,385
28½	13,182	73½	4,260
29	13,119	74	4,134
29½	13,055	74½	4,008
30	12,990	75	3,882
30½	12,924	75½	3,756
31	12,857	76	3,62[illegible]

Abſtand vom Aequator	Meilen, und Meilentheilchen der Grade.	Abſtand vom Aequator	Meilen, und Meilentheilchen der Grade.
31½	12,789	76½	3,502
32	12,721	77	3,374
32½	12,651	77½	3,247
33	12,580	78	3,119
33½	12,508	78½	2,990
34	12,430	79	2,862
34½	12,362	79½	2,733
35	12,287	80	2,605
35½	12,212	80½	2,476
36	12,135	81	2,346
36½	12,058	81½	2,217
37	11,980	82	2,088
37½	11,900	82½	1,958
38	11,820	83	1,828
38½	11,739	83½	1,698
39	11,657	84	1,568
39½	11,574	84½	1,438
40	11,491	85	1,307
40½	11,406	85½	1,177
41	11,321	86	1,046
41½	11,234	86½	0,916
42	11,147	87	0,785
42½	11,059	87½	0,654
43	10,970	88	0,523
43½	10,881	88½	0,393
44	10,790	89	0,262
44½	10,699	89½	0,131
45	10,607	90	0

§. 13.

1. Aus den bereits (§. 9 u. 10) angeführten Täfelchen läßt ſich nunmehr leicht berechnen, wie viel Meilen auf einen jeden Grad des Meridians und eines jeden Parallels auf der wahren ſphäroidiſchen Erde, kommen würden, wenn man den Grad des Aequators auf einer Kugel wie (§. 10. 17.) zu 15 Meilen anſetzt.

Exempel. Aus dem Täfelchen (§. 9. 9.) für die ſphäroidiſche Erde, iſt unter dem 35ten Grad der Breite

1 Grad des Meridians = 56861 Toiſ.

1 Grad des Parallels = 46926 (§. 10. 19.)

Da nun nach der Klügeliſchen Beſtimmung (§. 11. 7.) 1 Meile = 3811,6 Toiſen, ſo ſchließe man

$$3811{,}6 : 1 = 56861 : x$$

und

$$3811{,}6 : 1 = 46926 : y$$

ſo geben x und y die Werthe jener Grade in Meilen.

2. Man kan ſich zur Berechnung, der Logarithmen bedienen, wie folget:

log

$$\log 56861 = 4{,}7548145$$
$$\log 3811{,}6 = 3{,}5811073$$
$$\log x = 1{,}1737072$$
Alſo $x = 14{,}918$ Meilen

Ferner $\log 46926 = 4{,}6714135$
$$\log 3811{,}6 = 3{,}5811073$$
$$\log y = 1{,}0903062$$
alſo $y = 12{,}311$ Meilen.

3. Auf der Erde als eine Kugel wie (§. 10. 17.) betrachtet, würde $x = 15$ Meilen, und $y = 12{,}287$ M. (§. 12. 2) ſeyn müſſen. Die Unterſchiede von den (2) gefundenen Werthen ſind für den Landcharten-Zeichner in den gewöhnlichſten Fällen ganz unbeträchtlich.

§. 14.

Beſtimmung des Abſtandes der Oerter auf der Erde in Meilen.

1. Auch dieſe Frage kan dem Geographen ſehr oft vorkommen, daher ich ihre Auflöſung hier beybringen muß.

2. Unter dem Abſtande zweyer Oerter auf der Erde (als Kugel betrachtet), verſteht man den Bogen eines gröſsten Kreiſes, den man ſich durch beyde Oerter gedenken muß.

Hier laſſen ſich nun unterſchiedene Fälle betrachten.

I. Fall. Wenn zwey Oerter einerley geographiſche Länge haben, und folglich auch in einerley Mittagskreiſe liegen, aber der geographiſchen Breite nach, von einander unterſchieden ſind.

Aufl. Hier braucht man nur die Differenz, oder die Summe ihrer geographiſchen Breiten, je nachdem beyde Oerter nemlich auf einerley, oder verſchiedenen Seiten des Aequators liegen, zu nehmen, ſie durch Grade und Decimal-Theile von Graden auszudrücken und mit 15 zu multipliciren, ſo hat man den verlangten Abſtand in Meilen. Es verurſacht keinen merklichen Fehler, wenn auch beyde Oerter nicht ganz genau in einerley Mittagskreiſe lägen.

I. Exempel. Nach der obigen Tafel (§. 7.) liegen Leipzig und Koppenhagen ohngefähr in einerley Mittagskreiſe, indem der Unterſchied ihrer geographiſchen Längen nur ohngefähr 15 Minuten beträgt.

Die Breite von Leipzig iſt	51°. 19′. 14″
Koppenhagen	55. 41. 4
Unterſchied	4. 21. 50

Die-

Dieſes beträgt in Graden und Decimaltheilen von Graden 4,364 Grad. Alſo der Abſtand beyder Oerter = 4,364 mahl 15 = 65,46 Meilen.

Man kan indeſſen auch ſo rechnen

1 Grad	=	15 Meilen	
1 Min.	=	$\frac{1}{4}$ Meile	= 0,25 M.
1 Sec.	=	$\frac{1}{240}$ Meile	= 0,0042 M.

Alſo

4°	= 4. 15	=	60 Meilen
21′	= 21. 0,25	=	5,25
50″	= 50. 0,0042	=	0,21

Alſo 4°. 21′. 50″ = 65,46 Meilen wie vorhin gefunden worden.

II. Exempel. Das Vorgebürge der guten Hofnung hat mit Danzig beynahe einerley Länge

	° ′ ″	
Die Breite von Danzig iſt aber	= 54.21. 9	nördl.
vom Vorgebürge	= 33.55.15	ſüdl.
alſo der Abſtand beyder Oerter	= 88.16.24	

Nun ſind	88°	= 88. 15	= 1320	Meilen
	16′	= 16. 0,25	= 4	' '
	24″	= 24. 0,0042	= 0,1	'
	Summe		= 1324,1	M.

für die Entfernung des V. d. g. H. von Danzig.

Zweyter Fall. Wenn die Oerter im Aequator liegen, alſo einerley (oder auch beynahe einerley) Breite haben.

Aufl. Man ziehe die geographiſchen Längen beyder Oerter von einander ab, und verwandle den Unterſchied in Meilen, wie in den vorhergehenden Beyſpielen geſchehen.

Anm. Es kan ſich eräugnen, daß der Unterſchied dieſer Längen größer als 180° wird. In dieſem Falle nimmt man die Ergänzung zu 360°, weil, wenn zwey Oerter auf einem größten Kreiſe liegen, man unter ihrem Abſtande allemahl den kleinſten Bogen des gr. Kreiſes zwiſchen ihnen, verſteht.

Dritter Fall. Wenn die Oerter weder in dem Aequator, noch in einerley Mittagskreiſe liegen.

Aufl. In dieſem Falle muß man zur ſphäriſchen Trigonometrie ſeine Zuflucht nehmen, und den Bogen, der den Abſtand beyder Oerter mißt, durch Rechnung beſtimmen.

1. Es ſey demnach (Fig. II.) P der Pol, PAC der Meridian des einen Ortes A, und PBD der des andern B.

2. Beyde

2. Beyde Meridiane ſchneiden auf dem Aequator CL, einen Bogen CD, den Unterſchied der Mittagskreiſe, oder der Längen beyder Oerter ab, und dieſer Bogen CD iſt das Maaß des ſphäriſchen Winkels CPB, oder der Neigung beyder Mittagskreiſe gegen einander. Es heiſe CPB = λ.

3. Der Bogen PA, alſo der Abſtand des Orts A vom Pole P, mithin die Ergänzung der geographiſchen Breite CA des Orts A, zu 90°, heiſſe a, und eben ſo PB = b, ſo hat man in dem ſphäriſchen Dreyecke APB, worinn AB der Bogen eines durch A und B gehenden größten Kreiſes, den Abſtand beyder Oerter mißt, zwey Seiten PA = a, PB = b, und den eingeſchloſſenen Winkel APB = λ, woraus ſich denn AB = c durch Rechnung finden läßt.

4. Die Formel dazu iſt nach **Käſtners** Trigonometrie, oder auch nach den trigonometriſchen Formeln im 2ten Theile meiner practiſchen Geometrie (Tr. S. LIII. 2.) folgende

$$\cos AB = \cos AP . \cos BP + \sin AP . \sin PB . \cos APB$$

oder

$$\cos c = \cos a \cos b + \sin b \sin c \cos \lambda .$$

5. In dieſer Formel ſind alle trigonometriſchen Linien für den Sinus totus = 1 zu

nehmen, d. h. man muß von jeder, die man in den Tafeln aufſchlägt, von der rechten Hand gegen die linke, 7 Decimalſtellen abſchneiden (Tr. S. I.), wenn man mit den Linien ſelbſt rechnen will. Da aber dieſes ſehr beſchwerlich ſeyn würde, ſo bedient man ſich der Logarithmen, da denn, wie bekannt, von jedem Logarithmen einer trigonometriſchen Linie allemahl 10 ganze Einheiten abgezogen werden müſſen, um den Logarithmen derſelben für den Sinus totus 1 zu erhalten (Tr. S. II). Die gefundene Formel beſteht aus zwey Theilen, wovon jeder für ſich durch Logarithmen zu berechnen iſt.

Uebrigens iſt noch zu bemerken, daß wenn in der Formel (4) Bogen oder Winkel vorkommen, welche über 90° ſind, ihre Coſinuſſe negativ zu nehmen ſind, nach den Regeln, wie ſolches die Trigonometrie, die ich als bekannt vorausſetzen muß, befiehlt.

I Exempel.

A bedeute Paris, B Stokholm.

So iſt aus der Tafel (§. 7.)

$$a = 90^\circ - 48^\circ.50'.12'' = 41^\circ.\ 9'.45''$$
$$b = 90\ \ - 59.20.31 = 30.39.29$$

Der

r Unterſchied beyder Längen

$$\lambda = 35°. 44'. 15'' - 20 = 15. 44. 15$$

) iſt log coſ a = 9,8767061 — 10
log coſ b = 9,9346124 — 10

Summe = 0,8113185 — 1

erzu gehört die Zahl 0,64761 = coſ a coſ b

rner log ſin a = 9,8183557 — 10
log ſin b = 9,7074962 — 10
l coſ λ = 9,9834072 — 10

Summe = 0,5092591 — 1

erzu gehört die Zahl 0,32304 = ſin a ſin b coſ λ.
Hierzu addirt 0,64761

giebt coſ c = 0,97065 für den Halb-
ſſer 1, woraus denn aus den Sinustafeln
= 13°. 55′ gefunden wird. Dies nach
4. I. Ex.) in Meilen verwandelt, giebt
r den Abſtand Stokholms von Paris
8,75 Meilen.

II Exempel.

A ſey wieder Paris, B aber in der
dlichen Halbkugel Batavia, ſo iſt, weil
e geographiſche Breite von Batavia ſüdlich
= 6°. 9′. 15″ iſt

b =

$$b = 90^\circ + 6^\circ.\,9'.\,15'' = 96^\circ.\,9'.\,15''.$$

Ferner

$$\lambda = 124^\circ.\,33'.\,40'' - 20^\circ = 104^\circ.\,33'.$$

wo ich die Secunden weglaſſen, und
Kürze wegen, $b = 96^\circ.\,9'$ und $\lambda = 104^\circ$
ſetzen will. Der Werth von a bleibt w
vorhergehenden Beyſpiele. Man hat den
erſtlich $\sin b = \sin (180^\circ - 96^\circ.\,9'$
$\sin 83^\circ.\,51'$ und $\cos b = - \sin 6^\circ.\,9'$
tiv, weil $b > 90^\circ$. Eben ſo cos
$\cos 104^\circ.\,34' = \cos (90^\circ + 14^\circ.\,34'$
$- \sin 14^\circ.\,34'$. gleichfalls negativ.

Demnach

$$\cos c = - \cos 41^\circ.\,9'.\,45''.\sin 6^\circ.\,9'$$

$$- \sin 41^\circ.\,9'.\,45''.\sin 83^\circ.\,51'.\sin 1\ldots$$

Es ſind alſo jetzt beyde Theile, wo
der cos c beſteht, negativ. Die Rech
giebt für den erſten Theil

$$l \cos 41^\circ.\,9'.\,45'' = 9{,}8767061 - 10$$
$$l \sin 6.\,9 = 9{,}0299182 - 10$$

$$\text{Summe} = 0{,}9066243 - 2$$

wozu die Zahl 0,08065 gehört.

ferner

$$
\begin{aligned}
&\quad\ {}^{\circ}\ \ \ {}'\ \ \ {}''\\
l\sin 41.\ 9.\ 45 &= 9{,}8183557-10\\
l\sin 83.\ 51 &= 9{,}9974933-10\\
l\sin 14.\ 34 &= 9{,}4005489-10\\
\hline
\text{Summe} &= 0{,}2163979-\ 1
\end{aligned}
$$

wozu die Zahl 0,16459 gehört

$$
\begin{aligned}
\text{Alſo } \cos c &= -0{,}16459-0{,}08065\\
&= -0{,}24524
\end{aligned}
$$

Da dieſer Werth negativ iſt, ſo zeigt dieſes an, daß c über 90° iſt. Man ſuche alſo einen Bogen, deſſen Sinus die für cos c gefundene Größe, bejaht genommen, iſt, und addire dieſen Bogen zu 90°, ſo hat man c, oder den Abſtand beyder Oerter, welchen man hierauf in Meilen verwandeln kan.

Nun iſt ein Bogen, deſſen Sinus = 0,24524 iſt = 14°. 11′ zunächſt, alſo

$$c = 90° + 14°.\ 11' = 104°.\ 11'.$$

Demnach in Meilen

$$c = 1562\tfrac{3}{4} \text{ Meilen.}$$

Dieſe Beyſpiele werden hinlänglich zeigen, wie in andern Fällen die Rechnung zu führen iſt.

Wenn

Wenn übrigens λ in der Formel größer ſeyn ſollte als 180°, ſo nimmt man die Ergänzung zu 360°, wie in (II Fall Anm.)

§. 15.

Ein leichtes Verfahren, den Abſtand zweyer Oerter A und B (Fig. III.), oder den Bogen AB eines größten Kreiſes zwiſchen A und B, durch Conſtruction zu finden.

1. Wenn (Fig. III.) P und Q die beyden Pole, und WR den Aequator vorſtellt, welcher die Meridiane PAQ, PBQ der beyden Oerter A und B, in m und n ſchneidet, ſo iſt der Bogen mn erſtlich dem Unterſchiede der erwähnten Mittagskreiſe gleich, und das Maaß des Winkels mpn, welchen die beyden in der Ebene des Aequators nach m und n hingezogenen Halbmeſſer pn, pm, am Mittelpunkte p der Erde mit einander machen, alſo mpn = λ.

2. Von dem Pole Q ziehe man nach A und B die Linien QA, QB, welche die Halbmeſſer pm, pn in a und b durchſchneiden.

3. Zieht man nun auch ab, ſo hat man in dem Dreyecke apb, aus den beyden Seiten pa, pb, und dem eingeſchloſſenen Winkel

apb

apb = λ, nach den Regeln der ebenen Trigonometrie (Tr. S. XVII.) erſtlich

$$pa^2 + pb^2 - 2 . pa . pb . \cos\lambda = ab^2$$

4. Nun iſt aber, wenn man PA als Sehne des Bogens PA zieht, der Winkel PAQ in dem Halbkreiſe PAmQ = 90°.

5. Da nun auch Qpa = 90°, weil PQ auf der Ebene des Aequators ſenkrecht ſteht, ſo ſind wegen des gemeinſchaftlichen Winkels PQA, beyde Dreyecke Qpa, QPA einander ähnlich, mithin

$$Qp : Qa = QA : QP$$

oder $$Qp . QP = Qa . QA.$$

6. Eben ſo wird denn auch für den Ort B

$$Qp . QP = Qb . QB.$$

7. Demnach (5. 6)

$$Qa . QA = Qb . QB$$

oder

$$Qa : Qb = QB : QA.$$

8. Folglich ſind in den geradlinigten Dreyecken Qab, QAB, wo in dem letztern die gerade Linie AB die Sehne des Abſtandes der beyden Oerter, oder des Bogens AB iſt, die

Wenn übrigens λ in der Formel größer ſeyn ſollte als 180°, ſo nimmt man die Ergänzung zu 360°, wie in (II Fall Anm.)

§. 15.

Ein leichtes Verfahren, den Abſtand zweyer Oerter A und B (Fig. III.), oder den Bogen AB eines größten Kreiſes zwiſchen A und B, durch Conſtruction zu finden.

1. Wenn (Fig. III.) P und Q die beyden Pole, und WR den Aequator vorſtellt, welcher die Meridiane PAQ, PBQ der beyden Oerter A und B, in m und n ſchneidet, ſo iſt der Bogen mn erſtlich dem Unterſchiede der erwähnten Mittagskreiſe gleich, und das Maaß des Winkels mpn, welchen die beyden in der Ebene des Aequators nach m und n hingezogenen Halbmeſſer pn, pm, am Mittelpunkte p der Erde mit einander machen, alſo mpn = λ.

2. Von dem Pole Q ziehe man nach A und B die Linien QA, QB, welche die Halbmeſſer pm, pn in a und b durchſchneiden.

3. Zieht man nun auch ab, ſo hat man in dem Dreyecke apb, aus den beyden Seiten pa, pb, und dem eingeſchloſſenen Winkel apb

apb = λ, nach den Regeln der ebenen Trigonometrie (Tr. S. XVII.) erſtlich

$$pa^2 + pb^2 - 2 . pa . pb . \cos\lambda = ab^2$$

4. Nun iſt aber, wenn man PA als Sehne des Bogens PA zieht, der Winkel PAQ in dem Halbkreiſe PAmQ = 90°.

5. Da nun auch Qpa = 90°, weil PQ auf der Ebene des Aequators ſenkrecht ſteht, ſo ſind wegen des gemeinſchaftlichen Winkels PQA, beyde Dreyecke Qpa, QPA einander ähnlich, mithin

$$Qp : Qa = QA : QP$$

oder $$Qp . QP = Qa . QA.$$

6. Eben ſo wird denn auch für den Ort B

$$Qp . QP = Qb . QB.$$

7. Demnach (5. 6)

$$Qa . QA = Qb . QB$$

oder

$$Qa : Qb = QB : QA.$$

8. Folglich ſind in den geradlinigten Dreyecken Qab, QAB, wo in dem letztern die gerade Linie AB die Sehne des Abſtandes der beyden Oerter, oder des Bogens AB iſt, die

die Seiten, welche den gemeinſchaftli
Winkel AQB einſchlieſſen, einander pro
tional; demnach beyde Dreyecke einander
lich, und daher auch

$$QB : AB = Qa : ab$$

oder $$ab = \frac{Qa}{QB} . AB.$$

9. Dieſen Werth für ab ſetze man
die Gleichung (3) und multiplicire ſie
dann auf beyden Seiten mit $\frac{QB^2}{Qa^2}$; ſo kön
wenn man der Kürze halber

$$\frac{QB . pa}{Qa} = x$$

$$\frac{QB . pb}{Qa} = y$$

$$AB = z$$

ſetzt, ſtatt jener Gleichung folgende
Vorſchein

$$x^2 + y^2 - 2xy \operatorname{coſ}\lambda = z^2$$

wo denn z die Sehne des Abſtandes der
den Oerter A und B, für den Halbm
Ap oder Bp bedeutet.

10. Man ſieht hieraus, daß dieſe Sehne z die dritte Seite eines geradlinigten Dreyecks ſeyn würde, deſſen beyde andere Seiten die Werthe x und y wären, und der eingeſchloſſene Winkel = λ.

11. Um demnach dieſe Sehne zu finden, ſo zeichne man auf dem Papiere jenen Triangel nach einem 1000theiligten Maaßſtabe, ſo iſt die dritte Seite dieſes Triangels nach eben dem Maasſtabe die Sehne des Bogens AB, welche halbirt, des ½ Bogens Sinus giebt, den man in den Tabellen für den Halbmeſſer 1000 aufſchlagen, und ſolchergeſtalt den Bogen AB finden kan.

12. Es kommt jetzt nur darauf an, auch die Werthe von x und y, als die beyden Seiten jenes Triangels, welche den Winkel λ einſchlieſſen (10), durch eine leichte Conſtruction zu erhalten. Dazu dient nun folgendes.

13. Es iſt in dem rechtwinklichten Dreyecke Qpa, der Winkel bey Q, nemlich pQa = $\frac{1}{2}$ a, weil er als ein Winkel am Umkreiſe PAQ, zu ſeinem Maaße den halben Bogen PA, oder den halben Abſtand des Orts A vom Pole P hat, welcher Bogen PA oben §. 14. III F. = a genannt worden iſt.

14. Eben ſo iſt auch in dem rechtwinklichten Dreyecke pQb, der Winkel pQb = $\frac{1}{2}$ b,

 wenn

wenn der Bogen PB, worauf er ſteht, wie oben = b.

15. Weil nun die rechten Winkel in den beyden Dreyecken (13. 14) ſich am Mittelpunkte p befinden, ſo hat man, wenn man den Halbmeſſer Qp = Ap = pm = 1 nennt, in dem Dreyecke Qpa

$$pa = \text{tang } pQa = \text{tang } \tfrac{1}{2} a \ (13)$$

oder auch

$$pa = \frac{\text{ſin } \tfrac{1}{2} a}{\text{coſ } \tfrac{1}{2} a}$$

Und $Qa = \text{ſec } pQa = \frac{1}{\text{coſ } \tfrac{1}{2} a}$

Eben ſo in dem rechtw. Dreyecke Qpb

$$pb = \frac{\text{ſin } \tfrac{1}{2} b}{\text{coſ } \tfrac{1}{2} b}$$

16. Ferner weil der Triangel PQB, bey B rechtwinklicht iſt, wie oben der PAQ (4), ſo hat man

$$QB = QP \text{ coſ } PQB = 2 Qp . \text{coſ } \tfrac{1}{2} b$$

oder wegen Qp = 1 (15)

$$QB = 2 \text{ coſ } \tfrac{1}{2} b.$$

17. Dieſe

17. Dieſe Werthe für pa, pb, QB, ſubſtituire man in die obigen Gleichungen (9), ſo kömmt

$$x=2\sin\tfrac{1}{2}a\cos\tfrac{1}{2}b=\sin\tfrac{1}{2}(a+b)+\sin\tfrac{1}{2}(a-b)$$

und

$$y=2\sin\tfrac{1}{2}b\cos\tfrac{1}{2}a=\sin\tfrac{1}{2}(a+b)-\sin\tfrac{1}{2}(a-b)$$

(Trig. S. XIII. 7.)

18. Hieraus folgt alſo nachſtehende, mit Worten ausgedrückte

Regel.

Wenn man die Sehne des Abſtandes AB zweyer Oerter A und B, deren Unterſchied der Mittagskreiſe = λ, und Weiten vom Pole = a, und = b ſind, finden will, ſo zeichne man (Fig. IV.) einen Winkel IKL, gleich dem erwähnten Unterſchiede der Mittagskreiſe, und trage auf deſſen einen Schenkel IK, nach einem tauſendtheiligten Maaßſtabe, die Summe von den Sinuſſen der halben Summe und der halben Differenz der Weiten der beyden Oerter vom Pole, alſo den Werth von x in (17) aus K in A, und eben ſo auf den andern Schenkel KL die Differenz jener beyden Sinuſſe, alſo den Werth von y aus K in B, ſo iſt das Dreyeck ABK das (10) erwähnte, demnach die

dritte Seite AB oder z = der Sehne des Bogens AB (Fig. III.), alſo des verlangten Abſtandes der beyden Oerter A und B, mit der man nachher wie (11) verfahren kan, um den Bogen AB = c zu finden.

§. 16.

Anmerkung I. Hat man ſtatt eines tauſendtheiligten Maaßſtabes, einen würklichen Sehnen-Maaßſtab, auf dem man alle Sehnen von 0 bis 180°, nach Art des geradlinigten Transporteurs, abfaſſen kan, ſo läßt ſich auch ohne Beyhülfe der Sinustafeln, die Sehne z des Bogens AB finden.

Man trage auf den einen Schenkel des gezeichneten Winkels λ, die Summe der Sehnen von a + b und a — b (alſo nicht wie vorhin, die Summe der Sinuſſe von $\frac{1}{2}$ (a+b) und $\frac{1}{2}$ (a — b), ſondern das Doppelte dieſer Sinuſſe, mithin die erwähnten Sehnen) und auf den andern die Differenz dieſer Sehnen, ſo iſt alsdann die dritte Seite des ſich ergebenden Triangels die doppelte Sehne von dem geſuchten Abſtande der beyden Oerter A und B, welche man demnach nur halbiren, und auf den Sehnen-Maaßſtab tragen darf, um die Größe des Abſtandes beyder Oerter, als den Werth von c, in Graden und noch kleinern Theilen zu erfahren.

Anmerk.

Anmerk. II. Wenn man ſich auf dieſe Art eines nicht allzu kleinen Sehnen⸗maaß⸗ſtabes bedient, ſo kan man in den meiſten Fällen, den Abſtand der beyden Oerter, innerhalb einer Genauigkeit von 5 bis 6 Minuten, durch Zeichnung finden, welches zu geographiſchen Gebrauche meiſtens hinlänglich iſt, znmahl wenn die Oerter weit von einander wegliegen, wo es auf einige Meilen mehr oder weniger nicht ankommt. Ein Fehler von 6 Minuten, macht ohngefähr $1\frac{1}{2}$ Meile, welches auf Charten, die weit von einander wegliegende Oerter enthalten, alſo ſich über einen großen Theil der Erdfläche erſtrecken, wegen des nothwendig klein anzunehmenden Meilenmaaßſtabes, eine ganz unerhebliche Größe iſt.

Ich habe dieſe Conſtruction (Anm. I.) für ſolche beygebracht, welche in trigonometriſchen Rechnungen nicht geübt ſind; Wer aber dieſe verſteht, wird den geſuchten Abſtand vielleicht eben ſo geſchwind, nach der Formel (§. 14. III F.) berechnen, zumahl wenn man die Secunden wegläßt, auf welche bey der Zeichnung (Anm. I.) ohnehin ja auch nicht geſehen werden kan.

§. 17.

Anmerkung. 1. Wenn der Unterſchied der Längen zweyer Oerter A und B (Fig. III.),

 ſo

ſo wie auch der Unterſchied ihrer Breiten nur einige Grade beträgt, ſo kan man, wenn AC ein Stück eines Parallelkreiſes durch A, bis an den Meridian durch B, vorſtellet, ohne merklichen Irrthum, den ſphäriſchen Triangel ABC als geradlinigt anſehen, in welchem bey C ein rechter Winkel iſt. Verwandelt man nun den Unterſchied des Abſtandes beyder Oerter vom Pole P, alſo den Bogen BC des Meridians, in Meilen, jeden Grad zu 15 Meilen gerechnet, und ſucht aus der Tafel (§. 12. 2.) die Anzahl der Meilen, welche auf dem Parallel AC ſo viel Graden entſprechen würden, als der Unterſchied der Längen beyder Oerter A und B groß iſt, (weil allemahl jeder Bogen eines Parallels, zwiſchen zwey Meridianen, ſo viel Grade faßt, als der Unterſchied der Längen beträgt) ſo hat man in dem rechtwinklichten Dreyecke ACB, die Hypothenuſe AB, alſo den Abſtand der beyden Oerter $= \sqrt{(AC^2 + BC^2)}$.

2. Findet ſich des Orts A geographiſche Breite nicht genau in der Tafel, um den Bogen AC des Parallels ſogleich in Meilen verwandeln zu können, ſo verfährt man folgendermaaßen.

3. Es ſey BC, oder der Unterſchied des Abſtandes beyder Oerter vom Pole P, $= \mu$ Meridiangraden; ſo iſt erſtlich BC $= \mu . 15$ Meilen.

Der

Der Unterſchied der Mittagskreiſe, oder der Winkel APB am Pole, ſey = λ Grade, und des Orts A Abſtand vom Pole = a, ſo iſt ein Grad auf dem Parallelkreiſe durch A = 15 . ſin a, weil β (§. 12. 1.) = 90° — a. Da nun der Bogen AC ſo viel Grade des Parallels durch A faßt, als der Unterſchied λ, der beyden Mittagskreiſe PA und PB beträgt, ſo iſt der Werth des Bogens AC = 15 . λ . ſin a Meilen.

Demnach (1)

$$AB = \sqrt{(15^2 \mu^2 + 15^2 \lambda^2 \sin a^2)}$$
$$= 15 \sqrt{(\mu^2 + \lambda^2 \sin a^2)}$$

4. Um zu ſehen, wie viel z. E. der Fehler in dem Abſtande der beyden Oerter A und B betragen kan, wenn man das ſphäriſche Dreyeck ABC für ein geradlinigtes nimmt, und AB nach (3) berechnet, ſo will ich z. E. $\mu = \lambda = 5$ Grad ſetzen, ſo wird nach (3) erſtlich $AB = 15 . \mu \sqrt{(1 + \sin a^2)}$. Wäre nun die Breite von A z. E. = 30°, alſo a = 60°, ſo wird ſin a = coſ 30°. Aber ſin 30° = $\frac{1}{2}$ für den Sinus totus 1, alſo coſ 30° = $\sqrt{(1 - \frac{1}{4})} = \sqrt{\frac{3}{4}}$. und alſo ſin a² = $\frac{3}{4}$, mithin

$$AB = 15 . \mu \sqrt{(1 + \tfrac{3}{4})}$$
$$= \frac{15 . 5 . \sqrt{7}}{2} = 15.\ 5.\ 1{,}3228 \text{ Meilen}$$

oder AB = 99,21 Meilen.

5. Berechnet man aber den Bogen BA nach der ſphäriſchen Trigonometrie (§. 14. III F.), wo dorten für den gegenwärtigen Fall $\lambda = 5^\circ$; $a = 60^\circ$, $b = 60^\circ + 5^\circ = 65^\circ$ geſetzt werden muß, ſo findet ſich der Bogen $AB = 6^\circ. 41'$. Alſo in Meilen 100,25; welches von dem (4) gefundenen Werthe nur um ohngefähr 1 Meile, alſo etwa um dem 100ten Theil der ganzen Entfernung AB verſchieden iſt. Woraus denn folgt, daß wenn ein Land ſich nicht über 4 bis 5 Grad in der Länge und Breite erſtreckt, oder auch, daß wenn innerhalb eines Raumes auf einer Charte, der nicht über ſo viel Grade der Länge und Breite faßt, Diſtanzen beſtimmt werden ſollen, es ohne erheblichen Fehler verſtattet iſt, dieſe Diſtanzen als gerade Linien zu betrachten, und nach den Regeln der ebenen Trigonometrie zu berechnen, oder auch durch Conſtruction zu finden. Der Fehler beträgt ſo wenig, daß, da ohnehin gewöhnlich die Längen und Breiten der Oerter nicht ganz genau beſtimmt ſind, derſelbe völlig beyſeite geſetzt werden kan. Unterweilen iſt die Entwerfungsart der Charte ſo beſchaffen, daß man die Diſtanzen der Oerter auf ihr, unmittelbar, oder doch durch eine leichte Conſtruction, die ſich auf die Formel (3) gründet, abfaſſen kan, welches unten mit mehrerem erläutert werden wird.

6. Man

6. Man kan indeſſen eine Formel angeben, welche noch genauer, als die (3), die Diſtanz der beyden Oerter beſtimmt, wenn man in (3) ſtatt a, nicht des Orts A Abſtand vom Pole, ſondern das arithmetiſche Mittel zwiſchen den beyden Abſtänden der Oerter A und B vom Pole annimmt. Wenn nun des Orts B Abſtand vom Pole um μ Grade größer, als des erſten A Abſtand a iſt, ſo iſt das erwähnte arithmetiſche Mittel $= a + \frac{1}{2}\mu$; dann wird ſehr nahe

$$AB = 15\sqrt{(\mu^2 + \lambda^2 \sin(a + \tfrac{1}{2}\mu)^2)}$$

Ex. In dem obigen Beyſpiele (4) wäre $a + \frac{1}{2}\mu = 62\frac{1}{2}$ Grad, und wegen $\mu = \lambda = 5°$ und $\sin 62\frac{1}{2}° = 0{,}8870$

$$AB = 15.5.\sqrt{(1 + 0{,}8870^2)} = 15.5.1{,}336 \text{ Meil.}$$

Oder $AB = 100{,}245$ Meilen, welches von dem Reſultate (5), was die ſphäriſche Trigonometrie giebt, ſo wenig abweicht, daß man den Unterſchied völlig für Null gelten laſſen darf.

7. Der Ausdruck (6) giebt die Diſtanz ſo genau, daß man ihn ohne erheblichen Fehler, auch wohl innerhalb eines Raumes von 10 Graden in der Länge und Breite, ſtatt der Formel (§. 14.) gebrauchen könnte.

8. Um das Ausziehen der Quadratwurzel dabey zu erſparen, kan man auch ſo verfahren

Weil auch $BA = 15\mu . \sqrt{(1 + \frac{\lambda^2}{\mu^2} \sin(a + \frac{1}{2}\mu)^2)}$

ſo ſuche man einen Winkel $= \psi$, deſſen Tangente $= \frac{\lambda \sin(a + \frac{1}{2}\mu)}{\mu}$, ſo iſt

$$BA = 15\mu . \sqrt{(1 + \tan g \psi^2)} = 15 . \mu \sec \psi;$$

Welches ſich alles ſehr leicht durch Logarithmen rechnen läßt.

9. Will man BA durch Zeichnung finden, ſo mache man einen geradlinigten rechtwinklichten Triangel, deſſen einer Cathete = 15 μ iſt, d. h. = dem Bogen BC = μ in Meilen ausgedrückt, der andere aber gleich iſt dem Bogen eines Parallelkreiſes (in Meilen ausgedrückt), deſſen Abſtand vom Pole das oben (6) erwähnte arithmetiſche Mittel iſt, ſo wird die Hypothenuſe dieſes Dreyecks die verlangte Weite der beyden Oerter A und B geben.

Anwendungen dieſer Sätze beym Landchartenzeichnen werden unten vorkommen.

§. 18.

Von den zum Zeichnen der Landcharten erforderlichen Werkzeugen.

Die Charten werden entweder erſt auf dem Papiere entworfen, und von dieſem auf die Kupferplatten gebracht, oder, welches noch beſſer iſt, ſogleich auf die Kupferplatten ſelbſt gezeichnet, wiewohl letzteres etwas mehr Aufmerkſamkeit erfordert, und vorausſetzt, daß der Kupferſtecher unter der beſtändigen Aufſicht des Geographen arbeite, oder ſelbſt die zum Landchartenzeichnen nöthigen Kenntniſſe habe. Da dies aber ſelten der Fall iſt, ſo werden die Charten gewöhnlich erſt zu Papiere gebracht, und von dieſem auf die Kupferplatten abgetragen.

Hierzu ſind nun Werkzeuge nöthig, die hier in der Kürze beygebracht werden ſollen.

I. Zum Ziehen gerader Linien, muß man mit mehreren kleinen und großen, ſehr genau gearbeiteten Linialen, von guten und dauerhaften Holze, z. E. Büchen- oder Ebenholze, verſehen ſeyn. Von Meſſing und polirten Stahle iſt es auch gut, einige vorräthig zu haben, um von Zeit zu Zeit die hölzernen darnach prüfen zu können. Die metallenen ſind auch vorzüglich beym Zeichnen auf Kupferplatten

platten erforderlich. Auf den meſſingenen kan man 1000theiligte Maaßſtäbe von unterſchiedener Größe verzeichnen.

Die Liniale zu prüfen, findet man Vorſchriften in Büchern, welche von der practiſchen Geometrie handeln. Z. E. im 62ten §. meiner pract. Geom. Ueber die Verzeichnung tauſendtheiligter Maaßſtäbe, und deren Gebrauche daſ. §. 65. XI.

II. Zum Ziehen paralleler Linien dient ein hölzernes Dreyeck von hinlänglicher Größe, welches man längſt eines Linials fortſchiebt, wie im 64ten §. meiner pract. Geom. gezeigt worden. Vortheilhafter wird, zumahl auf Reisbrettern, das ſogenannte Anſchlag-Linial mit einem beweglichen Kopfe gebraucht. Die Einrichtung deſſelben iſt faſt jedem Tiſchler bekannt. Indeſſen dient die Vte Figur, ſich ohngefähr einen Begriff davon zu machen. Der Kopf abc dieſes Linials beſteht aus zwey genau auf einander paſſenden Brettchen, von der Geſtalt, wie ſie die Figur darſtellt. Zwiſchen denſelben geht das Linial m hervor, das an dem untern Brettchen feſtſitzt, und genau rechtwinklicht mit demſelben verbunden iſt. Das obere Brettchen iſt um einen Zapfen n beweglich, der durch die Mitte des untern geht, und läßt ſich vermittelſt einer Schraube in jeder

Lage,

Lage, dergleichen z. E. $\alpha\beta\gamma$ eine abbildet, feſtſtellen. Die beyden Brettchen können mit ihren ſchmälern Seitenflächen $\alpha\gamma$, oder ac, längſt dem Rande eines Reisbrettes verſchoben werden, da denn das mit ihnen verbundene Linial m ſich zugleich parallel mit ihnen fortſchiebt, und parallele Linien zu ziehen verſtattet, die, nach welcher Richtung man will, gezogen werden können, je nachdem die ſchmale Seitenfläche ac des unteren Brettchens, oder die in einem beliebigen Winkel feſtgeſtellte $\alpha\gamma$ des obern, an das Reisbrett angelegt und verſchoben wird. Die hiebey nöthigen Vorſichten ergeben ſich bey dem Gebrauche von ſelbſt. Dies Linial kan zugleich zu Ziehung ſenkrechter Linien auf dem Reisbrette gebraucht werden, wenn das Reisbrett ſelbſt rechtwinklicht, und die untere Anſchlagſeite ac genau mit der Schärfe des Linials m einen rechten Winkel macht. Die Anſchlagſeiten ac, $\alpha\gamma$, müſſen übrigens wenigſtens 8 bis 10 Zoll lang, und vollkommen gerade ſeyn.

III. Die Reisbretter müſſen von guten trockenen Lindenholze und aus mehrerern einzelnen Stücken dergeſtalt zuſammengeſetzt, und mit ſtarken Querleiſten verſehen ſeyn, daß ſie ſich im geringſten nicht werfen und ſchief ziehen können. Man muß mit mehreren gröſſern und kleinern verſehen ſeyn; Das Papier wird bloß ringsherum angeleimt; Die Reis-

bretter,

bretter, auf welchen das Papier vermittelſt eines Rahmens angeſpannt wird, taugen nichts, weil erſtlich das Papier, auch wenn es, wie allemahl geſchehen muß, naß aufgezogen wird, dennoch nicht ſtraff genug aufliegt, und dann zweytens, weil die Reisbretter mit Rahmen, ſich leicht werfen, und mit der Zeit ihre Figur verliehren.

Die Reisbretter gehörig rechtwinklicht zu machen, iſt erforderlich, wenn ſich vermittelſt des Anſchlag-Linials Perpendikel bequem auf Linien ſollen fällen laſſen, welche etwa mit einer von den Seiten des Reisbretts parallel gezogen worden ſind. Iſt das Anſchlag-Linial ſelbſt genau rechtwinklicht, ſo wird ein kleines Nachdenken zeigen, wie ſich vermittelſt deſſelben, auch die rechtwinklichte Geſtalt eines Reisbretts wird prüfen laſſen.

IV. Kreiſe zu beſchreiben, Entfernungen und Maaße abzutragen, muß man mit Zirkeln von allerley Größe verſehen ſeyn. Dreyfüßigte können zum Kopiren u. dgl. dienen. — Dann ſind zur Mappirung der Charten, Stangen-Zirkel von verſchiedener Größe nöthig, insbeſondere auch, um Kreisbogen auf Kupferplatten zu reiſſen, wozu die gewöhnlichen Zirkel zu ſchwach ſeyn wüden.

Im 89ten §. meiner practiſchen Geometrie habe ich einen Stangenzirkel beſchrieben, welcher insbeſondere auch, um Maaße ſehr genau abzunehmen, eingerichtet iſt.

Folgende Einrichtung ſcheint noch etwas beſſer und dauerhafter zu ſeyn. AB (Fig. VI.) iſt eine gerade rechtwinklichte metallene Stange, längs der ſich eine Hülſe m, der Curſor oder Läufer, verſchieben, und wenn es nöthig iſt, vermittelſt einer Schraube α feſtſtellen läßt. k, in dem Profile dieſer Hülſe, iſt das viereckigte Loch, durch welches die Stange AB geht.

ww, iſt ein gabelförmiger Fortſatz dieſer Stange, und a, a, ſind ein paar Löcher in der Hülſe n, durch welche dieſer Fortſatz geſteckt wird. Das runde Loch p, in dem Profile dieſer zweyten Hülſe, enthält die Mutter für die Stellſchraube KL, vermittelſt deren man die Hülſe n ſanft vor- und rückwärts längs ww verſchieben kan. μν iſt ein Anſatz, welcher durch ein paar Schräubchen mit verſenkten Köpfen, an den gabelförmigen Fortſatz ww befeſtigt wird. Er iſt mit einem runden Loche i durchbohrt, durch welches der Zapfen der Schraube KL geht. Vorn iſt dieſer Zapfen viereckigt, um den runden Kopf TU der Schraube daran ſtecken zu können. Die Art des Gebrauchs, um nemlich die Spitzen

des

des Stangenzirkels genau in einen vorgegebenen Abſtand zu bringen, bedarf keiner weitern Erläuterung.

V. Bey (Fig. VII.) iſt noch ein anderer Stangenzirkel abgebildet, den man ebenfalls in der Ausübung ſehr bequem finden wird. Der Theil b, woran die eine Spitze befindlich, ſitzt an dem Ende der Stange feſt, der andere Theil a aber, läßt ſich längs der Stange verſchieben, iſt aber auſſerdem, um der Stellung der Spitze c, etwas nachhelfen zu können, noch mit einem um ein Centrum i beweglichen ſtählernen Bogen mn verſehen, der ſich rechts und links um i drehen läßt, ſo daß dadurch die ſtählerne Spitze c, welche mit dem Bogen mn aus einem Stücke beſteht, auch noch beſonders der Spitze γ etwas genähert oder davon entfernt werden kan, und r iſt eine gegen den Bogen drückende Schraube, um die Spitze c alsdann in der gehörigen Entfernung von γ feſt zu erhalten.

Ich finde es vortheilhafter, eine Hülſe, wie m (Fig. VI.), durch eine ſeitwärts angebrachte Schraube an die Stange AB zu befeſtigen, als die Schraube, wie bey α geſchehen, oben durch die Hülſe gehen zu laſſen. In dem letztern Falle verrückt ſich beym Anziehen der Schraube α, die richtige Entfernung

fernung der Spitze t von u leichter, als im erſtern.

VI. Da es beym Landchartenzeichnen vorkömmt, Kreisbögen von beträchtlich großen Halbmeſſern zu ziehen, ſo iſt es vortheilhaft, wenn ſich die Stangen der eben beſchriebenen Stangenzirkel, verlängern laſſen, um erforderlichen Falles Kreisbögen, von 6 bis 8 Schuhen im Halbmeſſer, ziehen zu können. Man kan alſo die Stange aus mehreren einzeln Stücken zuſammenſetzen, die mit ihren Enden entweder an einander geſchraubt, oder auf eine andere Art verbunden werden, wie ohngefähr bey C (Fig. VI.) zu erſehen iſt; q, l ſind Schrauben, wodurch die Enden zweyer ſolcher Stangen, wie B und C, mit einander verbunden ſind. Am beſten mögte es ſeyn, die einzelnen Stücke an einander zu ſchrauben, ſo daß man einen langen oder kurzen Stangenzirkel machen kan, je nachdem man es zum Gebrauche nöthig findet.

VII. Soll ein Kreisbogen, z. E. mit einem Halbmeſſer von mehreren Schuhen, auf einem Reisbrette beſchrieben werden, ſo würde der Mittelpunkt deſſelben auſſerhalb des Reisbrettes fallen. Man muß alſo auch auf eine Verlängerung des Reisbrettes bedacht ſeyn, um die eine Spitze des Stangenzirkels

in das Centrum des zu reiſſenden Bogens einſetzen zu können.

Dieſe Verlängerung des Reisbrettes beſteht (Fig. VIII.) bloß in einem etwa 4 Zoll breiten und 18 bis 20 Zoll langen Brette AB, mit dem ein anderes längeres G, z. E. von 6 Schuhen, rechtwinklicht verbunden iſt. Soll nun auf dem Reisbrette M ein Kreisbogen $\mu\nu$, z. E. mit einem Halbmeſſer von 5 Schuhen, beſchrieben werden, daß demnach das Centrum dieſes Bogens auſſerhalb des Brettes bey c hinfallen würde, ſo ſchiebe man die Vorrichtung ABG, an den Rand mn des Reisbrettes, ſo daß das Centrum c auf den Anſatz G fallen würde, und beſchreibe nun aus c, mit dem Stangenzirkel, den verlangten Bogen $\mu\nu$, zu welcher Abſicht denn der Stangenzirkel ſo beſchaffen ſeyn muß, daß man z. E. die Spitze t an der Hülſe m (Fig. VI.) abſchrauben und dagegen eine kleine Reisfeder, oder eine Faſſung mit einem Bleiſtift daran ſchrauben kan. Bey k (Fig. VIII.) ſind die untern Leiſten des Reisbrettes zu ſehen, mit denen es auf dem Arbeitstiſche aufliegt; Die Vorrichtung ABG, ruhet auf drey ſtählernen Spitzen w, w, die ſo hoch ſind, daß die Verlängerung ABG, in einer Ebene, mit dem Reisbrette zu liegen komme. Das Reisbrett darf ſich während der Arbeit nicht verrücken, und es iſt daher vortheilhaft,

etwa

etwa bey M ein bleiernes Gewicht hinter daſſelbe zu ſtellen. Die Vorrichtung ABG, wird durch die ſtählernen Spitzen w, vor dem Verrücken hinlänglich geſichert. Soll auf einer Kupferplatte der Bogen geriſſen werden, ſo wird dieſe Platte durch Stiftchen auf das Reisbrett befeſtigt.

VIII. Begreiflich muß man bey ſolchen Arbeiten mit einem hinlänglich großen Arbeitstiſche verſehen ſeyn, damit die ganze Vorrichtung MABG Platz darauf habe, oder wenn dies nicht iſt, ſo läßt man die an dem längern Brette G befindliche Spitze w, auf einem beſondern kleinern Tiſche ruhen, der aber mit dem, worauf ſich das Reisbrett M, mit dem daran geſchobenen Brette AB befindet, einerley Höhe haben muß.

IX. Auf dieſe Art hat es bey gehöriger Verlängerung der Stangenzirkel, gar keine Schwürigkeit, Kreiſe von 8 bis 9 Schuhen im Halbmeſſer, zu beſchreiben, wie ich ſelbſt öfters den Verſuch gemacht habe. Es kan indeſſen vorkommen, daß Kreiſe mit noch größern Halbmeſſern, vielleicht von 20 bis 30 Schuhen, zu beſchreiben ſind. In dieſem Falle reicht man mit den Stangenzirkeln, und der bisherigen Vorrichtung nicht aus. Daher ich nunmehr diejenigen Werkzeuge, womit Kreiſe, von ſehr großen Halbmeſ-

ſern, beſchrieben werden können, ohne daß man den Halbmeſſer um den Mittelpunkt führen darf, erklären muß.

X. Dieß zu bewerkſtelligen, giebt es mehrere Mittel, von denen ich jetzt die brauchbarſten erklären will.

α) Vermittelſt der Spitze eines Winkels.

Dies Verfahren gründet ſich auf einen bekannten Satz in der Geometrie, daß nehmlich alle Winkel am Umfange eines Kreiſes, welche auf einerley Bogen ſtehen, z. E. (Fig. IX.) die Winkel MAN, MBN u. dgl., deren Schenkel ſämmtlich durch die Endpunkte M, N, einer und derſelben Sehne MN gehen, und demnach alle auf einerley Bogen MLN, deſſen Hälfte das Maaß eines jeden der genannten Winkel iſt, ſtehen, von gleicher Größe ſind.

1. Will man demnach einen Kreisbogen, wie MABN, beſchreiben, ſo darf man nur einen unveränderlichen Winkel, wie mAn, ſo herumführen, oder in Lagen, wie mAn, μBν bringen, daß deſſen Schenkel mA, An; μB, Bν immer durch die Endpunkte M, N, der Sehne, über welche der Bogen beſchrieben werden ſoll, gehen, ſo wird die Spitze des Win-

Winkels den verlangten Bogen MABN über der Sehne MN beſchreiben.

2. Dieſer Bogen wird flächer oder erhabener, d. h. er gehört zu einem Kreiſe von einem größern oder kleinern Halbmeſſer, je nachdem man den Winkel MAN ſtumpfer oder ſpitziger nimmt.

3. Um überhaupt zu ſehen, wie der Halbmeſſer RM des zu beſchreibenden Bogens, der Winkel MAN, und die Sehne MN von einander abhängen, ſo gedenke man ſich aus dem Mittelpunkte R auf die Sehne MN ein Perpendikel RTK, ſo halbirt ſolches den Bogen MKN bey K, und die Sehne MN bey T, und man hat in dem rechtwinklichten Dreyecke MRT, den Winkel MRT $= \frac{1}{2}$ MRN $=$ dem Winkel MLN am Umkreiſe $= 180° -$ MAN (weil MAN $+$ MLN $= 180°$ (Käſtn. Geom. 22 Satz 9ter Zuſ.) und folglich MN $= 2$MR ſin MRT $= 2 .$MR ſin MAN. Alſo

$$RM = \frac{MN}{2 \sin MAN}.$$

Je mehr ſich alſo der Winkel MAN einem rechten nähert, deſto kleiner wird der Halbmeſſer des zu beſchreibenden Kreisbogens MABN. Für MAN $= 90°$ wird RM $=$

$\frac{1}{2}$ MN, d. h. der beſchriebene Bogen MABN, ein Halbkreis von dem Durchmeſſer MN.

4. Iſt der Halbmeſſer des zu beſchreibenden Kreiſes, und die Sehne MN gegeben, ſo kan man den Winkel MAN durch die Formel $\sin MAN = \frac{MN}{2\,MR}$ finden; wo denn MAN entweder den ſtumpfen Winkel in der Figur, oder auch den ſpitzigen MLN, der die Ergänzung des ſtumpfen MAN zu 180° iſt, bedeuten kan, je nachdem man den Bogen MAN, oder MLN, auf die (1) erwähnte Art über der Sehne MN beſchreiben will. Gewöhnlich iſt es der kleinere Bogen MAN, und man nimmt alſo den ſtumpfen Winkel, deſſen Sinus $= \frac{MN}{2\,MR}$ iſt, alſo die Ergänzung des ſpitzigen, der dem erwähnten Sinus zugehört, zu 180°.

5. Zur Ausübung des beygebrachten Verfahrens gehört eine Vorrichtung, z. E. ein paar Liniale mA, An, in ein Gewinde zuſammengefügt, etwa wie beym Proportionalzirkel, ſo daß man ſie in jeden beſonders ſtumpfen Winkel MAN gegen einander ſtellen, und in dieſer Lage befeſtigen kan. Im Scheitel des Winkels A etwa ein Stift, mit welchem ſich der Bogen MABN beſchreiben läßt, indem

indem die Verbindung beyder Liniale ſo herum⸗ geführt wird, daß die Schärfen derſelben immer durch die Endpunkte der vorgegebenen Sehne MN gehen.

6. Die Xte Figur ſtellet das Werkzeug ſelbſt näher vor Augen.

MA, AN, ſind zwey etwa 15 bis 18 Zoll lange Liniale, um einen Zapfen A be⸗ weglich, welcher genau mit den Schärfen $\alpha\varepsilon$ dieſer beyden Liniale in einer geraden Linie liegen muß, dergeſtalt, daß wenn ſich die Li⸗ niale um A drehen, die Richtungen $\alpha\varepsilon$ ſich beſtändig in A durchſchneiden. AD iſt ein drittes Linial, gleichfalls um A beweglich. Bey I, K, T, erſcheinen die Köpfe dieſer Liniale auseinander gelegt. Bey S iſt der Zapfen, welcher durch dieſe Liniale geht. n iſt eine Lappen⸗Schraube, welche oben auf den durch die Liniale geſtekten Zapfen p geſchraubt wird, um die Liniale feſtzuſtellen. q iſt eine kleine Hülſe an dem Zapfen p, in welche ein Bleiſtift u, oder auch eine Reisfeder, zum Beſchreiben des Bogens, geſteckt werden kan. P, Q, R, ſind drey andere um Stifte be⸗ wegliche Hölzer, mit den beyden Linialen M, N, dergeſtalt verbunden, daß wenn man die Schrauben bey R und A löſet, alles ganz frey, um Zapfen und Stiften beweglich iſt. Diese Hölzer dienen, um nach geſchehener An⸗

ziehung der Schrauben, alles in deſto unverrücktern Stande erhalten zu können. Das Holz R iſt beträchtlich dicker, als die Liniale M, P, Q, N, weil das mittlere Linial AD durch daſſelbe durchgehen muß. Unter den Linialen M, N, R ſind kleine Füßgen, damit, wenn der Bleyſtift u in die Hülſe q geſteckt worden, die ganze Vorrichtung gleiche Höhe über dem Reisbrette habe.

7. Der Gebrauch dieſes Inſtruments iſt aus ſeiner Einrichtung und aus (1) klar. Soll nemlich z. E. durch zwey vorgegebene Punkte, x und y, ein Kreisbogen beſchrieben werden, deſſen Halbmeſſer gegeben iſt, ſo ſuche man nach (4) den Winkel εAε, nach welchem man beyde Liniale AM und AN ſtellen muß, und verzeichne dieſen Winkel auf dem Papiere, ſo kan man die Liniale nach der Oefnung dieſes Winkels ſtellen, indem man die unter dem Kopfe A befindliche Spitze u (6) in den Scheitelpunkt des Winkels einſetzt, und nun die beyden Liniale ſo weit eröfnet, daß die Schärfen derſelben αε, αε, den Schenkeln dieſes Winkels entſprechen. In dieſer Lage ſtellt man die Liniale feſt, und ſchlägt nun in die Punkte x, y, ein paar feine Stiften, z. E. Nehnadeln ein, legt hierauf die Schärfen αε beyder Liniale, an dieſe Stiften, und führt das Werkzeug dergeſtalt herum, daß die erwähnten Schärfen αε, beſtändig

ig an den in x und y eingeſchlagenen Stif- en anliegen, ſo wird der unter A befindliche Stifft den verlangten Kreisbogen xαy be- ſchreiben.

8. Wenn es nicht verſtattet iſt, in die Punkte x und y Stifften einzuſchlagen, ſo verbindet man mit dieſem Werkzeuge ein an- deres, welches Fig. XI. beſchrieben iſt. Da- ſelbſt iſt TU ein 18 bis 20 Zoll, oder wenn man will, noch ein långerer prismatiſcher Stab von feſten Holze, etwa von 1 ſtarken Zoll in der Dicke und Breite, långſt deſſen ſich rechtwinklicht ein paar eiſerne, etwa 1 Schuh lange, oder wenn es nöthig ſeyn ſollte, noch långere dergleichen Liniale, F und G, in Hülſen rechts und links verſchieben laſſen, ſo daß man die an den Enden dieſer Liniale be- findlichen Schrauben mit feinen Stiften, x und y, ſo weit von einander entfernen kan, daß ihr Abſtand der Sehne xy (Fig. X.) gleich iſt, über der man den Bogen beſchrei- ben ſoll. Durch die Schrauben m und n laſſen ſich G und F in dem gehörigen Ab- ſtande beyder Spitzen, x und y, feſtſtellen. Feſt mit dem Stabe TU iſt noch ein kurzes Brett R verbunden, um ein måßiges Ge- wicht darauf ſtellen zu können, damit die ganze Vorrichtung, die übrigens noch mit 3 Füſſen, a, b, c, die man etwa einſchrauben

auf man zu arbeiten hat, hinlänglich feſt ſtehe. Die Stiften x und y vertreten nun die Stelle derjenigen in Fig. X. Man ſchraubt ſie ſo weit herab, daß ſie nur ſo eben die Fläche des Papieres berühren, und beſchreibt nun den Bogen, wie (7) gewieſen worden.

9. Daß dies Hülfswerkzeug Fig. XI. etwas höhere Füſſe, als das Fig. X. haben müſſe, wird leicht erhellen, ſo wie denn auch die nöthigen Vorſichten ſich bey dem Gebrauche deſſelben von ſelbſt darbieten werden.

10. Ich habe mir beyde Werkzeuge verfertigen laſſen, und finde ſie zum Gebrauche ganz bequem. Das Reisbrett, worauf man arbeitet, muß etwas groß ſeyn, oder man muß es doch durch ein daran geſtelltes, erforderlichen Falles, vergrößern können.

11. Das Werkzeug (6) iſt nach ſeinen Haupttheilen auch in einem Anhange zu Lowizens Schrift: *de figura et diviſione ſegmentorum, quibus magni globi coeleſtes et terreſtres obducuntur*, welche in dem *Volum.* I. der *Commentationum Soc. Regiae Goettingenſis* (ad annum 1778) vorkömmt, von dem Hrn. v. Schönberg, beſchrieben. Schon Matthias Haſe, und nach ihm Hr. Prof. Böhm in Dresden, haben ſich dieſes Werkzeugs,

zeugs, bey Verzeichnung der Landcharten, zu Ziehung der Meridiane und Parallelen, wenn ſie zu ſehr großen Halbmeſſern gehörten, bedient. Ich finde es ebenfalls brauchbar, wenn die Schenkel AM, AN, nicht zu kurz ſind. Der Kopf A, um welchen ſich die Liniale drehen, verhindert zwar, daß man den zu ziehenden Kreisbogen nicht ganz bis zu Ende der Sehne xy beſchreiben kan. — Nach dem Zuge, welchen indeſſen der beſchriebene Bogen hat, iſt es leicht, das wenige, was ſich von ihm nicht zeichnen läßt, aus freyer Hand zu ergänzen.

12. Man muß immer bedenken, daß dies Werkzeug zu keiner andern Abſicht dienen ſoll, als Bögen von ſehr großen Halbmeſſern zu beſchreiben. Alſo iſt der Winkel MAN, unter welchem die Liniale feſtgeſtellt werden, gewöhnlich ſehr ſtumpf. Sobald der Halbmeſſer des zu beſchreibenden Kreiſes nicht über 6 Schuh groß iſt, wird man ſich immer bequemer eines Stangenzirkels, dem man nach (VI) die erforderliche Länge geben kan, bedienen.

13. Man kan den beyden Linialen AM, AN, (Fig. X.) auch den gehörigen Winkel geben, wenn (Fig. IX.) auſſer der Sehne MN, über der der Bogen beſchrieben werden ſoll, alſo auſſer den beyden Punkten M und

N,

N, noch ein dritter, z. E. B, in de[r] beſchreibenden Bogen gegeben iſt. Man n[...] nemlich die Spitze unter dem Kopfe der [...] den Liniale, in B einſetzen, und hierau[f] Liniale ſo weit eröfnen, daß ihre Sch[...] durch M und N giengen. Dann würde[n] die gehörige Oefnung haben, welche erfo[rder-] lich iſt, den Bogen durch die 3 Punkte M, [...] N zu ziehen.

14. Meiſtens iſt auſſer der Sehne M[N] noch ein dritter Punkt des zu beſchreiben[den] Bogens gegeben. Wäre er aber auch n[icht] unmittelbar gegeben, ſo kan man ihn ber[ech-] nen, und dazu nimmt man am bequ[em-] ſten den Punkt des Bogens, welcher [zwi-] ſchen dem M und N in der Mitte liegt, [z.] E. K. Dann wäre alſo KR ſenkrecht [auf] MN, und KT der Querſinus des Win[kels] MRT am Mittelpunkte, welcher die Hä[lfte] des der Sehne MN zugehörigen Win[kels] MRN iſt. Nun iſt aus (3)

$$\frac{MN}{2\,MR} = \text{ſin}\ MRT.$$

Hat man dieſen Winkel gefunden, ſo [iſt] weiter $KT = KR - RT = MR - MR\ \text{coſ}\ MR[T]$ $= MR\ (1 - \text{coſ}\ MRT) = 2\ MR\ \text{ſin}^{\frac{1}{2}} MRT$ welches man durch Logarithmen berechnen k[an.] [Iſt KT ſolchergeſtalt gefunden, ſo ...]

KT durch die Mitte der Sehne MN ſenkrecht, und ſtellt das Werkzeug nach den drey Punkten M, K, N.

15. Exemp. Geſetzt über einer Sehne MN = 3 Schuh, ſoll ein Bogen von einem Halbmeſſer MR = 25 Schuhen beſchrieben werden, ſo iſt erſtlich

$$\frac{MN}{2\,MR} = \frac{3}{50} = \sin MRT.$$

$$\begin{aligned} \log 3 &= 10{,}4771213 - 10 \\ \log 50 &= 1{,}6989700 \\ \hline \log \sin MRT &= 8{,}7781513 - 10 \end{aligned}$$

Für den Sinus totus 1; alſo MRT = 3°. 26′. 23″. und $\frac{1}{2}$ MRT = 1°. 43′. 11″.

$$\begin{aligned} \log \sin \tfrac{1}{2} MRT &= 8{,}4772704 - 10 \\ \text{verdoppelt} &= 16{,}9545408 - 20 \\ \text{add.} \log 2MR &= 1{,}6989700 \\ \hline \text{giebt} \log KT &= 0{,}6535108 - 2 \end{aligned}$$

Alſo KT = 0,045031. Alſo ohngefähr

$$KT = \frac{45}{1000} \text{ eines Schuhes, oder}$$

4 Linien 5 Scrupel Decimalmaaß.

Man halbire alſo die Sehne MN in T, und nehme das Perpendikel TK = 4 Lin. 5 Scrup.

5 Scrup. Decimalmaaß, ſo hat man die 3 Punkte M, K, N, nach denen man den Linialen des Werkzeugs die gehörige Oefnung geben kan.

Man ſieht leicht, daß man in der Berechnung des Werthes von KT, die Secunden in dem Winkel MRT, hätte ohne merklichen Fehler weglaſſen können.

16. Dies Verfahren verſtattet ohnſtreitig eine größere Genauigkeit, als das (7) erwähnte, weil man dorten doch wohl den Winkel höchſtens innerhalb einigen Minuten genau zeichnen kan.

17. Beym Landchartenzeichnen wird der Fall wohl eben nicht vorkommen, mit einem Werkzeuge, wie (6), einen ganzen Kreis, oder auch ein großes Stück eines Kreiſes, beſchreiben zu müſſen. Indeſſen wird ein kleines Nachdenken zeigen, wie man einen bereits beſchriebenen Bogen, wie NKM, (Fig. IX.) noch weiter wird verlängern können. Man drehe nemlich, nachdem etwa der Theil NBAk des Bogens, durch Herumführung des Winkels NBM beſchrieben worden iſt, und alſo die Spitze A des Werkzeugs (Fig. X.) ſich über k (Fig. IX.), mithin die beyden Liniale deſſelben ſich in der Lage ku, kw, befinden, das ganze Werkzeug um den Punkt k,

k, ſo daß die beyden Schenkel des beſchreibenden Winkels ukN, bey unveränderter Größe deſſelben, die Lage kw, kl erhalten, alſo der Winkel ukN, in die Lage wkl komme, bey der der Schenkel kl deſſelben, in einen nach K zu liegenden Punkt B des beſchriebenen Bogens einſchneide. Nun hebe man das Hülfswerkzeug (Fig. XI.), deſſen Stiften x, y, während Beſchreibung des Bogens NBk, in M und N ſich befanden, in die Höhe, und bringe den Stift y, der zuvor in N ſtand, in den Punkt B, wo kl in den Bogen einſchneidet, den andern Stifft x aber führe man, durch gehörige Umdrehung des ganzen Werkzeugs um die in B bleibende Spitze y, bis an den Schenkel kw des beſchreibenden Winkels, ſo iſt, wenn der Abſtand der beyden Spitzen x, y, keine Aenderung gelitten hat, ſo daß ſie noch immer um die Länge der Sehne MN von einander abſtehen, der Punkt x abermahls in dem Umfange des Kreiſes, und man kan nunmehr den Winkel lkw = Nku, weiter herumführen, und den Bogen NBk von k bis x fortſetzen.

18. Dies Verfahren lehrt, nur mit einer etwas andern Vorrichtung, die aber weſentlich von der bisher beſchriebenen nicht verſchieden iſt, ein Holländer, *Pieter Schmit*, in einer etwas ſelten gewordenen Schrift: *Cosmographia*

phia of verdeelinge van de geheele were *als mede het maken van de Hemelſche* *Aardſche Globe* &c. Amſt. 1720. p. 13c 133. Tab. 22. Fig. 51 und 52.

19. Kreisbogen vermittelſt eines Win zu beſchreiben, lehrt auch Leupold *Theatro arithmetico-geometrico*, Cap. Tab. XX[b] Fig. 9 u. 10.

β) Durch Beſtimmung einzeln Punkte.

20. Wenn mehrere nahe genug ne einander liegende Punkte eines Kreisbog gegeben ſind, ſo kan durch ſie entweder freyer Hand der Bogen gezogen werden, o man bedient ſich dazu eines Linials, welc ſich biegen, und nach jenen Punkten krümn läßt. Dergleichen wäre ein ſtählerner Bog dem man durch Schrauben die verlan Krümmung geben könnte. Die Vorrichtu dazu iſt ohngefähr in der XIIten Figur ab bildet, und kömmt mit derjenigen überei deren ſich Lowiz zur Verzeichnung ſeiner K gelſegmente bedient hat.

AB iſt eine ſtählerne ſehr elaſtiſche gel, ohngefähr 2 bis 3 Schuh lang, ei Zoll breit, und $\frac{3}{4}$ bis 1 Linie dick. Sie

oder länglichten Einſchnitten verſehen, um die Zapfen von 3 oder mehreren eiſernen Schrauben b, b durchzulaſſen, welche vorn mit hinlänglich ſtarken Mütterchen verſehen werden. Bey M iſt eine ſolche Schraube mit dem Zapfen und Mütterchen beſonders abgebildet. ECDF iſt eine Vorrichtung von ſtarkem Eiſen, mit Schraubenmüttern für die Schrauben b, b. Bey E, F, ſind ein paar prismatiſche Scheiben um ihre Mittelpunkte beweglich, und jede hat vorne wieder einen Zapfen mit einem Mütterchen, wie die Schrauben b, b. — Bey N iſt die Einrichtung beſonders zu ſehen. Die Einſchnitte oder Schlitze bey a, a, ꝛc. dienen zu einem Spielraume für die Zapfen dieſer Schrauben, damit das Linial AB deſto leichter, und ohne Nachtheil der Schrauben, ſich in eine verlangte Krümmung ſtellen läßt. Die Schrauben ſind bey m, m mit viereckigten Köpfen verſehen, damit man ſie vermittelſt eines Schlüſſels anziehen, und das Linial AB in die verlangte Krümmung ſpannen kan. Nach dem Ende des Linials zu, erweitern ſich der Länge nach die Schlitze immer mehr, weil hier das Linial am meiſten nachgeben muß. Die Schrauben b, b, gehen ſenkrecht durch die Vorrichtung CD, welche übrigens ſo ſtark von Eiſen ſeyn muß, daß ſie ſich beym Anziehen der Schrauben, nicht ſelbſt biegen kan. Die Stücke EC und DF, welche ei-

nen rechten Winkel mit CD machen könn
brauchen nur $\frac{1}{2}$ bis $\frac{3}{4}$ Schuh lang zu ſeyn

So ſtellt dieſes Werkzeug gleichſam
Leere vor, der man durch Hülfe
Schrauben b, b, b, dieſe oder jene Kr
mung geben kan. Sind die Punkte n, n
vorgegeben, durch welche ein Kreisbogen g
gen werden ſoll, ſo krümmt man die R
AB vermittelſt der Schrauben b, b, bis
Krümmung durch die vorgegebenen Pu
geht, und zieht nun längs ihr, den verla
ten Bogen. Es verſteht ſich, daß dies W
zeug nur zu Bögen von großen Halbmeſſ
gebraucht wird. Iſt die Krümmung zu
trächtlich, ſo läuft man Gefahr, daß
Regel entweder ihre Elaſticität verliehrt, o
das Werkzeug durch die Gewalt der Schr
ben ſonſt Schaden leidet.

21. Beym Gebrauche dieſes Werkzeu
müſſen einige Punkte des zu beſchreibend
Bogens entweder ſchon vorgegeben ſeyn, od
man muß dergleichen erſt durch Rechnung
ſtimmen, damit man der elaſtiſchen Regel d
Werkzeugs die gehörige Krümmung geben
und den ganzen Bogen ausziehen kan. Da
dient nun folgendes.

22. Wäre (Fig. XIII.) der Halbmeſſer R

enden Bogens MKN, nebſt der Sehne MN = MT = 2.f (wo f die halbe Sehne bedeutet) gegeben, ſo findet ſich daraus ſogleich er höchſte Punkt K des Bogens über der Sehne, indem man nach (14) durch das Mittel der Sehne T ein Perpendikel TK = r ſin $\frac{1}{2}$ MRT² ſetzt, wo ſin MRT $= \frac{f}{r}$.

Man könnte alſo die elaſtiſche Regel AB (Fig. XII.) ſogleich nach den drey Punkten M, K, N des zu ziehenden Bogens krümmen, und längs ihr alsdann den verlangten Bogen ziehen.

Da indeſſen zu befürchten iſt, daß, wenn die Regel blos nach drey Punkten M, K, N, gekrümmt wird, ihre Krümmung etwas von der eines Kreisbogens durch M, K, N, abweichen mögte, wiewohl die Abweichung ſelten beträchtlich ſeyn mag, ſo iſt es vortheilhaft, noch ein paar andere Punkte des Bogens MKN zu beſtimmen, und alſo die Regel nach mehreren Punkten des Kreisbogens zu krümmen.

23. Man nehme auf den die Sehne MN halbirenden Halbmeſſer KR, nach Gefallen eine Abſciſſe KS = x; heißt nun die zugehörige ſenkrechte Ordinate SL oder SV = y,

die mittlere geometriſche Proportionallinie zwiſchen KS, und dem von S angerechneten übrigen Stücke des Durchmeſſers 2r; oder man hat

$$x : y = y : 2r - x \quad \text{alſo}$$
$$y^2 = (2r - x)\, x$$

Und $y = \sqrt{(2r - x)\, x}$. Mithin durch Logarithmen

$$\log y = \tfrac{1}{2} (\log (2r - x) + \log x)$$

24. So läßt ſich für jedes nach Belieben angenommene KS = x das zugehörige SL = y berechnen. Nimmt man hierauf KS von dem angenommenen Werthe, und SL = SV von dem daraus gefundenen, ſo hat man nunmehr 5 Punkte, M, L, K, V, N, des zu beſchreibenden Kreisbogens, und man kan nun entweder durch M, L, K, V, N aus freyer Hand den Kreisbogen ziehen, oder die Regel (20) dergeſtalt krümmen, daß ihre Krümmung durch die erwähnten 5 Punkte gehe, und nun den Bogen längſt dieſer Regel ausziehen.

25. Nimmt man x = KT, ſo wird y = TM = der halben Sehne, über der der Bogen zu beſchreiben iſt. Begreiflich beſtimmt man allemahl Punkte des Bogens zwiſchen M und N; berechnet alſo bloß die Werthe y für angenommene $x < KT$.

Ex. Es ſey der Halbmeſſer r = 25 Schuh, und die Sehne MN = 3 Schuh; ſo iſt nach (15) erſtlich KT, oder die Höhe des Bogens über der Sehne = 0,045 eines Schuhes, wodurch denn der Punkt K des Bogens beſtimmt wird. Nun nehme man z. E. x = 0,02 eines Schuhes, ſo iſt.

$2r - x = 49,98$ und $y^2 = 49,98 \cdot 0,02 = 0,9996$, woraus die Wurzel gezogen $y = 0,9998$ folgt. Für $x = 0,03$ wird $y = 1,2243$.

Für ein größeres x brauchte man keine y weiter mehr zu berechnen, weil der Kreisbogen, nur ſo weit die Sehne reicht, gezogen werden ſoll. Man nehme alſo KS = 0,02 eines Schuhes, und die Perpendikel SL = SV = 0,9998 Schuh, dann KU = 0,03 S. und UP = UQ = 1,2243 Schuh, ſo hat man hier 7 Punkte, M, P, L, K, V, Q, N, durch welche man den Bogen aus freyer Hand, oder nach der gehörig gekrümmten Regel (20) ausziehen kan. Gewöhnlich reichen ſchon 5 Punkte vollkommen hin, den Bogen mit der gehörigen Genauigkeit ziehen zu können. Für einen Bogen, der ſo flach als der gegenwärtige iſt, würden vielleicht 3 Punkte, M, K, N, ſchon hinreichend ſeyn.

26. Da x gewöhnlich ſehr klein gegen den Halbmeſſer r iſt, weil man das Werkzeug nur zu Ziehung ſehr flacher Bogen ge-

braucht, ſo kan man in der Formel (23) ohne merklichen Fehler x^2 als ſehr gering gegen $2rx$ anſehen, mithin ohne merklichen Fehler

$$y^2 = 2rx, \text{ und folglich } \frac{y^2}{2r} = x$$

ſetzen.

27. Man könnte alſo auch y nach Gefallen (verſteht ſich, allemahl kleiner als MT, oder die halbe Sehne) annehmen, und das zugehörige x berechnen, wodurch man ſich denn eine Wurzelausziehung erſparte, wenn man anderſt nicht durch Logarithmen rechnen wollte.

28. Wenn man (Fig. XIII.) für den Bogen KL, dem die Abſciſſe KS = x und Ordinate SL = y zugehört, die Sehne KL zieht, ſo iſt eigentlich $KL^2 = 2r \cdot x$, weil $KL^2 = y^2 + x^2$ und $y^2 = 2rx - x^2$. Alſo nimmt man in (26) eigentlich KL für y oder SL an, welches ohne merklichen Fehler verſtattet iſt, ſo lange x ſehr klein gegen den Halbmeſſer r iſt.

29. Indeſſen ſieht man, daß der Punkt L des Bogens, ſich für jedes x, auch vermittelſt der Sehne KL beſtimmen läßt. Man nehme KS = x von beliebiger Größe, errichte in S ein Perpendikel auf KT, und durch-

ſchneide

ſchneide dies Perpendikel mit KL $= \sqrt{2rx} = \sqrt{2r \,.\, KS}$, ſo hat man den Punkt L des Bogens, und ſo andere, je nachdem man KS annimmt.

30. Nimmt man KL nach Gefallen, ſo hat man das zugehörige KS $= \frac{KL^2}{2r}$; welches demnach die Ausziehung der Wurzel erſpart. Dies Verfahren mögte wohl das bequemſte ſeyn, Punkte des Bogens zu beſtimmen.

31. Wenn man KL = n Tauſendtheilchen des Halbmeſſers KR annimmt, alſo $KL = \frac{n}{1000} r$ ſetzt, ſo wird

$$KS = \frac{\frac{1}{2} n^2}{1000000} \,.\, r$$

d. h. KS faßt ſo viele Milliontheilchen des Halbmeſſers r, als die Zahl $\frac{1}{2} n^2$ Einheiten enthält. Wo man denn $\frac{1}{2} n^2$ nur aus den Quadrattafeln nehmen darf, wenn $n > 9$ ſeyn ſollte.

32. Exempel. Für KL $= \frac{15}{1000} r$; $\frac{20}{1000} r$; $\frac{25}{1000} r$ u. ſ. w., alſo für n = 15;

20; 25 u. ſ. w. fände ſich ſolchergeſtalt ohne weitläuftige Rechnung aus den Quadrattafeln

$\frac{1}{2} n^2 = 112,5; 200; 312,5$; alſo alles mit 1000000 dividirt, die zugehörigen

KS = 0,000112 . r; 0,000200 . r; 0,000312 . r.

Iſt demnach der Halbmeſſer r ſo groß, daß Milliontheilchen deſſelben auf dem Papiere noch eine ſichtbare Größe ausmachen, ſo kan man 112; 200; 312 ſolcher Theilchen aus K in S, aus K in U; und aus K in T tragen, hierauf durch S, U, T, Perpendikel ſetzen, und dieſe mit KL = 15; Kp = 20; KM = 25 Tauſendtheilchen, d. h. mit KL = 15000; KP = 20000; KM = 25000 Milliontheilchen des Halbmeſſers in L, P, M, und eben ſo in V, Q, N durchſchneiden, ſo hat man die Punkte M, P, L, u. ſ. w. des zu verzeichnenden Kreisbogens.

Lieſſen ſich keine Milliontheilchen des Halbmeſſers auf dem Papiere mehr erkennen, ſo faßte man bloß Hunderttauſendtheilchen, oder Zehntauſendtheilchen ab, und verſühre, wie gewieſen worden.

33. Wir werden in der Folge ſehen, daß der Halbmeſſer r gewöhnlich, und zwar am bequemſten, in Meilen gegeben iſt. Dann würde

würde man die Werthe von KL, KS u. ſ. w. ebenfalls durch Meilen ausdrücken, wo es denn auf die Theile, welche auf dem Papiere die verjüngten Meilen darſtellen, ankömmt, bis auf was für kleine Theilchen von Meilen man die Rechnung zu führen hat.

34. Wäre z. E. r = 1212 Meilen, ſo hätte man KL = 0,015. 1212 M. = 18,18 M. und das zugehörige KS = 0,000112. 1212 M. = 0,13. . . Meilen. Man würde hier nur bis auf 100theilchen der Meilen gehen dürfen. Gewöhnlich ſind bey Verzeichnung der Charten die verjüngten Meilen auf dem Papiere ſo klein, daß Hunderttheilchen derſelben einen bloſſen Punkt ausmachen.

35. Wolte man, um die Verwandlung in Meilen zu erſparen, die Werthe von KS, KL ꝛc. bloß durch Decimaltheile des Halbmeſſers, wie oben (32) ausdrücken, ſo müßte man den Halbmeſſer r ſelbſt getheilt vor ſich haben, um die Werthe von KL, KS ꝛc. in Decimaltheilen von ihm abfaſſen zu können. Gewöhnlich iſt aber der Halbmeſſer ſo groß, daß er auf dem Papiere ſelbſt nicht Platz haben würde, man theilt alſo nur ein ſolches Stück von ihm, als man höchſtens zum Abtragen der Werthe von KS, KL ꝛc. braucht, oder der Raum des Papieres verſtattet. Wäre z. E. r = 1212 Meilen, und auf

 dem

dem Papiere hätten nur 200 Meilen, alſo ohngefähr $\frac{1}{6}$ des Halbmeſſers, Platz, ſo würde man, um einen Maasſtab zu erhalten, von dem man z. E. Hunderttauſendtheilchen des Halbmeſſers abfaſſen könnte, berechnen, wie viel jene 200 Meilen, ſolcher Theilchen betrügen, und ſie alsdann in ſo viel Theile eintheilen. Nun iſt $1212 : 200 = 100000 : x$. Alſo $x = 16501,6$, wofür ich 16502 annehmen will. Theilte man alſo auf dem Papiere einen Raum von 200 verjüngten Meilen $= a$ in 16502 Theile, ſo würden dieſe Theilchen ſich auf Hunderttauſendtheilchen des Halbmeſſers r beziehen.

36. Es mögte etwas unbequem ſeyn, eine Linie in 16502 Theile zu theilen. Daher man lieber eine Anzahl von Meilen $= b$ ſuchen würde, welche man nur, nach der gewöhnlichen Art eines verjüngten Maasſtabes, in tauſend Theile eintheilen dürfte, um Theilchen zu erhalten, welche auf Hunderttauſendtheilchen des Halbmeſſers r ſich bezögen.

Man ſchließe demnach

$$100000 : 1000 = 1212\ M : b.$$

ſo findet ſich $b = 12,12$ Meilen. Man faſſe alſo 12,12 Meilen des Meilen-Maasſtabes ab, und theile dieſen Raum in 1000 Theile, ſo ſind die Theilchen, die man erhält, Hundert-

derttauſendtheilchen des Halbmeſſers, und der Maasſtab von der Länge b = 12,12 Meilen, würde 1000 ſolcher Hunderttauſendtheilchen des Halbmeſſers faſſen.

37. Man könnte auch, wenn man es beſſer fände, einen Raum von z = 121,2 Meilen in 10000 Theile theilen, ſo hätte man einen Maasſtab, deſſen Länge z ein Stück des Halbmeſſers von 10000 Hunderttauſendtheilchen deſſelben vorſtellen würde.

38. Es kan geſchehen, daß die Sehne MN = 2.TM = 2y, und die Höhe des Bogens, alſo der Querſinus KT = x gegeben ſind; Man verlangt den Halbmeſſer des über MN zu beſchreibenden Bogens.

In dieſem Falle iſt aus der obigen Gleichung $y^2 = 2rx - x^2$; der Werth von

$$r = \frac{y^2}{2x} + \tfrac{1}{2}x.$$

39. Wäre die Sehne KM, und der Querſinus KT des Bogens KM gegeben, ſo iſt erſtlich aus (29) $\frac{KM^2}{KT} = 2r$; und eben ſo für einen andern Punkt L; $\frac{LK^2}{KS} = 2r$ alſo

$$KM^2 : KT = LK^2 : KS.$$

Man

Man kan alſo, wenn für einen gewiſſen Punkt M, KM und KT gegeben ſind, für jeden andern L, für welchen man LK willführlich angenommen hätte, das zugehörige KS berechnen, und ſolchergeſtalt den Punkt L wie (29) beſtimmen.

40. Um Punkte des Kreisbogens MKN zu erhalten, könnte man auch die Werthe von KT, KM, aus der nach Gefallen angenommenen Größe des Bogens KM $= \varphi$ berechnen und auftragen. Man hat nemlich, wenn der Halbmeſſer RM $= r$ heißt, TM $= r \sin \varphi$ und KT $=$ KR $-$ RT $= r - r \cos \varphi = r(1 - \cos \varphi)$, wofür man auch $2r \sin \frac{1}{2} \varphi^2$ ſchreiben könnte. So fände man alſo die Punkte M, P, L, je nachdem man für φ, den Bogen KM, oder KP, oder KL annähme.

Dieſe Methoden mögen hinlänglich ſeyn, um für den Gebrauch des Werkzeugs (Fig. XII.) ſo viel Punkte eines Bogens, als man für nöthig erachtet, beſtimmen zu können. Das Verfahren (31) mögte unter allen wohl das bequemſte ſeyn.

γ) Vermittelſt eines Kegels Kreiſe zu beſchreiben.

41. Die Theorie dieſes Verfahrens, welches *Perrault* in ſeiner Ueberſetzung des Vitruvs

truvs (*Les dix livres d'Architecture de Vitruve, corrigés et traduits par Mr. Perrault*, 2 *Edit.* Paris 1684. liv. III. Chap. 2. am Ende der Anmerkungen 82 u. f. S.) und nach ihm Leupold *Theatr. Mach. Geom.* 19 Cap. 303 §. Tab. X. [b] gelehrt hat, giebt Hr. Hofr. Käſtner in der erſten Sammlung ſeiner geometriſchen Abhandlungen Gött. 1790. Abh. 43. III.

Die Peripherie AB der Grundfläche F eines ſenkrechten Kegels ABE (Fig. XIV.), welcher ſich in einer Ebene dergeſtalt wälzt, daß ſeine Spitze E immer an einerley Stelle der Ebene bleibt, beſchreibt offenbar einen Kreis MN, deſſen Halbmeſſer der Seitenlinie AE des Kegels gleich iſt.

Man gedenke ſich ſtatt des ganzen Kegels ABE, nur ein paar auf der Axe FE ſenkrecht ſtehende Querſchnitte F und G deſſelben, oder ſtatt deren in F und G ein paar Räder, ein größeres F mit einem kleineren G, durch eine Stange FL, die ſenkrecht durch ihre Mittelpunkte geht, dergeſtalt verbunden, daß das kleine Rad ſich mit dem großen zugleich wälzen muß, ſo beſchreibt der Umfang AB des größern, ebenfalls einen Kreis, deſſen Halbmeſſer die Seitenlinie AE des vorhin erwähnten Kegels ſeyn würde.

Wenn

Wenn das kleinere Rad G längs der Stange FL hin und her geſchoben, jedoch auch in jeder Lage befeſtigt werden kan, damit es von dem größern F weiter entfernt, oder auch demſelben mehr genähert werden kan, ſo erhellt, daß je weiter man G von F entfernt, deſto weiter muß auch die Spitze E des Kegels, wozu F und G als Querſchnitte gehören würden, hinausfallen, deſto größer wird alſo auch der Halbmeſſer des Bogens ſeyn, den bey der Wälzung des ganzen Werkzeugs, der Umfang des Rades AB beſchreibt.

Die Räder haben an ihrem Umfange kurz hervorſtehende Spitzen, ſowohl um zu verhüten, daß die Räder, indem ſie ſich gemeinſchaftlich fortwälzen, nicht aus ihrer gehörigen Bahn kommen, als auch die beſchriebene Bahn, durch ſanfte Eindrücke auf dem Papiere, ſichtbar zurückzulaſſen. Die Stange durch ihre Mittelpunkte hat Abtheilungen, denen gemäß die Räder in den gehörigen Abſtand gebracht werden können, um einen Bogen von einem größern oder kleinern Halbmeſſer beym Fortwälzen zu beſchreiben. Je weniger übrigens die Räder in Abſicht auf ihre Größe verſchieden ſind, deſto größer ſind die Halbmeſſer der Kreiſe, die ſie beym Wälzen beſchreiben. Wären beyde Räder einander gleich, ſo wäre es, als wenn ſich ein

Cylin-

Cylinder auf einer Ebene fortwälzte, da denn jedes Rad eine gerade Linie, d. i. einen Kreisbogen von einem unendlich großen Halbmeſſer beſchreiben würde. Dies zeigt, wie Entfernung und Größe der Räder den Halbmeſſer des zu beſchreibenden Kreisbogens beſtimmen, wie aber dieſe Dinge von einander abhängen, lehrt Hr. Hofrath Käſtner am a. O. So findet er z. E., daß, wenn das eine Rad 12 pariſer Zoll, das andere 11,6 Zoll im Halbmeſſer hielte, und beyde um 15 Zoll von einander entfernt wären, der beſchriebene Kreis MN einen Halbmeſſer von 15 Toiſen, alſo von 90 par. Fußen, haben würde, welches zeigt, daß das Werkzeug eben nicht ſehr groß zu ſeyn braucht, um dennoch Kreisbogen von ſehr großen Halbmeſſern damit beſchreiben zu können.

Dies mag hinreichen, um einen Begriff von dieſem Werkzeuge zu geben. Soll ein Kreisbogen über eine vorgegebene Sehne beſchrieben werden, ſo mögte es wohl in der Ausübung nicht ſo gar leicht ſeyn, das Werkzeug von dem einen Ende der Sehne ganz genau durch das andere Ende laufen zu laſſen; Ich halte daher die ganze Vorrichtung mehr für ſinnreich, als brauchbar, und überlaſſe es übrigens meinen Leſern, ſich aus der oben angeführten Käſtneriſchen Abhandlung die weitere Theorie davon bekannt zu machen.

XI. Die

XI. Die übrigen Werkzeuge, welche noch zur Verfertigung der Charten erforderlich ſind, beſtehen in ſolchen, welche zum Meſſen und Verzeichnen der Winkel auf dem Papiere gehören.

1. Des gewöhnlichen kleinen Transporteurs in den Reiszeugen, wird ſich Niemand bedienen, dem es hiebey nur um einige Genauigkeit zu thun iſt. Wenn man ſich aber einen Transporteur von etwa 15 Zollen im Durchmeſſer verfertigen lieſſe, ſo würde man in den meiſten Fällen damit ausreichen. Er könnte alsdann etwa in halbe Grade getheilt werden, wiewohl für den, der ein gutes Augenmaaß hat, ſchon ganze Grade auf einem Werkzeuge von dieſer Größe hinlänglich ſind. Durch einige Uebung im Schätzen der Theile, kan man es leicht dahin bringen, einen Fehler von 2 bis 3 Minuten zu vermeiden, welches für Zeichnungen immer hinlänglich iſt.

2. Wer ſich etwas mit Eintheilungen beſchäftigt hat, wird ſich einen ſolchen Transporteur wohl ſelbſt verfertigen können. Die Regeln, einen Kreis oder Halbkreis aus freyer Hand zu theilen, habe ich mit den nöthigen Vorſichten im 89ten §. meiner practiſchen Geometrie gelehrt. Die Abtheilungen brauchen mit Punkten bemerkt zu werden. Ich habe mir ſolchergeſtalt bloß zum Gebrauche auf dem

Papiere,

Papiere, einen Halbkreis auf einer wohl geebneten Kupferplatte getheilt. Der Halbmeſſer dieſes Kreiſes iſt auf dem Transporteur irgendwo hingetragen, damit man nicht nöthig habe, ihn allemahl aus dem Mittelpunkte des Transporteurs bis an den Umfang beſonders abzufaſſen. Der Mittelpunkt iſt nicht, wie auf den gewöhnlichen Transporteuren, ausgeſchnitten, oder durch eine Ecke bezeichnet, ſondern bloß durch einen Punkt bemerkt, weil ich den Transporteur nicht an die Spitze des auszumeſſenden Winkels, wie gewöhnlich, anlege, ſondern die Sehne des auszumeſſenden Winkels auf den Umfang des Transporteurs, vermittelſt eines Zirkels, trage, und die ihr entſprechende Anzahl von Graden und Minuten beſtimme.

3. Will man alſo einen vorgegebenen Winkel ausmeſſen, ſo trage man erſtlich den Halbmeſſer des Transporteurs auf die beyden Schenkel des Winkels, von deſſen Spitze aus, faſſe nunmehr die Sehne dieſes Winkels ab, und unterſuche auf dem Rande des Transporteurs, wie viel ihr Grade und Minuten, welche letztere nach dem Augenmaaße geſchätzt werden, entſprechen.

4. Hat man ſtatt der bloßen Theilpunkte, Striche, welche bis an den Rand des Transporteurs gehen, ſo kan man den Transpor-

teur, wie gewöhnlich einrichten, und durch würkliche Anlegung deſſelben, die Größe des auszumeſſenden Winkels erfahren. Einen Winkel von einer verlangten Größe aufzutragen, wird das Verfahren (3) nur umgekehrt, und bedarf keiner beſondern Erläuterung.

5. Will man ſtatt eines Transporteurs, wie (2), einen geradlinigten brauchen, ſo wird damit eben ſo verfahren, weil ein geradlinigter Transporteur nichts anders, als ein Maasſtab iſt, von dem man die Sehnen abfaſſen kan, wie in (2) von dem Umkreiſe des eingetheilten Halbkreiſes ſelbſt. Der Gebrauch und die Einrichtung eines ſolchen Sehnenmaasſtabes iſt leicht, und kan aus dem 106ten §. meiner pract. Geometrie mit mehrerem erſehen werden.

6. Beym Landchartenzeichnen iſt es vortheilhaft, wenn der Halbmeſſer, für welchen die Sehnen auf den geradlinigten Transporteur aufgetragen worden ſind, wenigſtens 9 Zolle groß iſt. Die Sehnen müſſen auch wenigſtens für alle einzelnen Grade berechnet, und von dem in 1000 Theile eingetheilten Halbmeſſer, mit möglichſter Genauigkeit abgetragen worden ſeyn, wenn die übrigen für die einzelnen Minuten, ſich nach Art des verjüngten Maaßſtabes, mit der gehörigen Schärfe durch Zeichnung ergeben ſollen.

7. Da

7. Da zur Conſtruction des geradlinigten Transporteurs doch einmahl ein tauſendtheiligter Maasſtab gemacht werden muß, dieſer aber, wenn man die Sinustafeln zu Hülfe nimmt, allein ſchon zur Ausmeſſung und Zeichnung der Winkel hinreicht, ſo iſt der geradlinigte Transporteur, in ſofern überflüßig, und erſpart nur die leichte Berechnung der Sehne des in einem vorkommenden Falle auszumeſſenden Winkels. Hingegen werden die Fehler vermieden, welche bey der Conſtruction des geradlinigten Transporteurs vorfallen können, wenn man die Sehnen ſelbſt unmittelbar von dem 1000theiligten Maasſtabe abfaßt, mit dergleichen man doch einmahl zu allerley Arbeiten verſehen ſeyn muß.

8. Iſt ein ſolcher tauſendtheiligter Maasſtab, mit deſſen ganzer Länge man allemahl den Bogen beſchreibt, in welchen man die Sehne für den zu zeichnenden Winkel einträgt, etwa ein Schuh lang, ſo iſt $\frac{1}{1000}$ desſelben immer auf dem Papiere noch eine ſichtbare Größe, um etwa noch kleinere Theilchen nach dem Augenmaaße ſchätzen zu können. Man thut alſo am beſten, die Sehnen der Winkel, bis auf 10000 Theilchen des Halbmeſſers zu berechnen.

9. Man duplire alſo den Sinus der Hälfte desjenigen Winkels, den man zeichnen

will, und ſchneide die 3 letzten Ziefern ab, ſo hat man die Sehne des Winkels bis auf Zehntauſendtheilchen des Halbmeſſers. Sollte z. E. ein Winkel von 41°. 35′ gezeichnet werden, ſo nimmt man den Sinus von halb 41°. 35′, d. h. von 20°. 47′. 30″, oder welches hinlänglich genau iſt, blos von 20°. 47′. Dieſer iſt aus den Tafeln = 3548350. Das doppelte hievon iſt 7096700, und die drey letzten Ziefern weggelaſſen 7096 = Sehne 41°. 35′, oder dieſe Sehne faßt 7096 Zehntauſendtheilchen des Halbmeſſers.

10. Man faſſe alſo mit einem Zirkel 709,6 Tauſendtheilchen von dem in 1000 Theile eingetheilten Maasſtabe ab, und trage ſie in den Bogen, den man mit der Länge von 1000 Theilen dieſes Maasſtabes, aus der Spitze des an einer vorgegebenen Linie zu zeichnenden Winkels beſchrieben hat, ſo kan man den andern Schenkel des Winkels ziehen, und ihn ſolchergeſtalt von der verlangten Größe zeichnen, oder auch, wenn man das Verfahren umkehrt, meſſen, wie (§. 139.) meiner pract. Geom. hinlänglich gewieſen worden.

11. Sobald ein Winkel über 60° groß iſt, wird die Sehne größer, als der Halbmeſſer; Man müßte alſo den 1000theiligten Maasſtab, entweder bis auf 2000 Theile deſſelben erweitern, um Winkel bis auf 180 Grade zeich-

zeichnen zu können, oder man müßte die Sehne aus zwey Stücken zuſammen ſetzen, wenn man ſie nicht auf einmahl abfaſſen könnte. Wäre die Sehne z. E. = 1315, ſo würde man erſtlich 315 Theile vom Maasſtabe abfaſſen, und ſie irgendwo auf eine gerade Linie abſetzen, dann noch die übrigen 1000 Theile daran tragen, und nun mit dem Stangenzirkel die ganze Länge = 1315 faſſen, und als Sehne in den beſchriebenen Bogen eintragen. Man könnte aber auch einen Winkel, der größer, als 60 Grad wäre, aus zwey Theilen zuſammenſetzen, welches ich aber für weitläuftiger halte, weil man da zwey Sehnen berechnen müßte.

12. Die Winkel nach den beſchriebenen Methoden vermittelſt ihrer Sehnen zu meſſen, oder zu zeichnen, geht mit ziemlicher Genauigkeit an, ſo lange ſie nicht über 180 Grade groß ſind. Wachſen ſie darüber, ſo ſind die Sehnen innerhalb 6 bis 8 Minuten eines Grades, nicht mehr in Tauſendtheilchen des Halbmeſſers verſchieden. Z. E. Sehne 120° = 1732. Sehne 120° 5′ = 1732,8. Alſo innerhalb 5 Minuten ſind hier die Sehnen noch nicht um $\frac{1}{1000}$ des Halbmeſſers verſchieden. Kan man alſo nicht ſicher Zehntauſendtheilchen abfaſſen, ſo wird ein ſolcher Winkel, vermittelſt ſeiner Sehne, auch nur innerhalb 5 oder 8 Minuten, und wenn er

ſehr ſtumpf wäre, nicht einmahl ſo genau verzeichnet werden können. Vortheilhafter bedient man ſich daher in ſolchem Falle des Bogentransporteurs (4), deſſen Theilſtriche wie gewöhnlich, bis an den Rand deſſelben auslaufen, um die Anzahl von Graden und Minuten des zu verzeichnenden Winkels unmittelbar auf dem Papiere abſtechen zu können. Nur muß ein ſolcher Transporteur größer, als die gewöhnlichen in den Reiszeugen ſeyn. Will man ſich indeſſen der Sehnen bedienen, ſo kan man ſtumpfe Winkel, auch vermittelſt ihrer ſpitzigen Nebenwinkel, mit aller erforderlichen Genauigkeit verzeichnen.

13. Man kan Winkel auch durch Hülfe ihrer Sinuſſe, Coſinuſſe und Tangenten, die man von einem tauſendtheiligten Maaßſtabe abträgt, verzeichnen. Da man aber hiebey Perpendikel ziehen muß, welches zur Ausübung etwas weitläuftig iſt, auch das Verfahren für manche Winkel, aus einer ähnlichen Urſache, wie (12), nicht die gehörige Genauigkeit verſtattet, ſo kan man es bey dem Bogentransporteur (4) und dem Gebrauche der Sehnen bewenden laſſen. Indeſſen ſehe man hievon weiter im 139ten §. meiner practiſchen Geom.

§. 19.

Stücke der Kugelfläche zu berechnen.

1. Da dies ebenfalls bey verſchiedenen Entwerfungsarten vorkommt, und ſonſt zu Berechnung der Länder gebraucht wird, ſo muß ich hier das nöthigſte davon beybringen.

2. Um einen Begriff von der Größe eines Stücks der Erdfläche zu erhalten, iſt nicht hinreichend, ſeine Länge und Breite nach einem bekannten Meilenmaaße anzugeben, ſondern es muß der Flächen-innhalt nach gewiſſen bekannten, zur Einheit angenommenen Flächen-maaßen beſtimmt werden, und dazu bedient man ſich am beſten der geographiſchen Quadratmeilen.

3. Die gewöhnlich ſehr unregelmäſige Geſtalt der Länder macht die Berechnung ihres Innhalts etwas beſchwerlich, wenn eine groſe Schärfe verlangt wird. Indeſſen iſt die Figur der Länder ſelten ſo genau beſtimmt, daß es nicht verſtattet ſeyn ſollte, in den meiſten Fällen ſich mit einem Beynahe zu begnügen. Dazu können nun folgende Vorſchriften nützlich ſeyn.

4. Man gedenke ſich ein ganzes Land auf der Kugel, durch geographiſche Parallel-

kreiſe in lauter ſchmale Streifen oder
nen eingetheilt, welche am beſten durch
von gleicher Breite genommen werden,
geſtalt, daß wenn (Fig. XV.) PR ei
Mittagskreis durch das Land vorſtellet,
Diſtanzen AB, BC, CD, der Parallelkre
welche die Zonen begränzen, alle einan
gleich ſind.

5. Sind nun AB, BC, CD von
ringer Größe, z. E. etwa nur = $\frac{1}{2}$ G
(wenn das Land ſich nicht ſehr ins Gr
erſtreckt, können AB, BC ꝛc. noch kleiner
nommen werden), ſo läßt ſich in den meiſ
Fällen ein Streifen, wie MNKV, oh
großen Fehler für eine Zone wie MLV
nehmen, welche zwiſchen zwenen Mittagskreiſe
wie PL, PV, und den Parallelen MN, K
enthalten iſt, d. h. man kan die kleinen Fl
chentheile, wie MLK, TVN, als unb
trächtlich weglaſſen, oder ſie wenigſtens a
kleine geradlinigte Drenecke anſehen und b
rechnen, und ſie zu dem Innhalte der Zo
MLVT addiren, oder davon abziehen,
nachdem ſie auſſerhalb oder innerhalb der Zo
zu liegen kommen.

6. Berechnet man auf dieſe Weiſe al
Streifen, in welche das Land getheilt worden
ſo giebt ihre Summe den Inhalt des ganze
Landes.

7. Alles kommt demnach hiebey auf die Berechnung ſchmaler Zonen an, welche zwiſchen zwey gegebenen Meridianbögen, wie ML, VT, und zwey Bögen von Parallelkreiſen, wie MT, LV, enthalten ſind.

8. Da es indeſſen auch vorkommen kan, daß ſtatt mehreren ſchmalen Zonen nur eine einzige breitere berechnet werden darf, ſo iſt nöthig, hier überhaupt von Berechnung der Zonen zu reden. Es wird hiebey die Erde bloß für eine Kugel genommen, welches zu geographiſchen Gebrauche wohl hinlänglich iſt.

§. 20.

Den Innhalt einer Zone zwiſchen zwey Parallelkreiſen, deren geographiſche Breite, oder Abſtand vom Aequator, bekannt iſt, zu berechnen.

1. Ich will ſetzen, daß erſtlich die Zone ganz um die Erdkugel gehe.

Es ſeyen demnach (Fig. XVI.) MN, KV, die Parallelkreiſe. P, Q, die Erdpole, alſo die gerade Linie PQ, die Erdaxe, in welcher bey c, C die Mittelpunkte der Parallelkreiſe liegen müſſen (Käſtn. Geometrie 50 S.).

2. So iſt Cc der Abſtand der Mittelpunkte dieſer Parallelkreiſe; Mc, KC, ſeyen die Halbmeſſer derſelben.

3. Nun lehrt die Geometrie, daß die ganze um die Kugel laufende Zone MNKV (die andere Hälfte iſt hier nicht abgebildet) gleich ſey der krummen Seitenfläche eines ſenkrechten Cylinders, deſſen Durchmeſſer gleich iſt dem Durchmeſſer der Kugel, die Höhe aber dem Abſtande Cc der Mittelpunkte der beyden Parallelzirkel.

4. Es heiße alſo der Halbmeſſer der Erdkugel $= r$, ſo iſt erſtlich der Umfang jenes Cylinders (3) gleich dem Umfange der Erdkugel $= 2r.\pi$, wo π die bey der Kreisrechnung vorkommende Ludolphiſche Zahl $= 3,1415 \ldots$ bedeutet.

5. Dieſer Umfang mit dem Abſtande Cc $= x$ multiplicirt, giebt für die Seitenfläche jenes Cylinders, alſo für die Fläche der Zone MNKV, den Ausdruck $2r\pi.x$. (Käſtn. Geom. 64 S.)

6. Geſetzt nun, des Parallels KV Abſtand vom Aequator, die geographiſche Breite deſſelben, hieße β, und des Parallels MN geogr. Breite $= \beta + \gamma$; alſo $\gamma =$ dem Bogen des Meridians MK, zwiſchen beyden Parallelen;

ralleſen; ſo iſt, wenn man den Halbmeſſer der Erde KA zieht, in dem rechtwinklichten Dreyecke KCA der Winkel $KAC = 90° - \beta$, und folglich $AKC = \beta$, und $AC = AK . \sin \beta = r \sin \beta$.

Eben ſo $Ac = r \sin (\beta + \gamma)$ Demnach Cc oder

$$x = r (\sin (\beta + \gamma) - \sin \beta)$$

und folglich die Zone (5)

$$= 2 r^2 \pi . (\sin (\beta + \gamma) - \sin \beta)$$

7. In dieſem Ausdrucke iſt $2 r^2 \pi$ die halbe Oberfläche der Erdkugel (Käſtners Geom. 64. S. 1 Z.) Um alſo die Fläche einer Zone zwiſchen zwey Parallelzirkeln, welche um die geogr. Breiten β, und $\beta + \gamma$, vom Aequator abſtehen, zu finden, muß man die halbe Oberfläche der Erdkugel, in den Unterſchied der Sinuſſe jener geographiſchen Breiten multipliciren.

8. Drückt man die halbe Oberfläche der Erde in Quadratmeilen aus, ſo hat man in eben ſolchen Quadraten den Innhalt der Zone.

9. Die Rechnung zu erleichtern, kan man ſtatt $\sin (\beta + \gamma) - \sin \beta$, auch das Product $2 \cos (\beta + \frac{1}{2} \gamma) \sin \frac{1}{2} \gamma$ (Trig. S. XIII. 12.) gebrauchen, alſo die Oberfläche der

Zone

Zone durch $4r^2\pi.\cos(\beta+\frac{1}{2}\gamma)\sin\frac{1}{2}\gamma$ ausdrücken, welches ſich alles durch Logarithmen rechnen läßt. $4r^2\pi$ bedeutet in dieſem Ausdrucke, die ganze Oberfläche der Erdkugel.

10. Den Umfang der Erde = 15. 360 = 5400 geographiſche Meil. geſetzt, ſo findet ſich nach Hrn. Hofr. Käſtners Rechnung (Geom. Abhandl. II. Samml.) die Oberfläche der Erde $4r^2\pi = 9281916{,}28$ Quadratmeilen. Der Logarithme dieſer Zahl iſt = 6,9676376.

11. Ex. Man ſoll den Quadratinnhalt = Q einer Zone berechnen, welche ſich vom 45°. 6′ der Breite, bis zum 54°. 42′ derſelben erſtreckt. Dies ſind nach meines Vaters critiſcher Charte von Deutſchland, ohngefähr die Breiten der äuſſerſten Parallelkreiſe, zwiſchen denen Deutſchland fällt. Alſo iſt $\beta = 45°.\ 6'$; $\gamma = 9°.\ 36'$; $\frac{1}{2}\gamma = 4°.\ 48'$. Demnach

$$\begin{aligned} l\cos(\beta+\tfrac{1}{2}\gamma) &= l\cos 49°.\ 54' = 9{,}8089692 \\ l\sin\tfrac{1}{2}\gamma &= l\sin\ 4°.\ 48' = 8{,}9226105 \\ l\,4r^2\pi \text{ als beſtänd. Log.} &= 6{,}9676376 \\ \hline \log Q &= 5{,}6992173 \end{aligned}$$

Alſo Q = 500285 geogr. Qu. Meilen.

Stücke von Zonen zu berechnen.

12. Das Stück einer Zone, was z. E. zwiſchen zwey Meridianen PL, PV (Fig. XV.)

XV.) enthalten iſt, verhält ſich zur ganzen Zone um die Kugel, wie der Bogen VL, alſo das Maas des Unterſchiedes der beyden Mittagskreiſe PL, PV, zu 360°.

Ex. Nach eben der Charte (11) iſt die geographiſche Länge der weſtlichſten grün illuminirten Gränze von Deutſchland etwa 23°. 32′, und der öſtlichſten = 36°. 50′, alſo der Unterſchied der äuſſerſten Mittagskreiſe, zwiſchen denen Deutſchland nach meines Vaters Beſtimmungen fällt, = 13°. 18′. Dies verhält ſich zu 360° = 798 : 21600 = 133 : 3600. Alſo iſt des Vierecks auf der Kugel, innerhalb deſſen Meridianen und Parallelen Deutſchland fällt, Innhalt

$$q = \frac{133}{3600} \cdot Q$$

Alſo

$$\begin{aligned} \log Q &= 5{,}6992173 \quad (11) \\ l\ 133 &= 2{,}1238516 \\ \hline & 7{,}8230689 \\ l\ 3600 &= 3{,}5563025 \\ \hline \log q &= 4{,}2667664 \\ q &= 18482 \text{ Qu. Meilen.} \end{aligned}$$

Auf dieſe Art kan man den Quadratinnhalt eines jeden Vierecks ABCD (Fig. XVII.), wel-

welches durch Bögen zweyer Meridiane
Parallelen begränzt iſt, beſtimmen.

13. Fällt nun ein Land innerhalb ei
ſolchen Vierecks, wie die hier punctirte Grä
anzeigt, und man will den Innhalt deſſel
finden, ſo muß man von dem Flächenrau
des ganzen Vierecks ABCD = q, die ein
nen Flächentheile, wie m, n, v, w, x u. ſ.
welche zwiſchen den etwa von halben zu h
ben, oder ganzen zu ganzen Graden der Län
und Breite gezogenen Parallelen und Me
dianen, auſſerhalb der Gränze des Lan
fallen, und nicht zu dem Innhalte deſſelb
gehören, abziehen.

14. Iſt z. E. die Zone ABCD dur
Meridiane und Parallelen in lauter Gra
abgetheilt, ſo ſind die kleinern Vierecke, w
m, n, ſogenannte Quadratgrade.

Den Innhalt eines ſolchen Quadratgr
des zu finden, ſo gehöre der obere Parall
kreis eines ſolchen Grades, der geographiſch
Breite ε zu, ſo iſt $\varepsilon - 1^\circ$ die geographiſc
Breite des untern Parallels deſſelben. Ma
ſetze in (9) $\beta = \varepsilon - 1^\circ$ und $\gamma = 1^\circ$,
iſt die Zone zwiſchen beyden Parallelen ring

Alſo die Größe eines Quadratgrades innerhalb dieſer Zone $= \frac{Q}{360}$.

15. Stünden die Parallelkreiſe und Meridiane nur um halbe Grade von einander ab, ſo würde man in (9) $\gamma = \frac{1}{2}^{\circ}$ ſetzen, und man erhielte demnach den Innhalt eines Vierecks, wie m (Fig. XVII.), welches durch halbe Grade begränzt wäre, alſo die Größe eines Quadrat-halben-Grades $= \frac{Q}{720}$, wo denn für dieſen Fall

$$Q = 4 r^2 \pi \cos(\varepsilon - \tfrac{1}{4}^{\circ}) \sin \tfrac{1}{4}^{\circ}$$

ſeyn würde.

16. Bey Berechnung des Flächeninnhalts der Länder kan folgende Tafel, die den Quadratinnhalt aller Zonen, oder mit dem Aequator parallel laufenden Streifen der Erdkugel, von halben zu halben Graden der geographiſchen Breite darſtellt, dienen. Die in der Tafel genannte Breite bezieht ſich allemahl auf den Parallel der Zone, der der entferntere vom Aequator iſt.

Breite.	Zonen, in geogr. Qua=drat Meilen.	Breite.	Zonen, in geogr. Q drat Meil
0° 30′	40499	12° 30′	39578
1 0	40497	13 0	39502
1 30	40490	13 30	39422
2 0	40481	14 0	39339
2 30	40469	14 30	39254
3 0	40453	15 0	39165
3 30	40435	15 30	39074
4 0	40413	16 0	38979
4 30	40388	16 30	38882
5 0	40361	17 0	38782
5 30	40330	17 30	38678
6 0	40296	18 0	38572
6 30	40259	18 30	38463
7 0	40219	19 0	38351
7 30	40177	19 30	38235
8 0	40130	20 0	38117
8 30	40081	20 30	37997
9 0	40029	21 0	37873
9 30	39973	21 30	37746
10 0	39915	22 0	37617
10 30	39853	22 30	37484
11 0	39789	23 0	37349
11 30	39721	23 30	37211
12 0	39651	24 0	37070

Breite.		Zonen, in geogr. Quadrat Meilen.	Breite.		Zonen, in geogr. Quadrat Meilen.
24	30	36926	36	30	32661
25	0	36580	37	0	32451
25	30	36630	37	30	32238
26	0	36478	38	0	32023
26	30	36323	38	30	31805
27	0	36166	39	0	31585
27	30	36005	39	30	31363
28	0	35842	40	0	31138
28	30	35676	40	30	30911
29	0	35507	41	0	30682
29	30	35336	41	30	30449
30	0	35162	42	0	30215
30	30	34985	42	30	29979
31	0	34806	43	0	29740
31	30	34624	43	30	29497
32	0	34439	44	0	29257
32	30	34252	44	30	29010
33	0	34062	45	0	28762
33	30	33870	45	30	28512
34	0	33674	46	0	28261
34	30	33477	46	30	28006
35	0	33277	47	0	27750
35	30	33074	47	30	27491
36	0	32869	48	0	27231

Breite.		Zonen, in geogr. Quadrat Meilen.	Breite.		Zonen, in geogr. Quadrat Meilen.
48	30	26968	60	30	20097
49	0	26704	61	0	19789
49	30	26437	61	30	19480
50	0	26168	62	0	19169
50	30	25897	62	30	18857
51	0	25625	63	0	18544
51	30	25350	63	30	18229
52	0	25073	64	0	17912
52	30	24795	64	30	17595
53	0	24515	65	0	17276
53	30	24232	65	30	16956
54	0	23948	66	0	16634
54	30	23662	66	30	16311
55	0	23374	67	0	15987
55	30	23085	67	30	15662
56	0	22794	68	0	15336
56	30	22500	68	30	15008
57	0	22205	69	0	14678
57	30	21909	69	30	14349
58	0	21612	70	0	14018
58	30	21312	70	30	13686
59	0	21010	71	0	13353
59	30	20707	71	30	13018
60	0	20403	72	0	12683

Breite.		Zonen, in geogr. Quadrat Meilen.	Breite.		Zonen, in geogr. Quadrat Meilen.
72	30	12347	81	30	6161
73	0	12010	82	0	5811
73	30	11672	82	30	5462
74	0	11333	83	0	5111
74	30	10994	83	30	4760
75	0	10652	84	0	4409
75	30	10311	84	30	4058
76	0	9969	85	0	3706
76	30	9626	85	30	3354
77	0	9283	86	0	3001
77	30	8938	86	30	2649
78	0	8593	87	0	2296
78	30	8248	87	30	1943
79	0	7901	88	0	1590
79	30	7555	88	30	1237
80	0	7207	89	0	884
80	30	6860	89	30	530
81	0	6510	90	0	177

Dieſe Tafel iſt aus Hrn. Prof. Bodens Anleitung zur allgemeinen Kenntniß der Erdkugel §. 260. genommen. Auch Aſtron. Jahrb. 1784. S. 177. Im Jahrbuche 1790. S. 243. ertheilt Hr. Prof. Klügel Vorſchriften, Zonen zwiſchen dem Aequator und einem Parallelkreiſe auf einem

Breite.		Zonen, in geogr. Quadrat Meilen.	Breite.		Zonen, in geogr. Quadrat Meilen.
48	30	26968	60	30	20097
49	0	26704	61	0	19789
49	30	26437	61	30	19480
50	0	26168	62	0	19169
50	30	25897	62	30	18857
51	0	25625	63	0	18544
51	30	25350	63	30	18229
52	0	25073	64	0	17912
52	30	24795	64	30	17595
53	0	24515	65	0	17276
53	30	24232	65	30	16956
54	0	23948	66	0	16634
54	30	23662	66	30	16311
55	0	23374	67	0	15987
55	30	23085	67	30	15662
56	0	22794	68	0	15336
56	30	22500	68	30	15008
57	0	22205	69	0	14678
57	30	21909	69	30	14349
58	0	21612	70	0	14018
58	30	21312	70	30	13686
59	0	21010	71	0	13353
59	30	20707	71	30	13018
60	0	20403	72	0	12683

Breite.		Zonen, in geogr. Quadrat Meilen.	Breite.		Zonen, in geogr. Quadrat Meilen.
72	30	12347	81	30	6161
73	0	12010	82	0	5811
73	30	11672	82	30	5462
74	0	11333	83	0	5111
74	30	10994	83	30	4760
75	0	10652	84	0	4409
75	30	10311	84	30	4058
76	0	9969	85	0	3706
76	30	9626	85	30	3354
77	0	9283	86	0	3001
77	30	8938	86	30	2649
78	0	8593	87	0	2296
78	30	8248	87	30	1943
79	0	7901	88	0	1590
79	30	7555	88	30	1237
80	0	7207	89	0	884
80	30	6860	89	30	530
81	0	6510	90	0	177

Dieſe Tafel iſt aus Hrn. Prof. Bodens Anleitung zur allgemeinen Kenntniß der Erdkugel §. 260. genommen. Auch Aſtron. Jahrb. 1784. S. 177. Im Jahrbuche 1790. S. 243. ertheilt Hr. Prof. Klügel Vorſchriften, Zonen zwiſchen dem Aequator und einem Parallelkreiſe auf einem

gedruckten elliptiſchen Sphäroid zu berechnen. Zu gewöhnlichen geographiſchen Gebrauche iſt die Vorausſetzung (§. 19. 8.) hinlänglich genau.

17. Man kan nun, vermittelſt dieſer Tafel, ſehr leicht auch den Innhalt eines Quadratgrades, oder Quadrat-halben-Grades finden. Z. E. die Zone von 11° der Breite bis 11°. 30′ iſt = 39721, dies mit 720 dividirt, giebt nach (15) den Werth eines Quadrathalben-Grades, innerhalb dieſer Zone 55,16. geogr. Qu. Meilen.

18. Den Werth eines Quadratgrades in einer Zone zwiſchen dem 11ten und 10ten Grad der Breite zu finden, ſo iſt nach dieſer Tafel die Zone zwiſchen 10° und 10°. 30′ = 39853, und zwiſchen 10°. 30′ und 11° = 39789, alſo die Zone zwiſchen 10° und 11° der Breite = 39853 + 39789 = 79642, welches mit 360 dividirt, den Werth eines Quadratgrades zwiſchen dem 10ten und 11ten Grad der Breite = 221,23 Quadr. Meilen giebt.

§. 21.

Gebrauch dieſer Tafel, den Innhalt eines Landes zu finden.

1. Nachdem man das Land (Fig. XVII.) durch Meridiane und Parallelkreiſe, ich will

ſetzen,

ſetzen, von ganzen zu ganzen Graden der Breite und Länge, eingetheilt hat, ſo berechne man erſtlich den Innhalt des Stücks ABCD der ganzen Zone, in welche das Land fällt; AB, CD, ſtellen hier die äuſſerſten, durch eine ganze Zahl von Graden der Länge, gezogenen Mittagskreiſe, ſo wie BC, AD, die äuſſerſten, durch eine ganze Zahl von Graden der Breite, gezogenen Parallelkreiſe vor, zwiſchen denen das Land fällt, d. h. AB, CD, ſind die äuſſerſten Mittagskreiſe, ſo wie BC und AD die äuſſerſten Parallelen, welche nicht von der Gränze des Landes durchſchnitten werden.

2. Nun nehme man jede der einzelnen Zonen, z. E. BCEF, vor, und unterſuche, wie viel ganze Quadratgrade in dieſer Zone liegen, welche nicht von der Gränze des Landes durchſchnitten werden; Ich will ſetzen, z. E. 2 derſelben. Heißt nun der Quadratgrad in dieſer Zone = k, ſo machen jene zwey Quadratgrade den Innhalt 2 k.

3. Dann betrachte man diejenigen Quadratgrade, wie v, w, in der Zone BCEF, welche von der Gränze des Landes durchſchnitten werden, und ſchätze nach dem Augenmaaße, der wie vielte Theil eines jeden ſolchen Quadratgrades auſſerhalb der Gränze des Landes falle.

Ich will ſetzen, von dem Quadratgrade v falle etwa $\frac{2}{3}$ ſeines Innhalts, und von dem w, $\frac{1}{4}$ ſeines Innhalts, auſſerhalb der erwähnten Gränze, ſo würden dieſe Stücke, welche alſo nicht zum Innhalte des Landes gehören, zuſammen den Innhalt $(\frac{2}{3} + \frac{1}{4})\,k = \frac{11}{12}\,k$ haben; Dies zu den leeren Quadratgraden, deren 2 in der Zone BCEF gezählt wurden, hinzu gerechnet, giebt für den Raum innerhalb der Zone BCEF, welcher nicht zum Innhalte des Landes gehört, den Werth $(2 + \frac{11}{12})\,k$, welches ich $\mu.k$ nennen will, wo man denn am beſten μ durch Decimaltheile ausdrückt.

4. Eben ſo verfahre man für die folgenden Zonen, EFGH, GHAD u. ſ. w.; für welche $\nu.k'$; $\varrho.k''$ dieſelbe Bedeutung, wie $\mu.k$ für die Zone BCEF, haben, dergeſtalt, daß k', k'' die Werthe eines Quadratgrades in jeder ein;eln Zone, und $\nu k'$, $\varrho k''$, die Räume, welche auſſerhalb der Gränze des Landes zu liegen kommen, bedeuten, ſo iſt, wenn K den Innhalt der ganzen Zone BCAD bedeutet, der Innhalt des Landes, das in dieſelbe fällt $= K - (\mu k + \nu k' + \varrho k'')$.

5. Exempel für Deutſchland. Auf meines Vaters critiſcher Charte von Deutſchland, auf welcher die Mittagskreiſe und Parallelen, von Grad zu Grad gezogen, und alſo

alſo die einzelnen Zonen in Quadratgrade getheilt ſind, gehen die äuſſerſten Parallelen BC und AD, welche von der Gränze Deutſchlands nicht durchſchnitten werden, und einer ganzen Zahl von Graden der Breite zugehören, durch den 45ten und 55ten Grad der Breite, und eben ſo findet man für die äuſſerſten Meridiane AB, CD, zwiſchen denen Deutſchland fällt, den 23ten und 37ten Grad der Länge. Man ſetze alſo in (§. 20. 9) $\beta = 45°$ und $\gamma = 10°$, ſo findet ſich erſtlich für die ganze Zone rings um die Kugel der Innhalt Q = 519991 Quadr. Meilen, von der wegen des Abſtandes der beyden Mittagskreiſe CD und AB = 37° — 23° = 14°, das Stück ABCD = $\frac{14}{360} . Q$ = 20222 Quadr. M. = K iſt.

Unterſucht man nun auf dieſer Charte, wie viel Quadratgrade und Theile derſelben, innerhalb der erſten Zone, zwiſchen dem 55ten und 54ten Grad der Breite, und den erwähnten Graden der Länge, auſſerhalb der Gränze Deutſchlands fallen, ſo findet man 11,77 Quadratgr. Nun iſt aber innerhalb dieſer Zone der Werth eines Quadratgrades nach obiger Tafel und nach dem Verfahren (§. 20. 18.) = (2337 + 23662) : 360 = 130,65 Qu. Meilen. Alſo machen die 11,77 Quad.

Grade 130,65 . 11,77 Qu. Meilen, d.
1537,75 Qu. Meilen. Hier wäre alſo
die gegenwärtige Zone, μ (3) = 11,77 und k
130,65. Auf eine ähnliche Art habe ich
die übrigen Zonen, deren bis zum 45ten G
der Breite zehne ſind, die Werthe von μ u
k beſtimmt, und folgendes für den Innh
von Deutſchland, ſo weit er auf der Ma
riſchen Charte innerhalb der grün bezeichne
Gränze ſich vorfindet, erhalten.

Zonen.	Werthe von μ.	Werthe von k.	μ . k.
I.	11,77	130,65	1537,75
II.	5,09	133,83	681,19
III.	4,55	136,97	623,21
IV.	3,11	140,06	435,58
V.	2,35	143,11	336,30
VI.	3,76	146,12	549,41
VII.	4,72	149,09	703,70
VIII.	6,62	152,00	1006,24
IX.	9,44	154,87	1461,91
X.	12,70	157,70	2002,79

Summe 9338,14 Qu. M

abzuziehen von K = 20222, geog. Q. M

giebt den □ Innh. von
Deutſchland = 10884 geog. Q. M

6. Hr. Hofr. Gatterer giebt in ſeinem Abriß der Geographie, nach Tempelmanns Berechnung, den Innhalt von Deutſchland, mit Inbegriff von Böhmen, Schleſien und Preußen (wie auch auf meines Vaters Charte der Fall iſt) = 11792¾ geogr. Qu. Meilen, und ohne Schleſien und Preuſſen, nach Büſching, 11378 geogr. Qu. M. In Pfennigs Anleitung zur gründlichen und nützlichen Kenntnis der neueſten Erdbeſchreibung (Berlin und Stettin 1787.) S. 54. ſteht der Innhalt nach meines Vaters critiſcher Charte von Deutſchland = 11124 geogr. Qu. M. angegeben, welches meiner Rechnung am nächſten kommt. Tempelmann und Büſching haben ohne Zweifel auch die jenſeits des Rheins zu Deutſchland noch gehörigen Diſtricte mit hinzugerechnet, da auf meines Vaters Charte die weſtliche Gränze von Deutſchland blos der Rhein iſt. Ueberhaupt ſcheinen Tempelmanns und Büſchings Angaben nach den Homänniſchen Gränzen von Deutſchland beſtimmt zu ſeyn, welche, wie auf der critiſchen Charte zu ſehen iſt, viel zu weit nach Oſten zu ausgedehnt ſind. Wenn ich zwiſchen Pfennigs Angabe und der meinigen ein Mittel nehme, ſo wäre Deutſchlands Innhalt, nach meines Vaters Gränzen gerechnet, = 11004 Qu. Meilen, welches wohl von der Wahrheit

nicht viel abweichen wird. Indeſſen halte ich meine Angabe doch noch für genauer.

7. In (3) habe ich bey der Schätzung ſolcher Stücke eines Quadratgrades, welche nicht zu dem Innhalte des Landes gehören, des Augenmaaßes erwähnt. Wer ſich indeſſen darauf nicht verlaſſen will, kan dergleichen Stücke genauer auf folgende Art berechnen.

Es ſey (Fig. XVIII.) efgh ein Quadratgrad, durch welchen der Theil ληεμ von der Gränze eines Landes gehe. Um nun zu finden, wie ſich z. E. das Stück gefηεg dieſes Quadratgrades, welches auſſerhalb der erwähnten Gränze fällt, zum ganzen Quadr. Grade efgh ſelbſt verhalte, ſo betrachte man die Figur efgh, als ein geradlinigtes Trapezium, worinn ef parallel mit gh, und berechne den Innhalt nach einem beliebigen tauſendtheiligten Maasſtabe. Ich will ihn = I nennen. Eben ſo berechne man nach der Art, wie in der Geometrie gelehrt wird, nach dieſem Maasſtabe des krummlinigten Stücks efηεg Innhalt, durch Zerlegung in ſchmale Trapezien (pract. Geom. §. 283. ꝛc.), und nenne ihn = i, ſo iſt das Stück efηεg $= \frac{i}{I}$ des Quadratgrades efgh, wo

man

man denn den Bruch $\frac{i}{I}$ durch Decimaltheile ausdrückt, und in den Werth des Quadratgrades, durch geogr. Quadr. Meilen ausgedrückt, multiplicirt, um das erwähnte Stück in Quadratmeilen zu erhalten. Auch könnte man efηε ſogleich in Quadratmeilen ſelbſt berechnen, wenn auf der Charte ein Meilenmaasſtab gezeichnet iſt. In den meiſten Fällen kan man $\frac{i}{I}$ bloß nach dem Augenmaaße ſchätzen.

8. Auch kan man zu dem Behufe noch allerley andere Hülfsmittel anwenden. Man könnte z. E. auf dem Meridiangrade fh, leicht dem Augenmaaße nach einen Punkt, wie α, beſtimmen, daß, wenn man man ſich durch ihn, mit gh, einen Parallel αβ gedächte, welcher bey τ die Gränze durchſchnitte, die Räume, wie βτεg; ητα, ohngefähr einander gleich würden, und man alſo nur das Trapezium efβα berechnen dürfte, um das krummlinigte Stück efητεg zu erhalten, wo denn zugleich, ohne erheblichen Fehler, dies Stück efβα zum ganzen Quadratgrade efgh = fα : fh verhalten würde, weil ſich, ſo genau als hier die Rechnung nöthig iſt, efgh auch als ein bloßes Rechteck anſehen läßt. — Es wird dies zwar keine geometriſche Genauigkeit gewähren, aber doch

doch in ſo weit man zur ſtatiſtiſchen Länderkenntnis, die Größe eines Landes braucht, vollkommen hinlänglich ſeyn.

9. Da beym Abfaſſen der zur Berechnung des Innhalts eines Landes nöthigen Maaße, eine Charte leicht durch Zirkelſtiche verdorben, oder ſonſt beſchmutzt werden dürfte, ſo kan man, um die Charte zu ſchonen, die Gränze des zu berechnenden Landes, in ein beſonderes Hülfs-Netz eintragen, worauf die Parallelkreiſe und Meridiane bloß durch ſenkrecht auf einander ſtehende und gleich weit von einander entfernte gerade Linien abgebildet zu ſeyn brauchen. Man kan alsdann bey der Berechnung, wie in (4. ꝛc.) verfahren, und wenn es nöthig ſeyn ſollte, die Quadratgrade des Hülfs-Netzes noch in kleinere Quadrate eintheilen, welches die Schätzung derjenigen Stücke (3), welche nicht zum Innhalte des Landes gehören, erleichtert. Es verſteht ſich, daß die Werthe der einzelnen Quadratgrade und ihrer Theile dennoch nach Maaßgabe ihrer geographiſchen Breite, wie in (§. 20. 18.) beſtimmt werden müſſen, wenn ſie gleich auf einem Netze dieſer Art, alle von gleicher Größe erſcheinen. In der Folge werde ich zeigen, wie eines Landes Gränze in ein ſolches Netz einzutragen ſey. Hier iſt ein Beyſpiel, wie bloß bey der Berechnung des Innhalts zu verfahren ſeyn mögte.

10. In

10. In Fig. XIX. ſtellen die gröbern Linien, wie FE, GH; AB, CD; die in gleichen Abſtänden ſenkrecht auf einander gezogen worden ſind, die Meridiane und Parallelen des Hülfsnetzes vor, und jeder der gleichen Theile, wie AC, MN; EG, FH; bedeute einen Meridian- oder Parallelgrad, und ein Viereck, wie AMCN, einen Quadratgrad. In dieſes Netz ſey die Gränze $\alpha\beta\varepsilon\gamma\delta$ eines Landes dergeſtalt eingetragen, daß jedem merkwürdigen Punkte derſelben, wie α, innerhalb dem Vierecke AMCN, eben die geographiſche Länge und Breite, in Anſehung der ihm benachbarten Meridian- und Parallelgrade MN, CN, entſpreche, als ihm dergleichen auf der Charte ſelbſt, nach dem Augenmaaße oder ſonſtiger Beſtimmung, zukommen. Man theile dieſes Netz, etwa von 10 zu 10 Minuten der Breite, durch Parallellinien in ſchmale Streifen oder Zonen, ſo kan man jeden Theil einer ſolchen Zone, z. E. $\alpha\beta\gamma\delta$, der innerhalb der Gränze des Landes fällt, als ein Trapezium anſehen, deſſen Innhalt einem Rechtecke gleich iſt, deſſen Baſis $= \frac{\beta\gamma + \alpha\delta}{2}$, und die Höhe ki, dem Abſtande der beyden Parallelen $\beta\gamma$, $\alpha\delta$, gleich iſt. Iſt nun des Punktes k geographiſche Breite = b, und die Länge eines Grades auf dem Parallel $\beta\gamma = m = 15^{\circ} . \operatorname{coſ} b$ (§. 12.) in geogr. Meilen, ſo iſt jenes

jenes Rechtecks Baſis $= \frac{\gamma\beta + \alpha\delta}{2}$. m geographiſche Meilen, wo man $\beta\gamma$ und $\alpha\delta$ durch Grade ausdrücken muß, die man leicht auf $\beta\gamma$ und $\alpha\delta$ zählen kan.

Hier wäre z. E. $\beta\gamma = l\varsigma + l\beta + \varsigma\gamma = 3^\circ + \beta l + \varsigma\gamma$, wo ſich βl und $\varsigma\gamma$ leicht nach dem Augenmaaße ſchätzen laſſen. Geſetzt, man fände $\beta l = 30'$ und $\varsigma\gamma = 6'$, alſo $\beta\gamma = 3^\circ.36'$, und eben ſo $\alpha\delta = 3^\circ.50'$, ſo wäre $\frac{\alpha\delta + \beta\gamma}{2} = 3^\circ.43' = 3^\circ,72$. Wäre nun ferner des Punktes k geographiſche Breite $= 50^\circ.30'$, alſo der Werth eines Parallelgrades auf $\beta\gamma$ in Meilen $= 9,541$, nach obiger Tafel (§. 12.), und der Abſtand $ki = 10' = \frac{10}{4}$ Meilen, ſo wäre des Streifens $\alpha\beta\gamma\delta$ Innhalt $= 3,72 \cdot 9,541 \cdot \frac{10}{4}$ geogr. Quadratmeilen $= 88,44$ Qu. Meilen.

So kan man für jeden anderen Streifen verfahren, und durch Summirung aller, den Innhalt des ganzen Landes finden.

Wenn die Streifen alle von gleicher Breite ki genommen worden ſind, ſo kan man

man die Summe derſelben finden, wenn man alle Grundlinien, wie $\frac{\beta\gamma + \alpha\delta}{2} . m$, zuſammen mit der gemeinſchaftlichen Höhe ki aller Streifen multiplicirt, wo denn $\frac{\beta\gamma + \alpha\delta}{2}$ die mittlere arithmetiſche Proportionallinie zwiſchen $\beta\gamma$ und $\alpha\delta$ bedeutet, die man ſogleich erhalten kan, wenn man ohngefähr nach dem Augenmaaße die in die Mitte zwiſchen $\beta\gamma$ und $\alpha\delta$ fallende punctirte Weite mit dem Zirkel abfaßt, und ſie z. E. auf dem eingetheilten Rande des Netzes in Graden und Minuten beſtimmt. Sollte ſich für die geogr. Breite des Punktes k der Werth von m nicht in der Tafel (§. 12.) finden, weil ſolche nur von halben zu halben Graden fortgeht, ſo nimmt man das m aus der Tafel, was einer dem Punkte k zunächſt zukommenden Breite entſpricht, welches hinlänglich genau iſt.

Drittes Kapitel.

Von Verzeichnung der Netze zu den La[ndcharten], charten, wobey nicht gerade ein beſonderer Standpunkt des Auges vorausgeſetzt wird, die aber doch ſonſt gewiſſe Bedingungen erfüllen.

§. 22.

Wir haben im Vorhergehenden (§. 5. schon einen allgemeinen Begriff solchen Entwerfungsarten der Erdfläche ge ben, welche zwar nicht perſpectiviſch ſin aber doch ſonſt gewiſſen Abſichten ein Gen leiſten.

Hieher gehört ohnſtreitig erſtlich die nige Entwerfungsart, auf welch die Meridiane und Parallelkre ſämmtlich durch gerade auf einand ſenkrecht ſtehende und gleich w von einander entfernte Linien ab bildet werden. Da mehrere Charten n dieſer Methode gezeichnet worden ſind, a noch gegenwärtig auf denen Schiffercharte welche man Plan- oder Platt-charten nen

dieſelbe Verzeichnungsart ſtatt findet, ſo mache ich mit dieſer, als der leichteſten, den Anfang.

§. 23.

Aufgabe. Ein Netz nach der eben erwähnten Bedingung zu entwerfen.

Aufl. 1. Man ziehe auf einem genau rechtwinklichten Reisbrette, ohngefähr durch die Mitte deſſelben, eine gerade Linie MN (Fig. XX.), längſt eines Anſchlaglinials (§. 18. II.), und trage auf ſie eine gewiſſe Anzahl gleicher Theile, welche ganze oder halbe Grade der Breite vorſtellen mögen.

2. Soll z. E. ein ſolches Netz zu einem Lande, welches zwiſchen dem 40ten und 45ten Grad der Breite fiele, verfertigt werden, ſo trage man von M nach N 5 gleiche Theile, größer, oder kleiner, je nachdem man die Charte haben will, und ziehe, vermittelſt des Anſchlaglinials, durch die Theilpunkte M, a, b, c ꝛc. Linien ſenkrecht auf MN, welche die Parallelkreiſe abbilden, ſo wie MN einen Meridian der Charte vorſtellet.

3. Soll nun das zu verzeichnende Land zwiſchen dem 27ten und 33ten Grad der Länge

 fallen,

fallen, ſo werden dergleichen Theile, als man auf MN getragen, von M rechts und links abgeſetzt, z. E. hier 3 derſelben von M nach A, und 3 nach B, ſo ſtellen die Theile auf AB, die 6 Grade der Länge vor, zwiſchen denen das Land fällt, und man darf alſo durch die Theilpunkte auf AB, nur Parallellinien mit MN ziehen, ſo hat man die übrigen Meridiane der Charte, welche mit den gezogenen Parallelen (2) das verlangte Netz bilden, in welches das Land einzutragen iſt.

4. Von einzeln zu einzeln Graden der Länge und Breite, werden alsdann, wie die Figur ausweiſet, Zahlen geſchrieben, und man kan, wenn es nöthig iſt, die Grade der Länge und Breite an dem Rande der Charte noch weiter abtheilen.

§. 24.

1. Das Eintragen eines Orts, deſſen geographiſche Länge und Breite gegeben iſt, hat auf einem Netze dieſer Art, nicht die geringſte Schwürigkeit. Soll z. B. ein Ort, deſſen Länge = 31°. 30′ und Breite = 42°. 55′ verzeichnet werden, ſo wird erſtlich auf AB oder CD, des Orts Länge von A nach N abgezählt, wo denn die Minuten von einem irgendwo in 60 Theile abgetheilten Grade des Netzes abgenommen, und von dem 31ten

Grad

Grad der Länge bis N getragen werden. Dann zählt man auf eine ähnliche Art von B bis L, die Grade und Minuten der Breite ab, und zieht nun, vermittelſt des Anſchlag-Linials, durch L und N ein paar Parallel-linien mit AB und BD; Wo ſich dieſe auf dem Netze bey α durchſchneiden, da fällt der Ort hin, dem die vorgegebene Länge und Breite entſprechen.

2. Hat man auf ſolche Weiſe die vorzüglichſten Oerter des zu verzeichnenden Landes eingetragen, zu welchem Behufe denn die Längen und Breiten derſelben entweder unmittelbar gegeben, oder von guten Charten abgenommen ſeyn müſſen, ſo ſchreitet man zur Zeichnung der Gränzen, Flüſſe, und derjenigen Dinge, die ſonſt noch zu bemerken ſind.

3. Hierzu ſind nun gute Charten, und diejenigen Hülfsmittel erforderlich, von denen wir bereits (§. 6.) geredet haben. — Specialcharten ſind hiebey vorzüglich wichtig. Nur muß man wiſſen, nach welcher Entwerfungsart das Netz einer ſolchen Hülfscharte gezeichnet worden iſt, damit man die Längen und Breiten dieſer oder jener Punkte richtig auf ihr beſtimmen kan. Dies ſetzt alſo eine Kenntnis der verſchiedenen Entwerfungsarten ſelbſt zum voraus, von denen freylich erſt in der Folge gehandelt wird. Indeſſen begreift

man, wie durch die bekannten Längen und Breiten der vorzüglichſten Punkte einer Gränze, ſich ſolche ſelbſt eintragen und verzeichnen läßt.

4. Sehr oft ergiebt ſich im Allgemeinen die Krümmung einer Gränze, der Lauf eines Flußes u. d. gl. ſchon bloß durch die Lage der daran liegenden Dörfer und Städte. Weis man aus Charten, hiſtoriſchen Nachrichten u. d. gl., welche Oerter z. E. innerhalb einer Gränze fallen, ſo zeichnet man dieſen Nachrichten zufolge, die Gränze, ſo gut ſich thun läßt, und berichtigt ſie durch Specialcharten, wenn man ſie haben kan; Kleinere Krümmungen ergänzt man aus den Specialcharten bloß nach dem Augenmaaße, ſo daß ſie in die Quadrate des Netzes ABCD verhältnißmäßig eben ſo zu liegen kommen, wie man ſie in den gleichnahmigten Vierecken des Netzes der Specialcharte wahrnimmt, verſteht ſich alles nach Maasgabe der nach dem Augenmaaße geſchätzten Längen und Breiten, worinn man es nach einiger Uebung bald zu einer Fertigkeit bringt.

5. Es ereignet ſich nicht ſelten, daß man mit den geographiſchen Längen und Breiten dieſer oder jener Punkte einer Hülfscharte erſt noch eine Veränderung vornehmen muß, ehe man ſich ihrer zur Verfertigung der neuen

Charte bedienen kan; Dies iſt der Fall, wenn einige Hauptörter auf der Hülfscharte, auf welche jene Punkte Bezug haben, nach Längen und Breiten eingetragen worden ſind, die nicht ganz richtig waren, und welche man erſt in der Folge genauer kennen gelernt hat. Da erhellet alſo, daß man den Längen und Breiten der um die Hauptörter herumliegenden Punkte erſt diejenigen Correctionen geben müſſe, welche den benachbarten Hauptörtern ſelbſt zukommen, ehe man ſie in das Netz der neu zu verfertigenden Charte, worauf man jenen Hauptörtern die richtige Länge und Breite gegeben hätte, eintragen kan.

Geſetzt auf einer Hülfscharte wäre die Länge von Wien = 37°. 13′. 30″ angegeben, wie z. E. auf der oben erwähnten (§. 8. 11.), da doch die wahre Länge = 34°. 2′. 30″ iſt. Hätte man nun in das Netz ABCD, Wien nach ſeiner wahren Länge eingetragen, und wollte nun von der Hülfscharte, worauf die Länge von W. um 3°. 11′ zu groß angegeben iſt, einen um Wien herumliegenden Ort in das Netz ABCD eintragen, ſo dürfte man nicht dieſes Orts Länge, wie ſie ſich auf der Hülfscharte vorfindet, nehmen, ſondern man müßte ſie auch erſt um 3°. 11′ vermindern, und dann nach dieſer Verbeſſerung den Ort in die neue Charte eintragen.

Eben ſo würde man mit der geographiſchen Breite verfahren.

6. Die Correctionen, welche man ſolchergeſtalt dieſen oder jenen Hauptörtern auf einer Hülfscharte geben muß, verurſachen, daß man auf dieſer gleichſam ganz neue Mittagskreiſe und Parallelen ziehen müßte, wenn man ſowohl dieſer Hauptörter, als auch der übrigen ihre richtige Länge und Breite, nach Maasgabe jener Correctionen, ſollte ſogleich ſelbſt abfaſſen können, und dieſe neuen Mittagskreiſe und Parallelen, würden dann nicht ſelten von denen auf der Hülfscharte gezeichneten ſehr abweichen, oft auch dieſe unter ſchieſen Winkeln durchſchneiden, in der Entfernung ungleich, zuweilen auch merklich gebogen ausfallen.

7. Um die Sache mit einigen Beyſpielen zu erläutern, ſo ſtelle (Fig. XXI. No. 1.) AB einen Meridian auf dem Netze einer Hülfscharte vor, dem eine gewiſſe geographiſche Länge, z. E. von 27° zukomme, und a, b, c, d, e ſeyen mehrere in der Nachbarſchaft dieſes Meridians liegende Oerter, deren geographiſche Längen auf der Charte alle von unterſchiedener Größe, in Anſehung des Meridians AB, angegeben ſeyen, ſo erhellet, daß wenn man z. E. in der Folge durch genauere Beſtimmungen die Längen dieſer

ſer Oerter alle von gleicher Größe, und zwar gerade = 27° gefunden hätte, AB auf der Charte nicht der wahre zu 27° gehörige Meridian ſeyn könne, ſondern daß derſelbe vielmehr eine krumme, durch a, b, c, d, e ſelbſt gehende Linie bilden müßte, wenn man die Oerter, ſo wie ſie einmahl auf der Charte liegen, in ihren Lagen laſſen wollte. Je mehr ſolche Punkte von einerley geographiſcher Länge vorgegeben wären, deſto genauer würde ſich dadurch die Krümmung des wahren Meridians abcde ergeben.

8. Wären (Fig. XXI. No. 2.) die wahren geographiſchen Längen der Oerter a, b, c, d, e nicht alle einander gleich, aber doch verſchieden von denen, wie ſie auf der Charte, in Anſehung des ihnen benachbarten zu 27° gehörigen Meridians AB, angegeben ſind, und ſetzt man, es ſeyen die Unterſchiede der geographiſchen Längen der Oerter a, b, c, d, e, in Anſehung des erwähnten Meridians AB, durch die Stücken aα, bβ, cγ, dδ, eε der durch a, b, c, d, e gezogenen Parallelkreiſe der Charte ausgedrückt, — die wahren Unterſchiede der Längen der Oerter von dem zu 27° gehörigen Meridiane ſeyen aber nur an, bm, cq, dr, es, ſo erhellet wieder, daß nicht AB der wahre zu 27° der Länge gehörige Meridian ſeyn könne, ſondern daß derſelbe nunmehr eine durch n, m, q, r, s gehende

hende krumme Linie bilden müßte, welche deſto mehr von dem Charten-meridiane AB abweichen würde, je mehr die wahren Längen der Oerter, von denen auf der Charte angegebenen, verſchieden ſind.

9. Solchergeſtalt kan ein jeder anderer Meridian auf der Charte, durch genaue Beſtimmungen der Längen der ihm benachbarten Oerter corrigirt werden. Sind keine ſolche Beſtimmungen für die übrigen Meridiane vorhanden, ſo erfahren ſie alle eine gemeinſchaftliche Correction, welche der des Meridians AB gleich geſetzt werden muß, d. h. wenn z. E. fk ein anderer Meridian auf der Charte wäre, ſo muß man auf den Parallelkreiſen, welche durch n, m, q, r, s gehen, von f nach ν, von g nach μ, von h nach κ u. ſ. w. ſo viel Minuten nehmen, als man von α nach n, von β nach m, von γ nach q u. ſ. w. findet, ſo erhält man ſtatt des Meridians fk auf der Charte, den corrigirten $\nu\mu\kappa\varrho\varsigma$.

10. Wäre lopwx ein Meridian, der ſeine Correction nicht, wie der (9), von dem erſtern nmqrs erhalten hätte, ſondern für ſich allein durch richtige Längen benachbarter Oerter gezeichnet worden wäre, ſo erhellet, daß, wenn gleich z. E. die Bögen, wie nl, mo, rw u. ſ. w. von verſchiedener Größe erſcheinen, dennoch

jeder

jeder derſelben einer gleichen Anzahl von Graden der Länge, nemlich dem Unterſchiede der beyden Mittagskreiſe ns und lx entſprechen wird. Theilt man daher jeden dieſer Bögen gehörig in ſeine Grade, und hängt die Theilpunkte, welche einerley Länge zugehören (wie wenn dergleichen z. E. die Punkte a, b, c, d, e wären), durch einen krummlinigten Zug zuſammen, ſo kan man die übrigen zwiſchen ns und lx fallenden Meridiane zeichnen, welche demnach ebenfalls, durch eine Art von Interpolation, corrigirte Meridiane vorſtellen.

11. Soll nun z. E. eines beliebigen Orts i corrigirte geographiſche Länge angegeben werden, ſo zähle man von i bis an den nächſten Meridian ns, linker Hand i, die Anzahl von Minuten auf dem Parallel durch i, und addire ſolche zu dem Grade der Länge, dem der erwähnte Meridian ns entſpricht, ſo hat man gefunden, was man verlangte.

12. So wie man auf dieſe Art, vermittelſt der neu gezogenen Meridiane, die corrigirte Länge eines jeden Orts auf einer Hülfscharte beſtimmen kan, ſo bedarf es keiner weitern Erläuterung, wie man auf eine ähnliche Art, auch durch neugezogene Parallelen, die corrigirte Breite eines Orts erhalten kan, zu welchem Behufe denn ebenfalls erſt von

mehrern Oertern der Charte richtige Beſtim-
mungen der Breite gegeben ſeyn müſſen, e
man die neuen Parallelen ziehen, und and
rer Oerter corrigirte Breite beſtimmen kan.

13. Geſetzt nun, Fig. XXII. ſeyen AB
CD, EF, GH die Meridiane auf dem Ne
einer Hülfscharte, und AG, IK, LM, BG
die Parallelen, aber nach genaueren Beſtim
mungen ſeyen die krummen Linien ab, cd, ef
die corrigirten Meridiane, und ipqk, lrs
die corrigirten Parallelen. Wollte man nu
z. E. eines beliebigen Orts t auf der Chart
verbeſſerte Länge und Breite beſtimmen, ſ
theile man die Bögen pq, pr, rs, qs, wel
che Grade bedeuten mögen, und das Feld
pqrs des Netzes, in welches der Ort fällt,
begränzen, in kleinere gleiche Theile, z. E
von 5 zu 5 Minuten, und ziehe durch di
correſpondirenden Theilpunkte, ohngefähr nach
dem Augenmaße, und nach den Krümmun
gen der Bögen pq, pr, rs, qs, Meridiane
und Parallelen durch das Viereck pqrs, ſo
kan man ſehr leicht ſchätzen, um wie viel
Minuten der Ort t, von dem nächſten Me-
ridiane pr, und Parallel pq abſtehe. Wenn
dies gleich keine geometriſche Genauigkeit ge-
währt, ſo ſieht man doch leicht, daß dies
Verfahren eine Art von Interpolation iſt,
welche von den corrigirten Meridianen und

eite eines Orts auf der Charte, richtiger
en muß, als wenn man ſie blos nach den
prünglichen Meridianen und Parallelen
., PQ der Charte, beſtimmt hätte.

14. Hat man (Fig. XX.) auf dem
tze ABCD der neu zu verfertigenden Charte
Viereck bcmn (wo bm, mn, ebenfalls
ade bedeuten), in welches der Ort t,
d ſo alle übrigen, welche in dem Felde
rs des corrigirten Netzes der Hülfscharte
Fig. XXII.) liegen, eingetragen werden
lte, ſo darf man nur das Viereck bmnc,
rch ſeine Meridiane und Parallelen, auf
ne ähnliche Art, z. E. von 5 zu 5 Minu-
n, eintheilen, wie in (13) das Viereck
qrs durch die ſeinigen eingetheilt wurde, und
n nach dem Augenmaaße in die Fächer des
Vierecks bcmn, dasjenige verhältnißmäßig
ach Länge und Breite hineinzeichnen, was
an in den entſprechenden Fächern des
Vierecks pqrs vorfindet. So kan man für
e übrigen Vierecke ebenfalls verfahren, und
ch auf dieſe Art mit mehr Einſicht und
Kenntnis, der Hülfscharten bedienen, als es
ielleicht von vielen Landchartenzeichnern ge-
hehen mag.

§. 25.

1. So wie nun dieſer oder jener Ort in
as Netz der neu zu verfertigenden Charte

eingetragen wird, muß auch zugleich der Nahme deſſelben beygeſchrieben werden. Dies geſchieht aber nicht gleich mit Tuſche (weil man den ſchicklichſten Platz für den Nahmen nicht eher erhält, als bis mehrere Oerter neben einander eingetragen worden ſind), ſondern blos mit einem Bleyſtift, den man erforderlichen Falles wieder wegreiben kan. So müſſen nun auch die Nahmen der Herrſchaften und Bezirke, ſo wie der vorzüglichſten Flüſſe und dergleichen, eingeſchrieben werden, wo man ſich denn, nach Verhältniß der Wichtigkeit dieſes oder jenen Gegenſtandes, größerer oder kleinerer Schrift bedient, wie man am beſten auf einer jeden Charte ſehen kan.

2. Flüſſe von Erheblichkeit werden ſtärker gezeichnet, als einzelne Bäche, und nur die erſtern bekommen ihre Nahmen, damit die Charte nicht zu ſehr mit Schrift überladen werde. Waldungen, Gebürge, Heerſtraſſen, Gränzen u. dgl. werden nur im Allgemeinen bemerkt, es müßten denn die Charten ſehr ins Detail gehen, und alſo nach einem ſehr großen Meilenmaaßſtabe gezeichnet ſeyn, in welchem Falle man denn freylich mehr Sorgfalt auf die richtige Zeichnung ſolcher Dinge verwenden kan. Veſtungen, Städte, Flecken, Dörfer, Mühlen, Schlöſſer u. dgl. bequem von einander unterſcheiden zu können, werden

will-

willkührliche Zeichen gebraucht, indeſſen ſollte billig zum beſſern Verſtändniſſe einer jeden Charte, die Bedeutung der gebrauchten Zeichen, auf der einer jeden Charte beygefügten Cartouſche bemerkt werden. Die wahre Stelle eines jeden Orts wird gewöhnlich durch ein kleines Ringelchen, in deſſen Mittelpunkte man ſich den Ort ſelbſt vorſtellen muß, angezeigt. Die Nahmen müſſen deutlich, und der Ortsbeſchreibung gemäß eingetragen werden. Gränzen werden durch kleine Pünktchen angezeigt, und nur die Hauptgränzen dürfen illuminirt werden, damit die Charte nicht zu buntſcheckigt ausfalle. Die Bedeutung der Farben wird an dem Rande der Charte ebenfalls angezeigt. Einzelne Diſtricte ganz zu illuminiren, iſt unnöthig, wenn nur die Gränzen deutlich angezeigt ſind. Will man indeſſen ganze Diſtricte mit Farbe überlegen, ſo muß es ſo ſchwach, als möglich, geſchehen, damit die Charte kein heßliches Ausſehen bekomme, und das Aufſuchen der Oerter durch dick aufgetragene Farben erſchwert werde.

3. Endlich ſind auch noch die Meilenmaaßſtäbe zu verzeichnen. Dabey iſt nun zu bemerken, daß überhaupt auf keiner Charte, ſie ſey, nach welcher Entwerfungsart man will, gezeichnet, durch Hülfe eines geradlinigten Meilenmaaßſtabes ſich die Diſtanzen der Oerter, zumahl wenn ſie weit von einander

liegen,

liegen, vollkommen richtig beſtimmen laſſen, weil auf keiner ebenen Fläche, dergleichen das Papier vorſtellt, die Diſtanzen völlig den wahren auf der Kugel entſprechen können. Indeſſen giebt es Entwerfungsarten, wo die Diſtanzen, vermittelſt eines einfachen geradlinigten Meilenmaaßſtabes, ſich noch immer mit erträglicher Genauigkeit geradezu meſſen laſſen, und da iſt es denn vortheilhaft, einen ſolchen Maaßſtab ſowohl für die geographiſchen Meilen, als auch noch für verſchiedene andere, der Charte beyzufügen.

4. Die wahre Entfernung eines Orts auf der Charte von einem andern, zu finden, muß man nach (§. 14.) eigentlich einen ſphäriſchen Triangel, der ſich aus den geographiſchen Breiten beyder Oerter, und dem Unterſchiede ihrer Mittagskreiſe ergiebt, auflöſen. Dies iſt nun insbeſondere auch bey der Entwerfungsart (§. 23.) nöthig, weil dieſe von der Beſchaffenheit iſt, daß die Diſtanzen auf ihr, merklich von den wahren auf der Kugel verſchieden ſind, ſobald als beyde Oerter nicht in einerley Mittagskreiſe liegen. — Geſetzt auf dem Netze (Fig. XX.) ſeyen a und g ein paar Oerter, deren Mittagskreiſe gu und Md um λ Grade unterſchieden ſeyen. Die Differenz der Breiten beyder Oerter, oder das Stück ad des Meridians MN, von a bis an den Parallel durch g,

ſey = μ Graden, d. h. = μ ſolcher Theile, wie ab, bc, deren jeder einen Grad bedeute. Weil nun die Grade auf den Parallelen, bey dieſer Entwerfungsart, denen auf den Meridianen gleich genommen worden ſind, ſo wird auf der Charte das Stück gd des Parallels durch g = λ.M, und das Stück ad des Meridians = μ.M, wenn M den Werth eines ſolchen Theiles, wie ab, oder eines Grades, in einem beliebigen Längenmaaße ausdrückt. Alſo in dem rechtwinklichten Dreyecke gda, die Diſtanz ag beyder Oerter = $M \sqrt{(\mu^2 + \lambda^2)}$

5. Will man nun z. E. M in geographiſchen Meilen ausdrücken, ſo iſt nach dem Meilenmaaßſtabe, worauf eine Länge, wie ab, oder bc u. ſ. w. = 15 ſolcher Meilen iſt, die Diſtanz ag auf der Charte gemeſſen, $= 15 . \sqrt{(\lambda^2 + \mu^2)}$ geogr. Meilen, welches von der wahren Formel (§. 14. III. F.), oder auch nur von der approximirten (§. 17. 6.), immer um etwas ſehr erhebliches verſchieden ſeyn wird, auſſer nur in dem Falle, wenn $\lambda = 0$, d. h. beyde Oerter in einerley Mittagskreiſe liegen, da denn beyde Formeln miteinander übereinſtimmen. Es kan demnach auf einer Charte, wie die bisher betrachtete, keine Diſtanz zweyer Oerter, wie a und g, geradezu durch einen geradlinigten Meilenmaaß-

maaßſtab gemeſſen werden, ſondern man muß ſie trigonometriſch nach (§. 14.) berechnen.

6. Da aber wohl die wenigſten, welche ſich mit Landcharten abgeben, die Mühe einer ſolchen Berechnung übernehmen werden, — auch in den meiſten Fällen die größte Genauigkeit in Beſtimmung der Diſtanzen gar nicht erforderlich iſt, da ja ohnehin die Wege von einem Orte zu einem andern, nicht allemahl in der kürzeſten Linie, d. h. in einem Bogen eines größten Kreiſes gehen, ſo iſt es hinlänglich, ſtatt dieſer Rechnung blos eine Conſtruction, wie die obige (§. 16.), anzuwenden.

7. Wenn indeſſen der Unterſchied der Mittagskreiſe und Breiten zweyer Oerter nicht über 10 bis 15 Grade beträgt, ſo kan man auf einem Netze, wie (Fig. XX.), die Diſtanz der beyden Oerter auch auf folgende Art finden. Man zähle auf dem Parallel dg erſtlich von d nach g, die Grade und Minuten des Unterſchiedes beyder Mittagskreiſe, und drücke die Minuten durch Decimaltheile von Graden aus. — Ich will ſetzen, man habe $gd = \lambda = 10°,2$ gefunden. Nun ſuche man für die mittlere geographiſche Breite zwiſchen a und d, d. h. wenn die geographiſche Breite von $a = 40°$, von $d = 48°$ wäre,

ſo

ſo ſuche man für die geographiſche Breite = $\frac{48^\circ + 40^\circ}{2} = 44^\circ$, den Werth eines Parallelgrades in Meilen, nach der Tafel (§. 12), ſo iſt ſolcher = 10,79 Meilen. Dieſen multiplicire man in den Unterſchied der Mittagskreiſe beyder Oerter, alſo hier in $\lambda = 10{,}2$, ſo kömmt zum Produkt 110,058 Meilen, oder ohngefähr 110 Meilen. Dieſe faſſe man von dem Maasſtabe der geographiſchen Meilen (5) ab, und trage ſie von d nach γ, faſſe nunmehr mit einem Zirkel die Weite aγ, und meſſe ſie auf dem erwähnten Meilenmaasſtabe, ſo iſt dies die wahre Entfernung der beyden Oerter a und g, wie aus (§. 17. 9.) nach einigem Nachdenken hinlänglich klar iſt.

8. Durch Hülfe der Tafel (§. 12.) und eines geradlinigten Meilenmaasſtabes kan demnach auf einem Netze, wie (Fig. XX.), die Diſtanz jeder zwey nicht allzuweit von einander entfernten Oerter gefunden werden, wenn es dabey nicht auf die gröſte Genauigkeit ankömmt.

§. 26.

1. Da bey der Entwerfungsart (§. 23.) die Grade auf den Parallelen denen des Meridians gleich genommen worden ſind, da ſie

doch eigentlich, im Verhältniſſe des Coſinus d
Breite, nach dem Pole zu abnehmen müſſe
ſo ſieht man leicht, daß nicht einmahl e
kleines Stück der Erdfläche, in ein Netz n
(Fig. XX.), eingetragen, mit der wahr
Figur deſſelben auf der Kugel, übereinſti
men kan, und daß alſo überhaupt ein La
in dieſem Netze, immer viel zu breit nach ſe
ner Ausdehnung von Oſten nach Weſten
ausfallen muß. Dieſe Verunſtaltung wi
deſto größer ſeyn, je weiter das Land na
dem Pole zu liegt. Um den Aequator herum
wo die Grade der Parallelen weniger vo
denen der Meridiane verſchieden ſind, iſt di
Verunſtaltung geringer, daher ein Land, wi
z. E. Africa, in ein ſolches Netz eingetrage
ſich noch ſo ziemlich gut ausnimmt. Indeſſe
hat doch dieſe Entwerfungsart, auſſer de
Bequemlichkeit ihrer Conſtruction, den Vor
theil, daß ſich die Längen und Breiten de
Oerter ſowohl leicht eintragen, als auch wie
der abnehmen laſſen, und daß die Meridian
auf den Parallelen ſenkrecht ſtehen, wie au
der Kugel. Auch läßt ſich der Flächeninnhal
eines Landes auf einem Netze dieſer Art leich
berechnen, wie oben (§. 21. 9.) gezeigt wor
den. Es werden alſo hier allerdings mehrere
von den oben angeführten Bedingungen
(§. 3.) erfüllt, und man findet daher ſelbſ
ganze Welttheile, nach dieſer Entwerfungsart
gezeichnet, vermuthlich weil die Verfertiger

ch der Kürze haben bedienen wollen. Solche Charten können als Hülfscharten, am vortheilhafteſten zu Entwerfung anderer, bey denen man mehr auf das richtige Verhältnis der Theile ſieht, gebraucht werden, weil ſich ſo leicht die geographiſchen Längen und Breiten der Oerter darauf beſtimmen laſſen, da dies hingegen auf andern Netzen, deren Meridiane und Parallelen nicht durch gerade Linien abgebildet ſind, ſchon beſchwerlicher iſt. Auch gewährt endlich dieſe Verzeichnungsart noch den beſondern Vortheil, daß eine gerade Linie von einem Orte dieſes Netzes zu einem andern, die Meridiane alle unter gleichgroßen Winkeln durchſchneidet, welches vorzüglich den Schiffern ſehr bequem iſt, wie ich in der Folge zeigen werde. Daher denn bey allen Schiffercharten dieſe Einrichtung ſtatt findet, daß die Meridiane und Parallelen durch gerade auf einander ſenkrecht ſtehende Linien abgebildet ſind. Da nun nicht allein Schiffercharten mit als vorzügliche Hülfsmittel zur Verzeichnung neuer Charten gebraucht werden, ſondern auch Reiſende ſich keiner leichtern und bequemern Entwerfungsart, zum Eintragen geographiſcher Längen und Breiten, bey Verzeichnung der Reiſerouten bedienen können, als der bisherigen, ſo wird man das davon beygebrachte nicht für überflüßig halten. Jetzt werde ich zeigen, wie mit Beybehaltung

len durch gerade Linien abgebildet werden ſollen, ein Netz ſich entwerfen läßt, welches die hineingezeichneten Länder ihrem Originale auf der Kugel ähnlicher, als die bisherige Entwerfungsart, darſtellt.

§. 27.

Aufgabe. Ein Netz nach den Bedingungen §. 5. II. zu entwerfen.

Aufl. 1. Die Urſache, warum die Entwerfungsart (§. 23.) die Figur der Länder zu ſehr verunſtaltet, iſt, weil die Grade auf den Parallelen, denen auf den Meridianen gleich genommen worden ſind, da ſie doch auf der Kugel, nach den Polen zu, immer kleiner werden, und zwar im Verhältniſſe der Coſinuſſe ihrer geographiſchen Breiten.

2. Um alſo die Vierecke des Netzes, und folglich auch die hineingezeichneten Länder, der Natur gemäßer zu erhalten, ſo ſetze man, die gleichen Theile auf dem durch die Mitte der Charte gezogenen Meridiane MN (Fig. XXIII. T. II.) bedeuteten wieder Grade, und die durch die Theilpunkte ſenkrecht auf MN gezogenen Linien ſtellten die Parallelkreiſe vor, deren hier von M nach N, 6 gezogen worden ſind, wenn ich z. B. wieder, wie in (§. 23.) ſetze, daß das zu verzeichnende Land zwi-

ſchen

ſchen dem 40ten und 45ten Grad der Breite
allen, und folglich das Perpendikel AB
urch M den Parallel durch den 40ten
Grad der Breite, und CD durch N den Pa-
allel durch den 45ten Grad der Breite vor-
tellen ſoll.

3. Man theile einen Grad des Meri-
dians, z. E. Ma, in 15 gleiche Theile, ſo
erhält man die geographiſchen Meilen, und
NM würde dann gleichſam einen Maasſtab
von 5.15 oder 75 ſolcher Meilen vorſtellen.

4. Nun nehme man auf zwey der gezo-
genen Parallelen, die Theile, welche Grade
bedeuten ſollen, in ihrem gehörigen Verhält-
niſſe, zu den Meridiangraden auf MN, ſo
kan man alsdann die übrigen Meridiane aus-
ziehen, und das Netz vollenden.

5. Geſetzt auf dem Parallel durch a,
alſo hier durch den 41ten Grad der Breite,
und auf dem durch q, den 43ten Grad der
Breite, ſollten die Theile, wie aI, I. II ꝛc.
q1; 1. 2; ꝛc., welche Grade vorſtellen, in
ihrem gehörigen Verhältniſſe zu den Meri-
diangraden ſtehen. Weil nun, nach der Tafel
(§. 12.), unter dem 41ten Grad der Breite,
ein Parallelgrad 11,321 Meilen, unter dem
43ten aber 10,97 Meilen beträgt, ſo faſſe
man die Werthe dieſer Parallelgrade von dem

Meilenmaaſstabe NM (3) ab, und trage ſie aus a in I, II, III ꝛc., und aus q in 1, 2, 3 ꝛc. rechts und links des durch die Mitte der Charte gezogenen Meridians MN, ſo daß aI = I. II = II. III = 11,321 M. und q1 = 1.2 = 2.3 = 10,97 Meilen werde, und ziehe nun durch die correſpondirenden Punkte I, 1; II, 2; ꝛc. gerade Linien bis an die äuſſerſten Parallelen AB, CD, ſo werden ſolche, als Meridiane, auch die übrigen Parallelen in ihre Grade eintheilen, und das ganze Netz vollenden, in welches man das Land eintragen kan. Begreiflich werden auf jedem Parallel nicht mehrere Grade abgeſetzt, als zwiſchen ſo vielen ohngefähr das zu verzeichnende Land enthalten iſt. Um die Grade der Länge und Breite zählen zu können, ſo werden durch A und B auch mit MN noch ein paar Linien gleichlaufend gezogen, neben die man Zahlen für die Grade der Breite, ſo wie neben AB, CD, diejenigen für die Grade der Länge (hier z. E. vom 27ten bis 33ten) beyſchreibt.

6. Da auf einem Maaſstabe, wie Ma, (den man gewöhnlich auch irgendwo zur Seite der Charte beſonders verzeichnet) die Theilchen, welche Meilen vorſtellen, gewöhnlich ſchon ſehr klein ausfallen, ſo können die Hundertheilchen von Meilen beym Abfaſſen und Auftragen der Parallelgrade, wie aI, I. II ꝛc. wohl

wohl nur nach dem Augenmaaße geſchätzt werden. Die Tauſendtheilchen werden ganz wegfallen: Oft werden ſchon die Hunderttheilchen unmerklich ſeyn. Wenn indeſſen der Werth eines Parallelgrades, wie aI, mehrere mahle neben einander hingetragen wird, ſo kan es geſchehen, daß ein kleiner Fehler im Abfaſſen eines ſolchen Grades ſich anhäuft, und das Ganze merklich fehlerhaft macht. Man verfährt daher genauer, wenn man auf dem Parallel durch a erſtlich einen Grad, alſo 11,32 Meilen (4), aus a in I, dann zwey Grade, alſo 2.11,32 oder 22,64 M., aus a in II, hierauf den Werth von 3 Graden, oder 3.11,32 = 33,96 Meilen, aus a in III u. ſ. w. trägt, und ſolchergeſtalt die einzeln Grade nicht durch das Nebeneinandertragen derſelben, ſondern durch das Auftragen ihrer Vielfachen aus einem und demſelben Punkte, wie a, erhält.

7. Bey dieſer Art des Abtragens iſt keine Anhäufung von Fehlern zu beſorgen, und ich werde daher dies Verfahren allemahl in ähnlichen Fällen vorausſetzen, welches aber nur gilt, wenn mehrere Theile auf einer geraden Linie, wie hier, neben einander hinzutragen ſind. Wie beym Auftragen ſolcher Theile auf einen Kreisbogen zu verfahren ſey, daß das Ganze richtig ausfalle, werde ich in der Folge weiſen.

8. Einen Ort nunmehr, deſſen geogr-phiſche Länge z. E. 28°. 30′ und Breite = 41°. 10′ gegeben wäre, in das Netz (Fi XXIII.) einzutragen, ſo ziehe man durch d Punkt x auf BD, 10 Minuten über de 41ten Grad der Breite, eine Parallele m AB, innerhalb des Viereckes T, in welch der Ort, nach Maasgabe ſeiner Länge u Breite, fallen müßte. Hierauf nehme m auf AB, zwiſchen dem 28ten und 29t Grad der Länge, ſo wie auch zwiſchen de gleichen auf CD, bey u und w ein pa Punkte, jeden um 30′ über dem 28ten Gr der Länge hinaus, und lege an u und w ei Linial. Wo ſolches bey y, innerhalb de Vierecke T, die vorhin mit AB gezogene P rallele durchſchneidet, da wird der verlang Ort hinfallen, und ſo kan man jedem ander Orte ſeine gehörige Stelle in dem Netze an weiſen, und, nach Befolgung der übrigen i (§. 24.) gegebenen Vorſchriften, ein ganze Land eintragen. Begreiflich müſſen, zur Er leichterung dieſer Arbeit, die Grade an de Rande der Charte in kleinere Theile einge theilt ſeyn.

§. 28.

Vorzüge und Mängel dieſer Entwerfungsart.

I. Die Vorzüge ſind 1) daß die Paral lelen und Meridiane, als gerade Linien, kei

weitläuftigen Conſtruction bedürfen. 2)
ß ſich noch mit ziemlicher Leichtigkeit ein
er Ort eintragen, und folglich auch umge-
rt, wieder ſeine geographiſche Länge und
eite beſtimmen läßt, wenn er auf einer
arte, nach dieſer Entwerfungsart, vorge-
en wäre. 3) Daß die Vierecke, wie T,
Anſehung ihrer Seiten, nicht ſo ſehr von
em wahren Verhältniſſe auf der Kugel ab-
ichen, wie bey der Entwerfungsart (§. 23.),
die Meridian- und Parallelgrade von glei-
er Größe genommen wurden, und daß folg-
h 4) auch die Geſtalt eines in dieſes Netz
getragenen Landes weniger von ſeiner wah-
n Figur auf der Kugel abweichen wird, als
(§. 23.) der Fall war.

II. Die Mängel ſind aber, daß nur
lein der mittelſte Meridian MN auf den
Parallelen ſenkrecht ſteht, die übrigen aber
eſto ſchiefer auf den Parallelen ſtehen, je
eiter ſie von dem mittelſten entfernt ſind,
nd daß folglich die Vierecke, wie T, zwar
n Anſehung der Seiten, ſich ſo ziemlich
wie die entſprechenden auf der Kugel verhal-
en, in den Winkeln aber deſto mehr davon
bweichen, je weiter ſie nach dem Rande AC
oder BD der Charte zu liegen kommen, da
hingegen die auf der Kugel alle rechtwinklicht
ſind. Indeſſen ſchadet dieſe Abweichung der

die Vierecke, wie in (§. 23.) rechtwinklicht ſind, die Seiten derſelben aber ſo ſehr, wie dort, von ihrem wahren Verhältniſſe auf der Kugel abweichen, und es kan daher dieſe Entwerfungsart immer ſehr vortheilhaft zu Charten mäßig großer Länder angewandt werden, ohne daß die Figur derſelben zu ſehr verunſtaltet würde.

III. Endlich haben auch nur diejenigen Parallelgrade, wie al, I. II ꝛc. q 1; 1. 2; ꝛc., welche unmittelbar aufgetragen worden, ihr wahres Verhältnis gegen die Grade des mittelſten Meridians MN. Die Grade der übrigen Parallelen, welche ſich aber durch Zeichnung ergeben haben, wie z. E. die auf den Parallelen durch 40, 42, 44, 45, werden nur beynahe in dem wahren Verhältniſſe der Coſinuſſe der Breiten abnehmen. Wie viel der Fehler betragen kan, werden folgende Betrachtungen lehren.

1. Es ſeyen überhaupt W, Q, (Fig. XXIV.) diejenigen Punkte des mittelſten Meridians MN, für welche die Parallelgrade WK, QR in ihrem wahren Verhältniſſe gegen einen Grad des Meridians MN genommen worden ſind; die geographiſche Breite von Q ſey $= \alpha$, von W $= \beta$, und ein Grad des Meridians MN ſey in Meilen = M, ſo iſt QR = M coſ α; WK = M coſ β.

2. Hat

2. Hat man nun die gerade Linie RK gezogen, und ſolche bis an die äuſſerſten durch N und M gehenden Parallelen des Netzes verlängert, ſo ſind NS, ML die durch Zeichnung ſich ergebenden Grade dieſer Parallelen. Heißt nun die geographiſche Breite von N $= \delta$, von M $= \gamma$, ſo ſollte, wenn NS und ML ihr wahres Verhältnis hätten, NS $=$ M coſ δ und ML $=$ M coſ γ ſeyn.

3. Nun iſt aber, wenn man LS verlängert, bis ſie bey P in die verlängerte MN einſchneidet, und dann RY gleichlaufend mit MN zieht, erſtlich KY : RY $=$ RQ : QP, oder KY : QW $=$ RQ : QP. Weil nun KY$=$KW $-$ RQ$=$M (coſ$\beta -$ coſα) (1); und RQ $=$ M coſ α; ferner QW in Graden $=$ der geographiſchen Breite von Q, weniger der von W, d. h. $= \alpha - \beta$, folglich in Meilen $=$ M $(\alpha - \beta)$ iſt, ſo erhält man durch Subſtitution dieſer Werthe in die angegebene Proportion, QP$=\dfrac{(\alpha-\beta)\,\text{coſ}\,\alpha}{\text{coſ}\,\beta-\text{coſ}\,\alpha}$. M in Meilen, und folglich PN $=$ QP $-$ QN $=$ QP $-$ M $(\delta - \alpha)$, oder, wenn man den Werth von QP ſubſtituirt,

$$\text{PN} = \frac{\text{M}\,(\delta-\beta)\,\text{coſ}\,\alpha - \text{M}\,(\delta-\alpha)\,\text{coſ}\,\beta}{\text{coſ}\,\beta - \text{coſ}\,\alpha}$$

4. Alſo

4. Alſo $SN = PN . \tang P = PN \tang KRY = PN . \frac{KY}{RY} = \frac{PN . KY}{QW}$, oder, wenn man aus (3) die Werthe von PN; KY; QW ſubſtituirt,

$$SN = PN . \frac{\cos\beta - \cos\alpha}{\alpha - \beta}, \text{ oder}$$

$$SN = \frac{M(\delta - \beta)\cos\alpha - M(\delta - \alpha)\cos\beta}{\alpha - \beta}$$

5. Eben ſo findet ſich, wenn man ſtatt δ, des Parallels ML geographiſche Breite γ ſetzt

$$ML = \frac{M(\gamma - \beta)\cos\alpha - M(\gamma - \alpha)\cos\beta}{\alpha - \beta}$$

6. So viel nun dieſe Werthe SN, ML, von den wahren, nemlich $SN = M \cos\delta$ und $ML = M \cos\gamma$, abweichen, ſo viel beträgt der Fehler, der bey dieſer Zeichnungsart in den äuſſerſten Parallelen SN und ML des Netzes entſtehen kan.

7. Um durch ein Beyſpiel den Fehler zu berechnen, ſo ſeyen z. E.

die geographiſchen Breiten von $M = 50° = \gamma$
, , , , , $W = 55 = \beta$
, , , , , $Q = 60 = \alpha$
, , , , , $N = 65 = \delta$

ſo

ſo iſt $\alpha - \beta = \delta - \alpha = 5°$; $\delta - \beta = 10°$; $\gamma - \alpha = -10°$; $\gamma - \beta = -5°$, folglich, wenn man M (weil alles durch Grade ausgedrückt iſt) = 15 Meilen ſetzt

$$SN = 15 . \frac{10 \cos 60° - 5 . \cos 55°}{5}$$
$$= 15 (2 \cos 60° - \cos 55°)$$

Nun iſt für den Halbmeſſer 1; $\cos 60° = \sin 30° = 0{,}5$ und $\cos 55° = 0{,}57357$ alſo

$$SN = 15 . 0{,}42643 = 6{,}3964 \text{ geogr. M.}$$

Und nach einer ähnlichen Rechnung

$$LM = 15 . \frac{-5 . \cos 60° + 10 \cos 55°}{5}$$
$$= 15 (-\cos 60° + 2 \cos 55°) = 9{,}7071 \text{ M.}$$

Wären nun SN und LM in ihrem gehörigen Verhältniſſe, wie auf der Kugel, ſo müßte nach der Tafel (§. 12.) SN = 6,339; LM = 9,642 Meilen ſeyn. Alſo beträgt der Fehler für SN, wenn ich blos bis auf Tauſendtheilchen gehe, 0,057 Meilen, oder um ſo viel fällt SN in der Zeichnung größer aus, als das wahr SN der Tafel (§. 12.). Hingegen iſt der Fehler von LM = 0,065, um ſo viel iſt ebenfalls das LM der Zeichnung größer, als das wahre.

8. Man

8. Man ſieht hieraus, daß inner
MN = 15 Graden der Breite, der Fe
ſich ohngefähr auf 6 bis 7 Hunderttheil
einer geogr. Meile belaufen kan, wenn n
lich die geogr. Breite von M = 50 G
iſt, alſo das Netz ſich vom 50ten bis
65ten Grad der Breite erſtreckte, und
Punkte Q und W, für welche QR und V
in ihrem wahren Verhältniſſe genom
wurden, unter dem 60ten und 55ten G
der Breite lägen. Da jener Fehler von
Hunderttheilchen einer Meile, 18 mahl
nommen, etwas über eine Meile ausmac
ſo erhellet, daß 18 ſolcher Grade auf
Parallel durch N, rechts und links des M
ridians MN getragen, ohngefähr nur um
Meile zu groß ausfallen würden, welches
die Ausübung immer noch erträglich iſt, u
zeigt, wie weit die Conſtructionsart (§. 27
ohne merklichen Fehler in der Ausübung an
wandt werden könne.

9. Freylich ſind nun auch in ein
Vierecke, wie T (Fig. XXIII.), ſelbſt
Meridiangrade nicht mehr genau denen a
dem mittelſten Meridiane MN gleich, u
jeder Grad auf einem Meridiane, wie A 2
wird etwas größer, als 15 Meilen ſey
Indeſſen muß die Schiefe der Meridian
wie A 27, ſchon beträchtlich ſeyn, wenn
Grade auf ihnen um etwas ſehr beträchtlich

[..]er, als die auf MN, ausfallen ſollen. [..]n kan daher in einem jeden Vierecke, wie [..] die Diſtanzen der Oerter noch immer [..] merklichen Fehler nach dem Meilen[..]sſtabe auf MN, meſſen, und dies geht [..]ahe durch den ganzen Raum des Netzes [..]CD an, wenn es ſich nicht über 15 bis [..] Grade der Länge und Breite erſtreckt.

§. 29.

1. Zur Berechnung der Schiefe eines [..]ridians, wie z. E. SL (Fig. XXIV.), [..]en folgende Betrachtungen.

2. Man ſetze jetzt, der Meridian SL [..]e um λ Grade von dem mittelſten MN [..], ſo daß alſo jetzt QR, λ Grade des Pa[..]els durch Q, und folglich auch WK, λ [..]ade des Parallels durch W enthalte, ſo [..]e jetzt

$$QR = \lambda . M \cos \alpha$$
$$WK = \lambda . M \cos \beta$$

[..]mnach $KY = KW - QR = \lambda . M(\cos\beta - \cos\alpha)$

3. Ferner wie oben $QW = (\alpha - \beta)$ M [..] RY. Demnach tang KRY = tang P = [..] $= \frac{\lambda(\cos\beta - \cos\alpha)}{\alpha - \beta}$. Dieſe Tangente iſt

auch der Cotangente des Neigungswi
RKY des Meridians SL gegen die Pa
len des Netzes gleich.

4. Ex. Es ſey der Unterſchied der
den Meridiane SL, MN alſo $\lambda = 5$ Gr
ſo iſt, wenn man α, β, wie oben (§.
III. 7.) nimmt, und RKY $= \vartheta$ ſetzt

$$\cot \vartheta = \frac{5 (\operatorname{coſ} 55° - \operatorname{coſ} 60°)}{5}$$

$$= \operatorname{coſ} 55° - \operatorname{coſ} 60° = 0{,}07$$

alſo $\vartheta = 85°. 47'$. beynahe.

Alſo weichet der Winkel, den der M
dian SL mit den Parallelen der Charte m
um 4°. 13′ von 90° ab, wenn gleich SL
um 5 Grad von MN abſteht. Es erhellet
aus, daß die Winkel in einem Vierecke, wi
(Fig. XXIII.) ſehr bald merklich ſchief
den, und von den rechten Winkeln des
entſprechenden Vierecks auf der Kugel ab
chen. Indeſſen convergiren hier die ger
nigten Meridiane der Charte nach einem
wiſſen Punkte P, wie die kreisförmigen
der Kugel, nach dem Pole zu, wodurch
ganze Netz, wenn gleich die Vierecke, wi
(Fig. XXIII.), ſchiefwinklicht ausfallen,
noch gewiſſermaaßen dem entſprechenden
der Kugel ähnlicher wird, als wenn

(§. 23.), die Meridiane zwar auf den
rallelen ſenkrecht ſtehen, die Parallelgrade
r ſo ſehr, wie dort, von ihrem wahren
erhältniſſe auf der Kugel abweichen. —
an muß bedenken, daß es nach keiner Ent-
rfungsart auf dem Papiere möglich iſt, alle
edingungen eines Netzes auf der Kugelfläche
erfüllen, und daß man ſich immer befrie-
zen kan, wenn die Abweichung von dem
riginale nur nicht gar zu groß iſt. Die
genwärtige Verzeichnungsart gehört noch
mer zu den erträglichen, und empfiehlt ſich
rigens durch die Leichtigkeit der Conſtruction,
odurch ſie auch zu Abſichten, wie (§. 26.),
auchbar wird.

§. 30.

Noch einige Betrachtungen über die bisherige Entwerfungsart.

I. Man ſetze (Fig. XXIV.) den Winkel
LPM, welcher einem Parallelgrade zugehört,
$= \omega$, und die Entfernung des Punktes P
von dem Parallel QR des Netzes, alſo die
Linie PQ = A, ſo hat man aus (§. 28. III. 4.)
erſtlich

$$\text{tang}\,\omega = \frac{SN}{PN} = \frac{\cos\beta - \cos\alpha}{\alpha - \beta}$$

In welcher Formel α und β durch Grade

der dortigen Rechnung erhellt; Wären α und β durch Minuten ausgedrückt, ſo würde man ſtatt α und β ſetzen müſſen $\frac{\alpha}{60}$ und $\frac{\beta}{60}$, um dieſe Minuten in Gradtheile zu verwandeln, da denn für dieſen Fall

$$\text{tang}\ \omega = \frac{\cos\beta - \cos\alpha}{\alpha - \beta} \cdot 60$$

ſeyn würde, und ſo, wenn α und β durch Secunden ausgedrückt wären, würde man

$$\text{tang}\ \omega = \frac{\cos\beta - \cos\alpha}{\alpha - \beta} \cdot 3600$$

erhalten. Am beſten iſt es, α und β durch Grade auszudrücken, weil alsdann die Formel für tang ω am einfachſten iſt.

II. Wenn nun PQ = A geſetzt wird, ſo iſt PQ tang ω = RQ = M cos α, alſo

$$A = \frac{M \cos\alpha}{\text{tang}\ \omega} = \frac{M(\alpha - \beta)\cos\alpha}{\cos\beta - \cos\alpha}$$

eine bekannte Größe.

III. Durch die Größen A und ω kan man nun die Fehler in den Graden SN und LM auch auf folgende Art ausdrücken.

Weil

Weil SN $=$ PN tang ω, und PN $=$ PQ $-$ QN $=$ A $-$ M $(\delta - \alpha)$, ſo iſt SN $= (A - M(\delta - \alpha))$ tang ω, und folglich, da der wahre Werth von SN ſeyn müßte $=$ M coſ δ, der Fehler

$$\text{in SN} = (A - M(\delta - \alpha)) \text{tang}\,\omega - M \cos\delta.$$

Und auf eben die Art, ſtatt δ nur die geographiſche Breite γ des Parallels LM geſetzt, der Fehler

$$\text{in LM} = (A - M(\gamma - \alpha)) \text{tang}\,\omega - M \cos\gamma.$$

IV. Ob dieſe beyden Fehler einander gleich oder ungleich ausfallen, hängt von den geogr. Breiten γ und δ ab, unter denen die beyden Grade liegen. Sollten die Fehler einander gleich ſeyn, ſo würde, wie leicht einzuſehen iſt,

$$M\delta \,\text{tang}\,\omega + M \cos\delta = M\gamma \,\text{tang}\,\omega + M \cos\gamma$$

$$\text{alſo} \quad \frac{\cos\gamma - \cos\delta}{\delta - \gamma} = \text{tang}\,\omega$$

ſeyn müſſen, wo denn tang ω aus (I) bekannt iſt. Wenn demnach γ und δ nicht ſo beſchaffen ſind, daß dieſem Ausdrucke ein Genüge geſchiehet, ſo werden die beyden Fehler in den Graden SN und LM allemahl einander ungleich ſeyn.

V. Man kan fragen, für welche
X, des Meridians MN, alſo für we
graphiſche Breite, der Fehler in dem
gen Grade ZX **am größten** ausfäll
ſer Punkt X wird allemahl zwiſchen Q
fallen müſſen, weil die Grade QR,
ihrem wahren Verhältniſſe genommen
(§. 28. III. 3.), und alſo die Fehl
ben = o ſind. — Man heiſe dem
geographiſche Breite von X = x,
völlig, wie in (III.) der Fehler

in $ZX = (A - M(x - \alpha))\ \mathrm{tang}\ \omega -$

Man ſucht x, damit dieſer Ausdruck,
y nennen will, ein Maximum werde.

Die Differentialrechnung lehrt
man zu dieſer Abſicht den Ausdruck
ziiren, und ſein Differential =
müſſe. Dies giebt dann eine Gleichun
aus man das x finden kan.

Da nun in dem Ausdrucke y, bl
veränderliche Größe iſt, ſo hat ma
$d \cos x = - dx \sin x$ (Trig. S. X
wo dx durch Decimaltheilchen des S
tus 1 auszudrücken iſt, erſtlich

$dy = - M\, dx\ \mathrm{tang}\ \omega + M\, dx$

Weil aber der Theil M dx tang ω die
ferentials aus dem Gliede M (x — α)

entſtanden iſt, wo x (wegen $M = 15$) Grade bedeutet, ſo bezeichnet das Differential dx in dem Ausdrucke $M\,dx\,\tang\,\omega$ ebenfalls Gradtheilchen. Es muß demnach auch das dx in dem Gliede $M\,dx\,\sin x$ Gradtheilchen bedeuten; Da nun aber 1° in Decimaltheilen des Sinus totus 1 ausgedrückt $= 0{,}01745329$ (Käſtners Geom. 44 S. 7 Z. V.), ſo iſt das dx in dem Gliede $M\,dx\,\sin x$, in Decimaltheilen $= dx \,.\, 0{,}01745329$, welches ich $= \varepsilon \,.\, dx$ nennen will. Alſo hat man

$$dy = -M\,dx\,\tang\,\omega + M\varepsilon\,dx\,\sin x.$$

Dieſes muß man nun $= 0$ ſetzen, um den Werth von x zu finden, für welchen y ein Maximum wird. Wenn dies geſchieht, ſo findet ſich

$$\sin x = \frac{\tang\,\omega}{\varepsilon} = \frac{\tang\,\omega}{0{,}01745..}$$

wo $\tang\,\omega$ durch α und β gegeben iſt (I).

VI. Ex. Geſetzt unter dem 60ten und 50ten Grad der Breite, alſo für $\alpha = 60°$ und $\beta = 50°$, ſeyen die Grade QR und KW in ihrem wahren Verhältniſſe genommen worden, ſo hat man erſtlich für den Winkel ω, nach (I.)

$$\text{tang}\ \omega = \frac{\text{coſ}\ 50^\circ - \text{coſ}\ 60^\circ}{10}$$

$$= \frac{0{,}6427876 - 0{,}5}{10}$$

$$= 0{,}01427876$$

alſo $\omega = 49'.\ 5''$. Ferner $\sin x = \frac{\text{tang}\ \omega}{0{,}01745..} =$
$0{,}01427876 : 0{,}01745 .... = 0{,}818108.$

Alſo $x = 54^\circ.\ 54'$. Es erhellet alſo, daß der Punkt X, für welchen der Fehler in dem Grade ZX am größten iſt, ohngefähr in die Mitte zwiſchen Q und W fällt. Ferner hat man für die Entfernung PQ, oder A (II.)

$$\begin{aligned} \log M = \log 15 &= 1{,}1760913 \\ \log \text{coſ}\ \alpha = \text{l coſ}\ 60^\circ &= 9{,}6989700 \\ \hline & 10{,}8750613 \\ \text{l tang}\ \omega &= 8{,}1546828 \\ \hline \log A &= 2{,}7203785 \\ \text{Alſo}\ A &= 525{,}2\ \text{Meilen.} \end{aligned}$$

Welches beynahe 35 ſolcher Meridiangrade betragen würde, als zwiſchen Q und W, 10 ſich befinden.

Für den Fehler in dem Parallelgrade ZX ſelbſt, hat man, nach (V.), das dortige

tige $x = 54^\circ . 54' = 54^\circ{,}9$ und $A = 525{,}2$ Meilen geſetzt, den Ausdruck

$$(525{,}2 - 15 . (54{,}9 - 60)) . \tan 49' . 5'' - 15 \cos 54^\circ{,}9.$$

Welches wegen $\tan 49' . 5'' = 0{,}0142787$ nach gehöriger Rechnung, den Fehler $= -0{,}034$ giebt, d. h. der Grad ZX, unter $54^\circ . 54'$ der Breite, wird durch Ziehung des Meridians SL durch die Endpunkte der Grade QR und WK (VI.) ohngefähr um $\frac{34}{1000}$ einer Meile kleiner ausfallen, als der wahre Werth deſſelben unter dem $54^\circ . 54'$ der Breite ſeyn müßte, woraus wohl hinlänglich erhellet, daß, da dieſer Fehler zugleich ein Maximum, unter den angenommenen Umſtänden iſt, auch alle übrigen, durch die Zeichnung ſich ergebende, Parallelgrade, ohne merklichen Fehler, mit ihrem wahren Maaße übereinkommen werden.

VII. Uebrigens iſt es wohl immer am zuträglichſten, die Punkte R und K, folglich die Grade QR, WK, welche auf dem Netze in ihrem wahren Verhältniſſe genommen werden, ſoweit als möglich, aus einander zu nehmen, weil ſich die Lage eines Meridians, wie SL, genauer ergiebt, wenn man ihn durch weiter von einander liegende Punkte, z. E. S und L, als durch nahe zuſammenliegende, wie R und K, ziehen kan. Es

 wäre

wäre alſo in dieſer Rückſicht am beſten, ſogleich die äuſſerſten Parallelgrade des Netzes ſelbſt, in ihrem wahren Verhältniſſe zu nehmen. Man vermeidet dadurch diejenigen Fehler in den übrigen Parallelgraden, welche durch unſichere Anlegung des Linials, bey der Ziehung der Meridiane begangen werden können, und die man nicht mit den bisherigen (III.) verwechſeln darf, welche auch ſtatt finden, wenn man gleich die Meridiane auf das ſchärfſte durch die Endpunkte, wie R und K, ziehen könnte.

VIII. Wie viel der Fehler in Meſſung einer Diſtanz auf einer Charte nach der bisherigen Entwerfungsart betragen könne, läßt ſich beurtheilen, wenn man z. E. ein paar Oerter in den äuſſerſten gegen einander überſtehenden Punkten des Netzes (Fig. XXIII.), z. E. bey t, neben dem Punkte D, und bey A ſich gedenkt, die Entfernung At auf der Charte berechnet, und ſie mit der wahren, welche nach der Formel (§. 14. III. F.) aus dem Unterſchiede λ der beyden Mittagskreiſe Ap, Bt, und den Abſtänden der Punkte A und t vom Pole, oder den Ergänzungen a und b ihrer geographiſchen Breiten α und β zu 90°, ſich ergeben würde, vergleicht.

In dem Dreyecke ABt hat man erſtlich AB in Meilen $= \lambda . M \cos \alpha = \lambda . M \sin a$.

Ferner

Ferner in dem rechtwinkl. Dreyecke BDt, für den ſpitzigen Winkel bey B, oder für die Ergänzung des Winkels tBA = ϑ, welchen der Meridian Bt (welcher um $\frac{1}{2}\lambda$ Grade vom mittelſten MN abſteht) mit dem Parallel BA macht, die Formel

$$\cot\vartheta = \frac{\frac{1}{2}\lambda\,(\operatorname{coſ}\alpha - \operatorname{coſ}\beta)}{\beta - \alpha} = \operatorname{tang} B.$$

Daraus weiter Bt = BD . ſec B = MN . coſec ϑ = M ($\beta-\alpha$) coſec ϑ; Alſo iſt in dem Triangel ABt die Seite At, aus den gefundenen AB, Bt, und dem eingeſchloſſenen Winkel ϑ bekannt. Dieſe ſolchergeſtalt berechnete Entfernung At, mit der wahren auf der Kugel verglichen, wird den Fehler, den dieſe Conſtructionsart in der größten Diſtanz auf der vorgegebenen Charte hervorbringt, beſtimmen. Ein Exempel kan ſich nach dieſer Vorbereitung jeder leicht ſelbſt berechnen. Man wird finden, daß der Fehler, unter den Umſtänden (§. 28. 9.), für die Ausübung unerheblich iſt.

IX. In ältern geographiſchen Büchern findet man dieſe Entwerfungsart weit über ihre Gränze auf große Stücke der Erdfläche angewandt, z. E. in *Geogr. univerſae tum veteris tum novae, abſolutiſſimum Opus a Jo. Ant. Magino* 1597. bey den zum Ptolomäus

gehörigen Charten. Gegenwärtig wendet man ſie nur auf kleinere Theile der Erdfläche an, z. E. einzelne Aemter zu mappiren. So hat man einen ſächſiſchen Atlas, wo Meridiane und Parallelen durch gerade Linien abgebildet ſind.

§. 31.

Aufgabe. Eine Entwerfungsart anzugeben, auf der alle Meridiane als gerade Linien erſcheinen, die Meridiangrade durchaus, wie auf der Kugel, von gleicher Größe ſind, und überall auf den Parallelgraden ſenkrecht ſtehen.

Aufl. I. Es ſey wieder (Fig. XXV.) MN ein Meridian durch die Mitte des zu verzeichnenden Netzes, und P ein Punkt, in der Verlängerung von MN, aus welchem man mit den Halbmeſſern, wie PN, PQ, PW ꝛc., Kreisbogen beſchreibe, um die Parallelkreiſe abzubilden, ſo werden erſtlich alle aus P gezogene Meridiane oder gerade Linien, wie PL, ſenkrecht auf dieſen Bögen ſtehen, und in einem Vierecke, wie RQKW, werden alle Winkel rechte ſeyn, wie auf der Kugel, und wenn QW z. E. einen Grad auf dem Meridiane MN vorſtellte, ſo werden auch die Grade auf allen übrigen Meridianen, wie z.

E.

E. RK, gI, zwiſchen denſelben Parallelen, von gleicher Größe ausfallen, welchen Winkel auch die Meridiane PL, PU, mit dem PM machen würden.

II. Damit aber doch wenigſtens ein paar Bögen, wie QR, WK, welche auf den Parallelkreiſen durch Q und W Grade bedeuten mögen, ihr richtiges Verhältnis gegen einen Meridiangrad auf MN erhalten, ſo ſetze man z. E. Q liege unter dem 60ten Grad der Breite, und W unter dem 50ten, wie (§. 30. VI.), dergeſtalt, daß alſo QW 10 Grade des Meridians vorſtelle, welche man in 10 gleiche Theile eintheile, um die einzelnen Grade zu erhalten.

III. Einen ſolchen Grad des Meridians theile man in 15 Theile, um die geographiſchen Meilen zu erhalten, welche, wenn ſie groß genug ausfallen, noch weiter in 10 und 100 Theilchen eingetheilt werden können.

IV. Sollen nun die Parallelgrade QR, KW, ihr richtiges Verhältnis gegen die Meridiangrade bekommen, ſo muß, nach der Tafel (§. 12.), QR unter dem 60ten Grad der Breite = 7,500 Meilen, und KW unter dem 50ten = 9,642 M. genommen werden, wofür man, weil ſich kleinere Theilchen, als Hundertheilchen, wohl nicht mehr mit dem

Zirkel

Zirkel werden abfaſſen laſſen, nur
nimmt.

V. Wer mit einem Zirkel 7,
abfaßt, und ſie auf einen Kreisbogen
aus Q in R ſetzt, macht eigentlich
Bogen QR, ſondern die Sehne
ſo groß. Nun ſollte aber eigentlich d
QR ſelbſt dieſes Maas bekommen.
deſſen hier QR nur einen Grad vor
kan man, ohne merklichen Fehler,
und Bogen einander gleich ſetzen,
annehmen, daß durch das Verfahre
der Bogen QR ſelbſt das gehörig
erhalte.

VI. Wenn man QR und WK
gehörigen Verhältniſſe nimmt, ſo beſt
dadurch die Lage des Meridians
Dieſer würde nicht auf den Bögen QR
LM ſenkrecht ſtehen, wenn ſeine V
rung nicht durch den Mittelpunkt
Bögen gienge. Dies zeigt, daß die
des Punktes P, aus welchem man di
ziehen muß, nicht willkührlich iſt, ſon
nach den Graden QR, KW ſelbſt
muß. Um demnach den Punkt P zu
men, ſo gedenke man ſich durch R
RY gleichlaufend mit PW, ſo hat m
RQ, KW, ohne merklichen Fehler fü
auf MN ſenkrecht ſtehende Parallel-l
halten ſind.

$$KY : RY = RQ : PQ \text{ oder}$$
$$KW - RQ : QW = RQ : PQ \text{ wie §. 28. III. 3.}$$

d. h. weil QW = 10 Graden des Meridians = 10 . 15 = 150 Meilen, und KW = 9,642; QR = 7,5 (IV.), ſo iſt

$$PQ = \frac{150 \cdot 7,5}{2,142} = 525,2$$

begreiflich wie das A, in (§. 30. VI. II.), für welches dort die allgemeine Formel angegeben iſt, wenn überhaupt α und β die geographiſchen Breiten der Punkte Q und W bedeuten.

VII. Dieſer Werth von PQ beträgt faſt 35 . 15, d. h. 35 ſolcher Grade, als zwiſchen Q und W hier 10 angenommen ſind. Man würde alſo, um den Punkt P zu finden, aus welchem man die Kreisbögen durch die Punkte Q, W, des Meridians, und ſo durch die übrigen, ziehen müßte, von Q nach P ohngefähr 35 Meridiangrade, oder 525 Meilen abſetzen, und dann erſt auf den aus Q gezogenen Bögen die Werthe QR, WK ſoviel mahl nebeneinander aus Q in R, 1, 2 ꝛc., und aus W in K, I, II ꝛc. hintragen, als zwiſchen ſo viel Grade der Länge das Netz zu dem zu verzeichnenden Lande fallen ſollte, die übrigen Meridiane würden ſich dann, wie in (§. 27. 5.), ergeben, indem man

durch die gleichnahmigten Punkte, wie I. 1; II. 2 ꝛc., gerade Linien zöge, und ſie bis an die äuſſerſten Parallelen NTb, MUn, des zu verzeichnenden Netzes verlängerte.

VIII. Dies Netz wird nun den Bedingungen entſprechen, welche in der Aufgabe genannt ſind, und man kan, wie in der vorhergehenden Aufgabe, beweiſen, daß nach dieſer Entwerfungsart auch diejenigen Grade, wie NS, ML, welche ſich durch Zeichnung ergeben, ohne merklichen Fehler mit ihren wahren Werthen übereinkommen müſſen.

So werden denn die Vierecke, wie RgKI, in Anſehung der Seiten und Winkel, ſich durchaus wie die auf der Kugel verhalten, und ein Land, was daher in ein Netz dieſer Art eingetragen wird, muß der Natur gemäßer ausfallen, als ein nach den vorhergehenden zwey Entwerfungsarten gezeichnetes.

IX. Beym Eintragen eines Orts, deſſen geographiſche Länge und Breite gegeben ſind, ſuche man auf den beyden äuſſerſten Parallelen Nb, Mn, deren Grade gewöhnlich in kleinere Theile eingetheilt werden, die Punkte w und u, welche der geogr. Länge des einzutragenden Orts entſprechen, ſo iſt eine gerade Linie, von u nach w gezogen, der Meridian des Orts; Wenn nun der Punkt v, auf

dem

dem mittelſten Meridiane MN, der geographiſchen Breite des Orts entſpricht, ſo faſſe man die Weite Mv, und trage ſie auf den Meridian uw, aus u in y, ſo iſt y der einzutragende Ort, und ſo iſt es denn nicht ſchwer, eine ganze Provinz, nach Befolgung der übrigen in (§. 24.) angegebenen Vorſchriften, welche mit einiger Veränderung leicht auf die gegenwärtige Entwerfungsart angewandt werden, in dieſes Netz einzutragen.

X. So kan man denn auch umgekehrt leicht die geographiſche Länge und Breite eines Orts y auf einer Charte nach dieſer Entwerfungsart beſtimmen, wenn man um y ein Linial dreht, bis es durch zwey gleichnahmigte Punkte, w und u, der äuſſerſten Parallelkreiſe geht, d. h. durch ſolche, welchen gleichviel Grade und Minuten der Länge entſprechen, da denn dieſe Grade und Minuten die Länge des Orts ſelbſt angeben. Darauf faßt man hy, und trägt ſie auf den mittelſten Meridian aus W in v, ſo findet ſich bey v die geographiſche Breite des Orts angezeigt, indem man bey W den Grad der Breite, von W bis v aber die noch übrigen Minuten derſelben abzählt. Gewöhnlich faßt man ein Stück eines ſolchen Netzes in ein Rechteck ein, zieht die Parallelkreiſe und Meridiane bis an die Seiten dieſes Rechtecks fort, und ſchreibt darneben Zahlen für die Grade der Länge und

Breite.

Breite. Die XXVIte Figur bildet ein ſolches Netz in dem gehörigen Verhältniſſe der Theile, vom 40ten bis zum 60ten Grad der Breite, und innerhalb 30 Graden der Länge ab.

§. 32.

Anmerkungen über dieſe Entwerfungsart.

I. Man könnte ſie die de l'Iliſche nennen, weil *de l'Isle*, ein berühmter Aſtronom und Geograph († 1768.), ſie vorzüglich empfohlen und angewandt hat. Sie iſt unſtreitig eine der beſten und leichteſten für die Ausübung. Man hat ſich derſelben unter andern zu einer Generalcharte des ruſſiſchen Reichs bedient, bey welcher Gelegenheit Hr. Euler (*Acta Ac. Petr. ad annum* 1777. *Pars prior pag.* 143.) mehrere theoretiſche Unterſuchungen darüber angeſtellt, und ſie unter andern des erheblichen Vortheils wegen mit empfohlen hat, daß, weil auf ihr alle Meridiane, als größte Kreiſe, durch gerade Linien abgebildet ſind, auch alle übrigen größten Kreiſe auf ihr beynahe als gerade Linien erſcheinen müßten, und daß folglich auch die Diſtanzen der Oerter, als gerade Linien, mit einem Zirkel abgenommen, und ohne merklichen Irrthum auf einem geradlinigten Meilenmaaßſtabe gemeſſen werden könnten, voraus-

ausgeſetzt, daß der Unterſchied der Meridiane nicht zu groß ſey.

II. 1. Um zu berechnen, wie hoch ſich der Fehler in einem vorgegebenen Falle belaufen könnte, ſo ſeyen Q und W diejenigen Punkte, für welche die Parallelgrade, wie QR, WK, in ihrem richtigen Verhältniſſe genommen worden, ſo findet ſich daraus erſtlich PQ (z. E. nach den obigen Datis (§. 30. VI.) = 525,2 Meilen), und der Winkel RPQ = ω, welcher an dem Mittelpunkte P der gezogenen Parallelkreiſe den Graden der Länge auf ihnen, wie RQ, KW, SN, ML ꝛc. entſpricht. Es iſt nemlich, weil RQ = 7,5 (§. 31. IV.) ohne merklichen Fehler als eine gerade auf PQ ſenkrecht ſtehende Linie anzuſehen iſt

$$\text{tang}\ \omega = \frac{RQ}{PQ} = \frac{7{,}5}{525{,}2} = 0{,}01428\,..$$

Und folglich ω = 49′. 5″, wie oben (§. 30. VI.). Es erhellet, daß, wenn überhaupt α und β der Punkte Q und W geographiſche Breiten bedeuten, man auch hier ohne merklichen Irrthum die oben für PQ = A, und tang ω gefundenen Formeln anwenden könne.

2. Nun ſeyen N und I ein paar Oerter auf dem Netze, deren Abſtand NI auf der Charte berechnet, und mit dem wahren

Abſtande derſelben auf der Kugel
werde, ſo wird ſich der Fehler geb
welchen NI auf der Charte
wahren Abſtande beyder Oe
ſchieden ſeyn wird.

3. Es ſey des Orts N geog
z. E. 65°, und die des Orts I =
Unterſchied der Meridiane derſelben,
Bogen WI = λ = 10 Grade, ſo
in dem geradlinigten Dreyecke IPN
den Winkel IPN = λ . ω = 10 . (
= 8°. 10′. 50″.

4. Ferner iſt die Seite PI =
PQ + QW = 525,2 M. + 15 . 10
525,2 + 150 = 675,2 Meilen,
Seite PN = PQ — QN = 525,2
= 525,2 — 75 = 450,2 Meilen.

5. Alſo hat man in dem Drey
zwey Seiten, PI, PN, und den eing
nen Winkel. Daraus berechne man
Seite IN.

Weil die halbe Summe der beyd
gen Winkel in dieſem Dreyecke = 85°. 5
die Summe der beyden Seiten PI +
1125,4, und ihre Differenz = PI —
225 iſt, ſo hat man für die halbe
x jener beyden Winkel die Proportion

1125,4 : 225 = tang 85°. 54′. 35″ :

Alſo log tang 85°... = 11,1456312
1225 = 2,3521825

13,4978137
log 1125,4 = 3,0513069

log tang x = 10,4465068

Alſo x = 70°. 19′. 7″

Hieraus wird der ſpitzige Winkel PIN
dem erwähnten Dreyecke = 85°. 54′. 35″ — 7
19′. 7″ = 15°. 35′. 28″. Und nun
der Proportion

sin PIN : PN = sin IPN : IN

log sin IPN = 9,1531835
log PN = 2,6534055

11,8065890
log ſ IPN = 9,4293813

log IN = 2,3772077

Alſo IN = 238,3 Meilen.

6. Berechnet man nun, nach dem Ver
ren (§. 14. III. F.), aus den bekannten B
ten der Oerter I und N, und dem Unterſch
ihrer Mittagskreiſe, ihre Diſtanz auf der
gel, ſo findet ſich ſolche in Graden =
54′, oder in Meilen = 238,5; wel
von dem auf der Charte berechneten Abſt

IN (5) ſo wenig abweicht, daß der Fehler völlig für Nichts gelten kan. Man würde daher gar wohl die Charte auf noch mehrere Grade der Länge und Breite, als in gegenwärtigen Beyſpiele, erſtrecken dürfen, ehe der Fehler in den Diſtanzen der Oerter von ſolcher Erheblichkeit würde, daß man ihn nicht beyſeite ſetzen dürfte. Zugleich erhellet demnach auch, daß NI auf der Charte, ſich ohne merklichen Fehler nach einem geradlinigten Meilenmaaſſtabe meſſen läßt, auf welchem 15 Meilen einem Grade auf MN gleich ſind, und den man gewöhnlich irgendwo an dem Rande der Charte zu verzeichnen pflegt.

III. Es ſind auch bey dieſer Entwerfungsart, wie in (§. 28. III.), nur diejenigen Parallelgrade vollkommen richtig, welche unmittelbar aufgetragen worden ſind, wie QR, WK (§. 30. VI.), die übrigen, welche ſich durch Zeichnung ergeben, wie z. E. die auf den Parallelen durch M und N, werden immer etwas von der Wahrheit abweichen, aber der Meilenmaaſſtab müßte ſehr groß ſeyn, wenn der Fehler auf dem Papiere merklich ſeyn ſollte; Die Vergleichung dieſer Entwerfungsart mit der vorigen (§. 27.) wird übrigens zeigen, daß die theoretiſchen Unterſuchungen über die Größe dieſes Fehlers in den übrigen Parallelgraden (§. 30. III.), ohne weitere Aenderung auch auf die gegenwärtige ſich

anwen-

anwenden laſſen, weil wegen der geringen Größe des Winkels ω, die Bögen RQ, WK, NS, LM (Fig. XXV.) für die eben ſo benannten geraden Linien der XXIVten Figur genommen werden können, und die Formeln, die alſo (§. 30. III.) gefunden worden ſind, auch für die XXVte Figur gelten.

IV. Ohnſtreitig wird der Fehler in den übrigen Parallelgraden am kleinſten, wenn (Fig. XXV.) die Punkte Q, W, für welche man die Parallelgrade QR, WK in ihrem richtigen Verhältniſſe nimmt, ohngefähr in gleicher Weite ſowohl unter ſich, als auch von den äuſſerſten Parallelgraden SN und ML des Netzes angenommen werden, d. h. wenn z. E. ein Netz zwiſchen dem 40ten und 60ten Grad der Breite gezeichnet werden ſollte, ſo würde man die Punkte Q und W am vortheilhafteſten unter dem 45ten und 55ten Grad der Breite annehmen. Hätte man nemlich die Grade NS, LM auf den äuſſerſten Parallelen ſelbſt, in ihrem wahren Verhältniſſe genommen, ſo würden die in die Mitte der Charte zu liegen kommenden Parallelgrade zu weit von den richtig angenommenen SN, LM wegliegen, und alſo unrichtiger ausfallen müſſen, als wenn ſie den in ihrem wahren Verhältniſſe genommenen, näher liegen.

V. Indeſſen richtet man ſich nicht ſo genau nach dieſer Vorſchrift, ſondern nimmt gewöhnlich die äuſſerſten Parallelgrade SN, LM in ihrem wahren Verhältniſſe, aus der Urſache, welche oben (§. 30. VII.) angegeben worden iſt.

§. 33.

Wie man verfahren müſſe, wenn der Punkt P, aus welchem die Parallelbögen geriſſen werden, zu weit hinaus fällt.

I. Wenn P nicht über 6 bis 8 Schuh über den Rand des Reisbrettes, auf welchem man arbeitet, hinausfällt, ſo läßt ſich noch immer ein Stangenzirkel, der nach (§. 18. VI.) durch anzuſchraubende Stücke verlängert werden kan, zur Ziehung der Parallelkreiſe anwenden, wo man denn an die Seite des Reisbretts, über welche P hinausfällt, die Vorrichtung (§. 18. VII.) anſchiebt, und auf ihr den Punkt P in dem gehörigen Abſtande QP annimmt.

Geſetzt in (§. 31. VI.) wäre 1 Grad auf dem Meridiane MN zwey Zoll lang, ſo wäre die Länge einer Meile auf dem Papiere = $\frac{2}{15}$ Zoll. Nun war oben QP = 525 Meilen gefunden worden. Dies betrüge demnach in Zollen $\frac{2}{15} \cdot 525$, oder 70 Zolle, alſo noch nicht 6 Schuh, den Schuh zu 12 Zollen angenom-

genommen. Alſo würde ſich unter dieſen Um-
ſtänden noch immer der Stangenzirkel anwen-
den laſſen, um z. E. den Bogen aus P
durch Q zu reißen.

Ob ſich aber aus P auch die entferntern
Bögen, z. E. MLU, würden beſchreiben laſ-
ſen, würde ſich aus dem Abſtande PM =
PQ + QM ergeben. Läge M z. E. 12 Grad
= 12.15 Meilen weiter von P weg, als Q
ſo würde der Abſtand PM in Zollen = 70 + 2
= 94. Alſo würde es ſchon Mühe haben
den Bogen aus P zu beſchreiben.

II. Indeſſen hätten ſich z. E. nur d
Bögen QR, WK, oder auch ein paar an
dere, SN, WK, beſchreiben laſſen, ſo würd
man auch ULMZV verzeichnen können, wen
man durch die Punkte R, 1, 2 ꝛc.; K, I, II ꝛc.
die gleichen Längen zugehören, die Meridian
RK; 1. I ꝛc. zöge, und auf ihre Verläng
rungen die Diſtanzen KL, IU, IZ, II. V =
WM nähme, dann würden auch die Punk
U, L, M, Z, V in einem Kreisbogen li
gen, und man dürfte alſo nur durch di
Punkte aus freyer Hand den Bogen ziehe
oder ſich des Inſtruments (§. 18. X. 20.
dazu bedienen. Wie das (§. 18. X. 6.) a
zuwenden wäre, wird keiner weitern Erläu
rung bedürfen.

III. Hä

III. Hätte man aber ſelbſt den Bogen durch Q (I.), ja nicht einmahl den durch N, vermittelſt des Stangenzirkels reiſſen können, ſo würde man, nach (§. 18. X. 21. ꝛc.), erſt Punkte des zu ziehenden Bogens, wie ULMZV, durch Rechnung beſtimmen müſſen, ehe man ſich der erwähnten Werkzeuge würde bedienen können. Da das hieher gehörige bereits a. a. O. hinlänglich erläutert worden iſt, ſo brauche ich mich hier nur ganz kurz zu faſſen.

IV. Geſetzt, man wolle ein paar Punkte U und V, deren jeder um $\lambda = 10$ Grade des Parallels durch M, von dem mittelſten Meridiane MN abſtehe, durch Rechnung beſtimmen:

Man gedenke ſich durch U das Perpendikel UF auf MN gezogen, und heiſe die dem Punkte U zugehörige Abſciſſe MF = x, und Ordinate FU = y, ſo iſt UF = PU . ſin UPF, und PF = PU coſ UPF. D. h. wenn man den Halbmeſſer PU = PM (welcher ſich aus dem Grade der Breite bey M, und aus den Beſtimmungen der Punkte Q und W, für welche die Parallelgrade QR, WK ihr richtiges Verhältnis erhalten ſollen, leicht findet) = r, und den Winkel UPM = λ. LPM = $\lambda . \omega$ (wo ω aus den obigen Formeln ebenfalls bekannt iſt) ſetzt, ſo hat man

y =

$y = r \sin \lambda . \omega$
$x = r (1 - \cos \lambda . \omega)$

Ex. Für die obigen Data (§. 32. II.) fand ſich $\omega = 49'. 5''$, und wenn M unter dem 40ten Grad der Breite, Q aber, für welches oben PQ = 525,2 Meilen gefunden wurde, unter dem 60ten Grad der Br. läge, ſo würde MQ = 20 Graden = 20 . 15 = 300 Meilen, und folglich PM = r = 525,2 + 300 = 825,2 M., wofür ich ſchlechtweg 825 M. nehmen will.

Sollte nun der Punkt U für $\lambda = 10$ beſtimmt werden, ſo iſt wegen $\lambda . \omega = 10 . (49'. 5'') = 8°. 10'. 50''$; $\sin \lambda \omega = 0,1422930$; $\cos \lambda \omega = 0,9898245$ und $1 - \cos \lambda \omega = 0,0101755$, alſo

$y = 825 . 0,1422930 = 117,391$ Meilen
$x = 825 . 0,0101755 = 8,393$ M.

wo begreiflich die 1000theilchen von Meilen weggelaſſen werden.

Man nehme alſo MF = 8,39 M., errichte durch F ein Perpendikel auf MN, und nehme FU und FV = 117,39 M., ſo ſind U, M und V drey Punkte des zu beſchreibenden Bogens, zu welchen man, wenn es nöthig ſeyn ſollte, noch ein paar, z. E. L und Z, für $\lambda = 5$, ſuchen könnte, um ver-

mittelſt des Werkzeugs (Fig. XII.) den Bogen ziehen zu können. Für das Werkzeug (Fig. X.) würden ſchon die drey U, M, V, hinlänglich ſeyn.

Verführe man eben ſo z. E. für den Bogen durch Q, für welchen r = PQ = 525 M. wäre, ſo fände ſich für $\lambda = 10$

$$y = 525 . 0{,}1422930 = 74{,}70 \text{ M.}$$
$$x = 525 . 0{,}0101755 = 5{,}34 \text{ ,,}$$

und man könnte demnach auch den Bogen durch Q beſchreiben.

V. Wenn man nun, wegen $\lambda = 10$, jeden Bogen, wie MU, MV, in 10 gleiche Theile theilte, und auf eine ähnliche Art auch mit dem durch Q beſchriebenen Bogen verführe, ſo würde man die einzelnen Parallelgrade erhalten, durch welche man alsdann die Meridiane ziehen könnte. Die zwiſchen Q und M fallenden Parallelkreiſe würden ſich hierauf nach dem Verfahren (III.) zeichnen laſſen.

VI. Die Anwendung der übrigen (§. 18. X.) gegebenen Vorſchriften, Kreisbogen zu ziehen, übergehe ich hier. Insbeſondere würde auch das Verfahren (§. 18. X. 28. ꝛc.) vortheilhaft angewandt werden können.

VII. Iſt der Bogen von U bis V gezogen, ſo kan man ihn leicht, wenn es nöthig iſt, noch über U und V hinaus verlängern, man dürfte nur dem Inſtrumente (Fig. XII.) die Krümmung laſſen, die es nach den Punkten U, L, M, Z, V (Fig. XXV.) erhalten hätte, und einen Theil deſſelben über U hinaus reichen laſſen, indem der andere an dem Bogen liegen bliebe. Beym Gebrauche des Inſtruments (Fig. X.) verführe man nach (§. 28. X. 17.).

VIII. Um ein paar Bögen paralleler Kreiſe, wie Qg, MU, welche zwiſchen zwey Meridianen QM, Ug enthalten ſind, noch weiter über U und g hinaus zu verlängern, kan auch folgendes Verfahren dienlich ſeyn. Man ziehe einen beliebigen Meridian, z. E. RL, ſo iſt nach der bisherigen Entwerfungsart erſtlich RL = gU. Man gedenke ſich von U nach L die Sehne gezogen, ſo bekommt man das Dreyeck RUL, dieſes beſchreibe man über gU = RL, ſo daß Un = LU und gn = RU werde, ſo iſt auch der Punkt n in dem Bogen MLU, und man kan auf eine ähnliche Art mehrere ſolche Punkte über U hinaus beſtimmen, und durch Hülfe ihrer den Bogen MU ſelbſt verlängern. Eben ſo mache man das Dreyeck ngt = URg, ſo daß gt = Rg und nt = Ug werde, ſo iſt

auch

auch der Punkt t in der Verlänger
Bogens Qg.

IX. Man könnte auch auf der
dianen LR, Ug, ſonſt ein paar gleich
LK, UI, nehmen, und das Dreyeck
KLU machen, ſo würde man ebenfalls
Verlängerung des Bogens MU erhal

Zuweilen iſt es hinreichend genau,
die beſtimmten Punkte eines Bogens,
nen Zug aus freyer Hand zu führen, u
dies geſchickt zu bewerkſtelligen weiß,
nach einiger Uebung nicht ſchwer iſt, k
die obigen Inſtrumente entbehren. Lie
beſtimmten Punkte eines Bogens nah
ſammen, oder hat der Bogen wenig
mung, ſo braucht man ſie oft nur du
rade Linien zuſammen zu hängen.

X. Man wird aus (IV. V.) zugl
hen, wie man die einzeln Grade eine
gens MU richtig erhalten kan, ohne da
ſie einzeln aufzutragen nöthig hat. M
ſtimmt nemlich den Bogen MU, welc
gleich einer ganzen Anzahl λ von Grad
gehört, durch Hülfe der berechneten MF
und FU = y, oder man nimmt noch
die Sehne MU = $2r.\sin\frac{1}{2}\lambda\omega$, und
hierauf den Bogen MU in λ gleiche T

als durch das Nebeneinanderſetzen derſelben, wodurch die kleinen Fehler ſich vervielfältigen. Dies iſt die oben (§. 27. 7.) verſprochene Erläuterung.

XI. Uebrigens iſt aus dem bisherigen klar, daß die Theile, welche auf den Bögen MU, Qg, NT ꝛc. Grade der Länge bedeuten, nicht für wahre Grade, in Beziehung auf den Mittelpunkt P dieſer Bögen, zu nehmen ſind, ſondern nur den Nahmen der Grade bekommen haben, in ſo fern ſie die Grade auf den Parallelkreiſen der Kugel ausdrücken, oder ſich wie dieſe verhalten. So iſt z. E. der Winkel RPQ, welcher dem Längengrade QR entſpricht, nach den obigen Datis nur = 49′. 5″.

Ich wende mich nun zu einer Entwerfungsart, welche der bisherigen ſehr ähnlich iſt, ja faſt mit derſelben auf eins hinausläuft, nemlich ein Stück einer Kugelfläche, das zwiſchen zwey Parallelkreiſen enthalten iſt, als ein Stück einer Kegelfläche zu betrachten, und ſolches auf dem Papiere, als einer ebenen Fläche, auszubreiten, kurz, zu derjenigen Entwerfungsart, von welcher wir bereits oben (§. 5. III.) einen allgemeinen Begriff gegeben haben.

§. 34.

§. 34.

Aufgabe. Ein Netz nach der (oben §. 5. III.) erwähnten Entwerfungsart zu zeichnen.

Aufl. I. Es ſey (Fig. XXVII.) APQ die halbe Erdkugel, P einer der beyden Pole, hier z. E. der Nordpol, und ACQ der Aequator. Ein Stück der Erdfläche liege zwiſchen den beyden Parallelkreiſen durch b und c, welche ſo nahe neben einander ſeyen, daß man, ohne merklichen Fehler, den Bogen bc des Meridians PQ, zwiſchen beyden Parallelen, für eine gerade Linie nehmen darf. Man ſoll die Zone bc$\beta\gamma$ in eine ebene Fläche ausbreiten, und eines jeden Orts, innerhalb dieſer Zone, ſeine Lage auf dem Papiere durch ſeine geographiſche Länge und Breite beſtimmen.

II. Man halbire den Bogen bc in m, und gedenke ſich in der Ebene des Mittagskreiſes PmQ, an m eine Tangente gezogen, welche verlängert bey p in die Erdaxe QP einſchneide; mk ſey auf QP ſenkrecht.

III. Man laſſe das rechtwinklichte Dreyeck pkm ſich um pk, als eine Axe, drehen, ſo wird die Tangente pm, die krumme Seitenfläche eines Kegels beſchreiben, der die

Kugel

Kugel rings in einem Parallelkreiſe durch m, berühren würde. Weil ich nun den Bogen bc nicht ſehr groß, höchſtens 10 bis 15 Grad annehme, ſo kan man ihn ohne beträchtlichen Fehler, als eine gerade Linie, als ein Stück der Tangente pc anſehen. Wie viel der Fehler betragen könnte, werde ich hernach zeigen.

IV. Es laſſen ſich demnach die Parallelkreiſe bβ, mμ, cγ, betrachten, als lägen ſie auf der Kegelfläche ſelbſt, und die Zonen, wie bm$\beta\mu$, bβcγ, als wären ſie Stücken dieſer Kegelfläche, die man ſich nunmehr, auf die gewöhnliche Art, in eine Ebene ausgebreitet vorſtelle.

Die Geometrie lehret, daß ſich alsdann die Kegelfläche in einen Kreisausſchnitt verwandelt, in welchem die Parallelkreiſe, wie bβ, mμ, cγ, als Kreisbögen von den Halbmeſſern pb, pm, pc erſcheinen, und daß der Winkel des Kreisausſchnitts, welcher die abgewickelte, oder in eine Ebene ausgebreitete Kegelfläche zwiſchen ſich faßt, aus dem Umfange eines ſolchen Parallels, wie mμ, und ſeinem Abſtande pm von der Spitze des Kegels, beſtimmt werden könne.

V. Ich ſuche nun erſtlich die Halbmeſſer pm, pb, pc, mit denen man aus dem Mittelpunkte dieſes Kreisausſchnitts (IV.) die Bögen der

der Parallelkreiſe beſchreiben müßte, zwiſchen denen alsdann auf dem Papiere die von der Kegelfläche abgewickelten Zonen enthalten ſeyn würden, und innerhalb deren man dasjenige zeichnen könnte, was ſich zwiſchen ihnen auf der Kugelfläche befände.

VI. Es ſey demnach des Parallels $b\beta$ geographiſche Breite $= \alpha$, und die des Parallels $c\gamma = \beta$, dergeſtalt, daß der Bogen bc in Graden $= \alpha - \beta$, und folglich in Meilen $= (\alpha - \beta) . 15$ ſey, ſo iſt des mittlern Parallels $m\mu$ geographiſche Breite $= \frac{1}{2} (\alpha + \beta)$. Gedenkt man ſich nun nach dem Berührungspunkte m, den Halbmeſſer der Erde Gm $=$ r, gezogen, ſo hat man in dem rechtwinklichten Dreyecke Gmp, in welchem der Winkel pGm $= 90^\circ - \frac{1}{2} (\alpha + \beta)$

$$pm = r \cot \tfrac{1}{2} (\alpha + \beta)$$

wo ich denn den Halbmeſſer der Erde r durch Meilen ausgedrückt, verſtehe.

VII. Da die Länge eines Meridiangrades in geographiſchen Meilen $= 15$ iſt, ſo iſt der Umfang der Erde $= 15 . 360 = 5400$ M. alſo der Durchmeſſer der Erde in Meilen $= \frac{360 . 15}{\pi}$, wenn π die bey der Kreis-rechnung vorkommende Ludolphiſche Zahl 3,141592 . . . bedeu-

bedeutet. Alſo der Halbmeſſer $= \frac{180 \cdot 15}{\pi}$

$= 180 . 15 . \frac{1}{\pi} = 180 . 15 . 0{,}3183 \ldots$ (Käſtn. Geom. 44 S. 5 Z.), welches wegen $180 . 0{,}3183 \ldots = 57{,}2957$, ſich in $15 . 57{,}2957$ verwandelt, das will ſagen, der Halbmeſſer der Erde beträgt, der Länge nach, ſo viel als 57,2957 Meridiangrade, jeden zu 15 Meilen gerechnet. Dies giebt $r = 859{,}4366$ Meilen. Der Logarithmus dieſer Zahl, welcher in der Folge öfter vorkommen wird, iſt $= \log 180 + \log 15 - \log \pi = 2{,}9342139$. Auch iſt insbeſondere $\log 57{,}2957 \ldots = \log 180 - \log \pi = 1{,}7581226$.

VIII. Demnach $pm = 859{,}4366 . \cot \frac{1}{2}(\alpha + \beta)$ Meilen. Da nun ferner der Bogen $bm = \alpha - \frac{1}{2}(\alpha + \beta) = \frac{1}{2}(\alpha - \beta) = mc$, alſo in Meilen $bm = \frac{1}{2}(\alpha - \beta) . 15 = mc$, ſo iſt, wenn man pm in Meilen der Kürze halber R heißt,

$$pb = R - \tfrac{1}{2}(\alpha - \beta) . 15 \text{ Meilen}$$
$$pc = R + \tfrac{1}{2}(\alpha - \beta) . 15 \text{ Meilen.}$$

IX. Hieraus ergiebt ſich nun leicht die Conſtruction eines Netzes auf dem Papiere, welches entweder die ganze Zone $b\beta c\gamma$, in eine ebene Fläche ausgebreitet, oder nur ein

Stück derſelben zwiſchen zwey Meridianen, z. E. abcd, abbildet. Ich will ſetzen, die beyden äuſſerſten Meridiane ad, bc, dieſes Stücks der Zone, ſollten um 2 λ Grade der Länge, alſo ad von dem mittelſten Meridiane fe des Vierecks abcd um λ Grade der Länge verſchieden ſeyn.

X. Man ziehe Fig. XXV. (welche auch zu gegenwärtiger Abſicht gebraucht werden kan) auf dem Papiere eine gerade Linie MN, welche den mittelſten Meridian fe des Vierecks abcd (IX.) vorſtelle. (Die Meridianbögen, wie fe, bc, ad (Fig. XXVII.), werden nemlich, als Stücken von Tangenten betrachtet, bey der Ausbreitung der oben erwähnten Kegelfläche in eine Ebene, ſämtlich als gerade nach p zu convergirende Linien gezeichnet, ſo lange ad, bc nicht zu groß ſind.) Man trage von M nach Q ſo viel gleiche Theile, als Meridiangrade zwiſchen den äuſſerſten Parallelen des zu verzeichnenden Netzes enthalten ſind, und nehme dieſe Theile ſo groß, als es das Papier verſtattet, oder ſonſt das Netz gezeichnet werden ſoll, und theile einen dieſer Grade wieder in 15 gleiche Theile, um die geographiſchen Meilen zu erhalten.

XI. Man halbire MQ in W, ſo ſtellt W denjenigen Punkt vor, durch welchen der mittlere Parallelkreis des Netzes mit einem

Halb-

Halbmeſſer WP = mp (VIII.) = R gezogen werden muß, wenn derſelbe den Kreisbogen abbilden ſoll, in welchen ſich der Parallel durch m (IV) gekrümmt haben würde, indem man die oberwähnte Kegelfläche in eine Ebene ausbreitete.

Sind alſo der Punkte Q und M (oder b und c, Fig. XXVII.) geographiſche Breiten α und β, ſo trage man auf die Verlängerung von MQ (in welchem Falle man denn an das Reisbrett das Werkzeug (Fig. VIII.) anſchieben müßte) von W nach P, ſo viel Meilen von dem Meilenmaasſtabe (X.), als die Formel für pm (VIII.) nach der Berechnung ergiebt, ſo iſt P das Centrum, aus welchem man denn durch Q, W, M, und ſo durch die übrigen Theilpunkte auf MQ, die Parallelkreiſe (IV.) ziehen muß.

XII. Sollen nun z. E. auf dem mittlern Parallelkreiſe II. W. II, die Theile, welche Grade bedeuten, ihr richtiges Verhältnis gegen die Meridiangrade erhalten, ſo müſſen ſie in Meilen = $15 . \cos\frac{1}{2}(\alpha+\beta)$ genommen werden, oder man muß ihren Werth für die geographiſche Breite des Punktes W, aus der Tafel (§. 12.) ſuchen, und dergleichen ſo viele aus W in K, I, II ꝛc. tragen, als der Unterſchied der äuſſerſten Meridiane des Netzes von dem mittelſten MQ, Grade betragen ſoll.

 Dann

Dann kan man aus P, durch K, I, …
rade Linien, oder die übrigen Meridian…
und das Netz vollenden, in welch…
jeder Ort, nach Maasgabe ſeiner g…
ſchen Länge und Breite, wie bey de…
gehenden Entwerfungsart gezeigt word…
getragen werden kan.

XIII. Ex. Geſetzt, man ſolle …
zwiſchen dem 50ten = β, und 60te…
der Breite = α zeichnen, ſo wäre d…
lere Breite = $55^\circ = \frac{1}{2}(\alpha+\beta)$, …
Halbmeſſer PW für den durch W g…
nenden mittlern Parallel WII wäre in…
$= 859{,}4336 \cdot \cot 55^\circ = R$

$$\log 859{,}4336 = 2{,}9342139$$
$$l \cot 55^\circ = 9{,}8452268 -$$

$$\text{Alſo } \log R = 2{,}7794407$$
$$\text{Und } R = 601{,}8 \text{ Meile…}$$

Dieſe Weite würde man von W bis…
gen, und dann aus P, durch die…
Grade der Breite auf MQ, die Para…
ziehen.

Für die Grade der Länge auf dem…
ſten Parallel durch W, hätte man den…
8,604 Meilen, nach der Tafel (§. 12…

§. 35.

Anmerkungen.

I. Dieſe Entwerfungsart iſt eine der häufigſten, nach denen gegenwärtig Landcharten gezeichnet werden. Meines Vaters *Mappa Germaniae critica* iſt auch nach ihr entworfen, und Hr. *de la Lande* (jetzt *Jerome le François*) erwähnt im 3882ten §. ſeiner *Aſtronomie* (Paris 1771.), daß bey verſchiedenen Charten von Senex, Buache, Robert v. Vaugondy, Bonne, ꝛc. dieſe Entwerfungsart gebraucht worden ſey. Die Vortheile davon ſind dieſelben, welche bey der vorhergehenden (§. 31 u. 32.) erwähnt worden. Die Zeichnung iſt leicht und bedarf keiner weitläuftigen Rechnung. Einzelne Provinzen, welche ſich nicht viel über 10 Grad in der Länge und Breite erſtrecken, weichen auf einem Netze dieſer Art nicht viel von ihrer wahren Geſtalt auf der Kugel ab, und die Diſtanzen der Oerter können innerhalb eines ſolchen Raumes durchaus ohne merklichen Fehler nach einem geradlinigten Meilenmaasſtabe gemeſſen werden.

II. Wollte man eine ganze Zone um die Erde, auf dieſe Art entwerfen, ſo würden freylich die Diſtanzen zweyer weit von einander entlegenen Oerter auf dieſer Zone, nicht

mehr denen auf der Kugel entſprechen, und überhaupt würde das Ganze, in Abſicht auf ſeine Figur, merklich von dem Originale abweichen, wie es überhaupt bey einer jeden Entwerfungsart nicht anders ſeyn kan. Indeſſen hat die gegenwärtige doch den Vortheil, daß einzelne Stücke einer ſolchen Zone, zwiſchen ein paar Meridianen, die nicht über 10 bis 15 Grad von einander abſtehen, beynahe mit ihrer wahren Geſtalt auf der Kugel übereinkommen.

III. Blos auf dem mittelſten Parallel durch W, wurden bey dieſer Entwerfungsart die Grade WK ꝛc. in ihrem wahren Verhältniſſe genommen, und die auf den andern Parallelen, z. E. QR, LM, ergaben ſich durch Zeichnung. In wie weit dieſer ihre Werthe von den wahren abweichen, würde ſich ſo ergeben. Es iſt (Fig. XXV.)

$$KW : PW = RQ : PQ \quad \text{und}$$
$$KW : PW = LM : PM \quad \text{alſo}$$

nach den obigen Datis wegen KW = 8,604 M.; PW = R = 601,8 (XIII.) und PQ PW — WQ = 601,8 — 5 . 15 = 526,8 Meil. und PM = 601,8 + 5 . 15 = 676,8 M.

$$RQ = \frac{8{,}604 \cdot 526{,}8}{601{,}8}\ \text{M.}$$

$$LM = \frac{8{,}604 \cdot 676{,}8}{601{,}8}\ \text{M.}$$

oder

oder nach gehöriger Rechnung RQ = 7,532 M. und LM = 9,677 M. Aber die wahren Werthe der Grade RQ und LM, unter dem 60ten und 50ten Grad der Breite, ſind nach obiger Tafel (§. 12.) RQ = 7,5 und LM = 9,642; Alſo beträgt der Fehler von RQ; 0,032 Meilen, und der von LM; 0,035 M., welches auf dem Papiere immer eine unerhebliche Größe iſt, weil die Meilen ſelten ſo groß auf dem Papiere ſind, daß einige Hunderttheilchen derſelben nicht für einen Punkt gehalten werden dürften.

Geſetzt, ein Grad auf dem Papiere, alſo 15 Meilen, hätten die Länge von 4 Zollen, ſo betrüge jener Fehler von 0,032 Meilen, ohngefähr 0,008 eines Zolles, welches auf dem Papiere ein unſichtbarer Punkt iſt.

IV. Man begreift, daß die gegenwärtige Entwerfungsart, von welcher auch Hr. Hofr. Käſtner in ſeinen geometriſchen Abhandlungen bey Gelegenheit der Pyramiden-netze geredet hat, beynahe mit der im vorhergehenden (§. 32.) einerley iſt. Der Unterſchied beſteht blos darinn, daß dorten die Halbmeſſer, wie PQ, PW, PM, mit welchen man die Parallelkreiſe beſchrieb, aus denjenigen geographiſchen Breiten gefunden wurden, für welche man die Grade auf den Parallelen in ihrem wahren Verhält-

niſſe zu denen des Meridians annahm, hier hingegen wird der Halbmeſſer, wie PW (woraus ſich denn auch die übrigen ergeben), mithin der Mittelpunkt P der zu beſchreibenden Kreiſe, aus derjenigen geograph. Breite gefunden, unter welcher man ſich die Seitenfläche des oberwähnten Kegels, die Oberfläche der Kugel berührend, gedenkt, kurz aus der geographiſchen Breite des mittlern Parallels. Die Halbmeſſer, die man ſolchergeſtalt für die zu beſchreibenden Bögen nach beyden Entwerfungsarten findet, weichen nicht viel von einander ab. So fand ſich z. E. oben (§. 31. VI.) PQ = 525,2 Meilen, hier aber PQ = 526,8 (III.), alſo beynahe einander gleich, welches zeigt, daß beyde Entwerfungsarten beynahe mit einander übereinſtimmen, wenn man bey der gegenwärtigen die geogr. Breite zum Grunde legt, welche dem arithmetiſchen Mittel zwiſchen denjenigen Breiten gleich iſt, für welche man bey der Entwerfungsart (§. 31.) die Grade auf den Parallelen in ihrem richtigen Verhältniſſe genommen hatte. Es iſt alſo die de l'Jliſche Entwerfungsart im Grunde auch eine Abwickelung der Kegelfläche.

V. Der Winkel KPW = ω, welcher bey der gegenwärtigen Entwerfungsart einem ſogenannten (§. 33. XI.) Grade WK, an dem Punkte P, entſpricht, findet ſich ſo.

Weil

Weil man den Bogen WK ohne merklichen Fehler für ſeine Tangente nehmen kan, ſo hat man für den Sinus totus 1, tang $\omega = \frac{KW}{PW}$; oder weil ω klein iſt, und in Decimaltheilen des Sinus totus ohne merklichen Fehler ſtatt tang ω geſetzt werden kan $\frac{\omega}{206264}$, wenn ω in Secunden gegeben wäre (Trig. S. IV. VII.), oder auch $\frac{\omega \cdot 3600}{206264}$, das heißt $\frac{\omega}{57{,}2957}$, wenn ω in Graden gegeben wäre, ſo hat man in Gradtheilchen

$$\omega = 57{,}2957 \cdot \frac{KW}{PW}$$

Aber $KW = 15 \cdot \cos \frac{1}{2} (\alpha + \beta)$ (§. 34. XII.) und R oder

$$PW = 15 \cdot 57{,}2957 \cdot \cot \frac{1}{2} (\alpha + \beta)$$
(§. 34. VII. VIII. XI.)

Alſo hat man wegen $\frac{\cos \frac{1}{2} (\alpha+\beta)}{\cot \frac{1}{2} (\alpha+\beta)} = \sin \frac{1}{2} (\alpha+\beta)$

$$\omega = \sin \frac{1}{2} (\alpha + \beta).$$

D. h. Wenn WK einem Grade auf dem Parallelkreiſe durch W entſpricht, ſo gehört dieſem

ſem WK, an dem Punkte P, ein Winkel zu, welcher ſo viel Gradtheilchen enthält, als dem Sinus des arithmetiſchen Mittels derjenigen geographiſchen Breiten, zwiſchen denen W in der Mitte liegt, Decimaltheile des Sinus totus 1 zukommen.

Z. E. oben war W in der Mitte zwiſchen dem 50ten und 60ten Grad der Breite angenommen worden, alſo $\frac{1}{2}(\alpha+\beta) = 55^\circ$. Nun iſt ſin 55° für den Halbmeſſer 1, = 0,8191521. Alſo ſo viel Decimaltheile eines Grades wird der Winkel ω groß ſeyn. D. h. es iſt $\omega = 0{,}8191521$ Grad
$= 49'.\ 9''$.

VI. In der vorhergehenden Entwerfungsart fand ſich (§. 32. II.) $\omega = 49'.\ 5''$, welches alſo wieder von dem gegenwärtigen um eine unerhebliche Kleinigkeit verſchieden iſt, und dasjenige beſtätigt, was wir vorhin (IV.) behauptet haben.

VII. Oben war vorausgeſetzt worden, daß der Bogen mb des Meridians PmQ (Fig. XXVII.) ohne merklichen Irrthum für die Tangente deſſelben, oder für des Kegels Seitenlinie von m nach b, genommen werden könne. Wie viel der Fehler z. E. für mb = 10° betrage, läßt ſich ſo beurtheilen; Da 1 Grad auf dem Umfange eines Kreiſes

0,01745329

0,01745329 Theilchen des Halbmeſſers beträgt (§. 30. V), ſo ſind 10° = 0,1745329 Theilchen des Halbmeſſers; aber die Tangente von 10° iſt = 0,1763270 ſolcher Theilchen; Alſo der Unterſchied des Bogens und der Tangente = 0,0017941 Theilchen des Halbmeſſers. Setzt man alſo den Halbmeſſer der Erde nach einer runden Zahl = 860 geogr. Meilen, ſo beträgt jener Unterſchied

860 . 0,0017941, d. h. ohngefähr 1,54 Meil.

Dies zeigt, was die erwähnte Vorausſetzung für eine Unrichtigkeit nach ſich ziehen würde, wenn derſelben nicht dadurch begegnet worden wäre, daß man in (§. 34. X.) die Grade auf den Meridianen der Charte genau von der Größe, wie auf der Kugel, nemlich jeden Grad auf dem Meridiane, wie MN (Fig. XXV.), genau = 15 Meilen nahm. Alſo ſind bey dieſer Entwerfungsart eigentlich die Meridiangrade vollkommen richtig, und nur die Parallelgrade werden dagegen etwas fehlerhaft. Man muß ſich bey dieſer Entwerfungsart gleichſam vorſtellen, auf die Seitenlinie pc des Kegels (Fig. XXVII.) würde von m nach b der wahre Werth des Bogens mb getragen, und nun durch den Punkt b dieſer Seitenlinie ein Kreis um die Kegelfläche gelegt, gleichlaufend mit dem, welcher durch den Berührungspunkt m um die

Kugel

Kugel geführt iſt. So wird jeder Parallelkreis des Kegels (den einzigen durch m ausgenommen) um etwas von dem zugehörigen auf der Kugel verſchieden ſeyn, und nur auf dieſen Unterſchied fällt die Unrichtigkeit der Charte. Man ſieht aber leicht, daß, wenn der Bogen cb nicht über 10 Grade faßt, die Parallelkreiſe auf des Kegels Oberfläche ohne merklichen Irrthum für die auf der Kugel ſelbſt gehalten werden können, ſo wie denn auch eine Zone, wie mb$\mu\beta$ auf der Kegelfläche, von der entſprechenden auf der Kugel nicht merklich verſchieden ſeyn wird.

VIII. Da, wie in der vorhergehenden Aufgabe, die Halbmeſſer PW, PQ, PM (Fig. XXV.) für die zu beſchreibenden Parallelkreiſe, ſehr groß werden können, ſo muß man in ſolchem Falle wieder die Werkzeuge (§. 18. VI. ꝛc.) zu Hülfe nehmen, und Punkte der zu beſchreibenden Bögen, wie (§. 33.), durch Rechnung beſtimmen, wobey man denn völlig wie a. a. O. verfahren kan, nur daß man jetzt den Winkel ω, und die Halbmeſſer, wie PQ, PW, PM, aus (III. und V.) nimmt.

IX. Wenn man von m nach n (Fig. XXVII.) einen beträchtlich großen Bogen des Meridians PmQ nähme, und deſſen Länge auf des Kegels Seitenlinie, von m nach n′

trüge,

trüge (VII.), ſo würde dann freylich der Parallelkreis durch n′, auf der Oberfläche des Kegels, ſehr viel von dem entſprechenden nν auf der Kugel, verſchieden ſeyn, und es würde daher nicht mehr verſtattet ſeyn, die Zonen mnμν, mn′μr einander gleich zu ſetzen, wie (VII). Die Entwerfungsart (§. 34.) würde demnach, bey ſo breiten Zonen, auch merklich in den Diſtanzen der Oerter fehlerhaft werden, und wenn man (Fig. XXV) aus P mit einem Halbmeſſer PN = pn′ (Fig. XXVII.) einen Bogen beſchriebe, um den Parallelkreis nν abzubilden, ſo würden die durch Zeichnung ſich ergebenden Grade dieſes Bogens, wie NS, ſehr von ihrem wahren Verhältniſſe auf der Kugel abweichen, indem dieſe Grade NS, eigentlich den Graden des Parallelkreiſes n′r, auf der Oberfläche des Kegels, zugehören würden. Es hat daher Hr. *Bonne*, ein berühmter franzöſiſcher Geograph, eine Entwerfungsart angegeben, bey welcher die Parallelkreiſe der Charte zwar alle nach der vorhergehenden Vorſchrift, nemlich mit den Halbmeſſern pn′, pb, pm, pc ꝛc. beſchrieben, die Grade auf ihnen aber überall in ihrem wahren Verhältniſſe genommen werden. Dies giebt den Vortheil, daß, ohngeachtet Hr. Bonne auf dieſe Art, Netze für beträchtlich große Stücke der Erdfläche entwirft, ſich doch noch immer, ohne gar zu großen Fehler, geradlinigte Meilenmaasſtäbe zu Meſ-

ſung

ſung der Diſtanzen anwenden laſſe
Meridiane werden aber alsdann gewi
me Linien bilden, wie aus nachfolgen
gabe mit mehrerem erhellen wird.

§. 36.

**Aufgabe. Ein Netz na
eben erwähnten Entwerfu
des Hrn. Bonne zu zeichnen**
XXVIII.).

Aufl. I. Durch die Mitte des
werfenden Netzes ziehe man einen g
ten Meridian MN, und trage gl
Theile auf denſelben, von M nach a,
um die einzeln Meridiangrade abzubilden
ſich ein ſolches Netz auf einen ſehr
Theil der Erdfläche erſtrecken, z.
10ten Grad der Breite $= \beta$ bis zu
$= \alpha$, ſo trägt man nicht die einzelne
auf, ſondern nimmt z. E. Ma, ab
allemahl 5 oder 10 Graden gleich.
ſetzen, jeder der Theile Ma, ab u. ſ.
deute hier 10 Meridiangrade, alſo
oder 150 Meilen, ſo würde ſich denn
zugleich der Meilenmaasſtab ergeben.

II. Nach ſolchen Vielfachen von
man die Theile auf dem Meridiane MN
läßt man auch die Theile auf den
zu ziehenden Parallelkreiſen fortgehen

man trägt alsdann, auch auf die Parallelkreiſe, nicht die einzelnen Grade auf, ſondern ihrer allemahl 10, und führt die Meridiane hindurch.

III. Man berechne nun den Halbmeſſer desjenigen Parallels, welcher dem arithmetiſchen Mittel zwiſchen den äuſſerſten geographiſchen Breiten (I.) des Netzes entſpricht, nach der Formel (§. 34. VIII.), alſo hier den Halbmeſſer für den durch den Punkt c, als dem 40ten Grad der Breite, zu ziehenden Parallel, ſo iſt, nach der erwähnten Formel, dieſer Halbmeſſer $= 859{,}43 \cdot \cot 40^\circ$. Alſo

$$\begin{aligned} \log 859{,}43 &= 2{,}9342139 \\ \log \cot 40^\circ &= 10{,}0761865 - 10 \\ \hline \log R &= 3{,}0104004 \\ \text{Und } R &= 1024{,}2 \text{ Meilen.} \end{aligned}$$

IV. Man verlängere MN, und nehme von c, hier dem 40ten Grad der Breite, den Abſtand $cP = 1024{,}2$ Meilen. Weil jeder Theil, wie Ma, ab; ꝛc., 150 Meilen vorſtellt (I.), und $\frac{1024{,}2}{150} = 6{,}83$; ſo faßt man ſolcher Theile, wie Ma, hier 6,83 mit dem Stangenzirkel, und trägt ſie aus c in P (oder man macht auch $fP = 3{,}83$ ſolcher Theile, wie Ma), ſo hat man den Punkt P, aus

aus welchem man mit den Halbmeſ
Pe, Pd, Pc ꝛc. die Parallelkreiſe beſc

V. Weil nun hier die Theile
Parallelkreiſen auch von 10 zu 10
wie die auf dem Meridiane MN,
ſollen (II), ſo ſuche man für die geogr
Breiten der Punkte M, a, b, c,
ſ. w. die Werthe der Parallelgrade
Tafel (§. 12.), multiplicire jeden
und trage je 10 ſolcher Parallelgrade
zugehörigen Bögen, aus M in 1, 2
aus a in 1, 2, 3 ꝛc. u. ſ. w. re
links des mittlern Meridians MN,
einige die gleichnahmigten Punkte auf
rallelen, z. E. 1, 1, 1 ꝛc. 2, 2, 2
einen zuſammenhängenden Zug (wozu
auch des Werkzeugs (Fig. XII.)
könnte, wenn man es vermittelſt der S
m, m, nach den Punkten 1, 1, 1; 2
ꝛc. ſtellte), ſo erhält man die Merid
Netzes, welche aber, weil hier übe
Theile auf den Parallelen in ihrem
Verhältniſſe genommen worden ſind,
radlinigt ausfallen können, ſondern
krumme Linien bilden, deren Natu
wenn es nöthig wäre, durch eine G
ausdrücken könnte.

VI. Ex. Wenn M unter dem
folglich a, b, c ꝛc. unter dem 20ten

40ten ꝛc. Grad der Breite liegen, ſo iſt bey M ein Grad des Parallels = 14,772 Meilen, alſo 10 Grade = 147,72 M. Eben ſo finden ſich der Ordnung nach,

10 Grade auf d. Parallel durch a = 140,96 M.
„ „ „ „ b = 129,90
„ „ „ „ c = 114,91
„ „ „ „ d = 96,42
„ „ „ „ e = 75,00
„ „ „ „ f = 51,30

Dieſe Werthe trage man, wie gezeigt worden, auf die Parallelkreiſe durch M, a, b, c ꝛc., ſo ergeben ſich die krummlinigten Meridiane 1, 1, 1, 1; 2, 2, 2, 2; ꝛc., welche denn mit den Parallelen das verlangte Netz bilden werden, welches man, wie gewöhnlich, mit einem rechtwinklichten Parallellogram umſchließt, längſt deſſen Seiten die Grade der Längen und Breiten bemerkt werden können.

VII. Einen Ort y in dies Netz einzutragen, ſo ſuche man das Viereck deſſelben, in welches der Ort, nach Maasgabe ſeiner geographiſchen Länge und Breite fallen würde, theile die Seiten dieſes Vierecks in die einzeln 10 Grade, und wenn es angeht, noch in kleinere Theile, und verfahre mit dem Eintragen des Orts, ohngefähr wie man verfahren würde, wenn die Seiten dieſes Vierecks geradlinigt wären, wofür man ſie, ihrer ge-

ringen Krümmung wegen, annehme
Man ſucht auf den gegeneinander übe
den Parallelen dieſes Viereckes,
Punkte i, h, welche der Länge des
ſprechen, und zieht den Meridian
ben, als eine gerade Linie, oder kri
etwas, nach Maasgabe der benachbar
ridiane dieſes Vierecks. Eben ſo er
der Parallel des Orts, indem ma
ein paar Punkte g, k, auf den M
des Vierecks, welche der Breite d
entſprechen, eine gerade Linie, oder ei
gen gk, ohngefähr von der Krümmu
er nach dem Augenmaaße haben müßte
Wo ih, gk einander durchſchneiden
da iſt die Stelle des einzutragenden O

VIII. 1. Das Verfahren (VI
begreiflich zum voraus, daß auf den
len durch M, a, b, c ꝛc., die Boge
M1, a1, b1 ꝛc., ihren Sehnen glei
Denn wenn man z. E. für den Parall
M, den Werth von 10 Parallelgra
147,72 Meilen, mit einem Zirkel faß
aus M, in 1, 2, 3 ꝛc. trägt, ſo ma
eigentlich die Sehnen dieſer Bögen, un
die Bögen ſelbſt, von dieſer Größe,
31. V.). Ohngeachtet nun der Fe
jede einzelne 10 Grade nicht erhebli
mag, ſo wird man doch genauer
gende Art verfahren.

2. Man nenne den Halbmeſſer PM, des Parallels durch M = ϱ. Er läßt ſich leicht aus dem Halbmeſſer Pc = R (III.) und dem Meridianbogen Mc (der hier = 3.150 Meilen ſeyn würde) berechnen. Soll nun der Bogen Mm des Parallels, bis an den äuſſerſten Meridian, ſeine richtige Größe erhalten, ſo ſetze man den Werth eines Grades der Länge auf Mm = η Meilen, und den zugehörigen Winkel an dem Punkte P = ω; ſo iſt erſtlich, wie (§. 35. V.)

$$\omega = 57{,}2957 \cdot \frac{\eta}{\varrho}$$

3. Wenn nun der Bogen Mm, λ Grade der Länge betragen ſollte, ſo hat man den zugehörigen Winkel am Punkte P, oder

$$mPM = \lambda \cdot \omega = \frac{57{,}2957 \cdot \lambda \cdot \eta}{\varrho} \text{ Grade} = \varphi$$

Daraus findet ſich die Sehne dieſes Bogens $= 2\varrho \cdot \sin \frac{1}{2}\varphi$

4. Dieſe trage man aus M in m, ſo bekommt der ganze Bogen Mm ſeine richtige Größe, und man kan ihn nun in einzelne Grade abtheilen, und von 10 zu 10 derſelben, die Meridiane durchführen, nachdem man nemlich für die übrigen Parallelen, durch a, b, ꝛc. auf eine ähnliche Art verfahren hat.

Ex. 5. Wenn M unter dem 10ten, N aber unter dem 70ten Grad der Breite liegen, ſo iſt bey c unter dem 40ten Grad der Br. der Halbmeſſer Pc = R = 1024,2 M. (III.), und folglich wegen Mc = 30° = 30 . 15 = 450 M., der Halbmeſſer PM = 1474,2 M. = ϱ. Ferner unter dem 10ten Gr. der Breite, ein Grad des Parallels, alſo η = 14,772; ſollte nun λ = 50 ſeyn, mithin $\lambda . \eta$ = 738,6 M., ſo iſt

$$\log \lambda . \eta = 2{,}8684093$$
$$l\ 57{,}29 \ldots = 1{,}7581226 \quad (\S. 34. \text{VII.})$$
$$4{,}6265319$$
$$\log \varrho = 3{,}1685564$$
$$\log \varphi = 1{,}4579755$$
$$\varphi = 28{,}707 \text{ Grad}$$
$$\text{Alſo } \tfrac{1}{2}\varphi = 14{,}3535 = 14°.21'.13''$$
$$\log \sin \tfrac{1}{2}\varphi = 9{,}3943521 - 10$$
$$\log 2\varrho = 3{,}4695864$$
$$\log \text{Sehne } \varphi = 2{,}8639385$$
$$\text{Alſo Sehne } \varphi = 731 \text{ Meilen.}$$

Man faſſe alſo von dem Meilenmaasſtabe 731 Meilen ab, und trage ſie auf den Parallel durch M, als Sehne aus M in m, ſo iſt der Bogen Mm genau 50 Graden der Länge, unter dem 10ten Grad der Breite, gleich,

gleich, und man darf ihn alſo nur in 5 gleiche Theile theilen, um jede 10 einzelnen Grade der Länge zu erhalten.

IX. Um ohngefähr zu beurtheilen, wie viel man fehlen würde, wenn man nach (VIII.) verführe, und ſchlechtweg die Bogen, wie M1; 1,2; ꝛc., oder jede 10 Grade des Parallels durch M (§. 33. XI.), ihren Sehnen gleich ſetzte, ſo dient folgendes.

Es war der Winkel mPM, welcher 50 Graden des gedachten Parallels zugehörte, $= 28°,707$, alſo der Winkel, welcher 10 Graden entſprechen würde, $= 5°,7414 = 5°. 44'. 28''$. Die Sehne dieſes Winkels iſt gleich dem doppelten Sinus des halben Winkels, alſo $= 2 . \sin 2°. 52'. 14'' = 0,1001594$ Theilchen des Halbmeſſers PM. Aber ein Bogen von 5°. 44'. 28''. würde ſeyn $= 0,1002006$ des Halbm. Alſo Unterſchied zwiſchen Bogen und Sehne $= 0,0000412$ Theilchen des Halbmeſſers PM $= 0,0000412 . 1474$ Meilen $= 0,06072$ Meilen, welches offenbar eine ganz unerhebliche Größe iſt, welche, wenn ſie ſich auch wegen $\lambda = 5 . 10$ noch 5 mahl nach einander multiplicirte, dennoch erſt ohngefähr auf 0,3 Meilen belaufen würde, woraus denn erhellt, daß man, um die Rechnung (VIII.) zu erſparen, immer auch blos nach (VI.) verfahren könnte.

§. 37.

Anmerkungen.

I. Man begreift aus dem bisherigen, daß dieſe Entwerfungsart des Hrn. Bonne keine wahre Ausbreitung einer Kegelfläche in eine Ebene, wie die (§. 34.), seyn kan, aber doch in ſo ferne Vorzüge vor jener hat, daß ſie ſich wegen des richtigen Verhältniſſes der Längengrade unter jeder geographiſchen Breite, über einen großen Theil der Erdfläche erſtrecken kan, ohne daß der Fehler, in Meſſung der Diſtanzen, nach einem gewöhnlichen geradlinigten Meilenmaasſtabe ſo ſehr erheblich ausfiele.

1. Geſetzt (Fig. XXIX.) ſey MN der mittelſte Meridian der Charte; P der nach (§. 36. IV.) beſtimmte Punkt, A, B ein paar Oerter auf der Charte, deren geographiſche Breiten = 60° und 10° ſeyen. A liege oſtwärts des mittelſten Meridians um 70 Grade der Länge = λ′, und B um 50 Grade = λ weſtwärts deſſelben entfernt, ſo daß der Unterſchied der Mittagskreiſe beyder Oerter 120 Grade betrage.

2. Hieraus findet ſich, nach der Formel (§. 14. III. Fall) der wahre Abſtand derſelben auf der Kugel = 95°. 10′ = 1432,5 Meil.

3. Um

3. Um nun dieſen Abſtand auf der Charte, alſo die gerade Linie AB (Fig. XXIX.) zu berechnen, ſo iſt in dem Dreyecke BPA erſtlich die Seite PA = PN = dem Halbmeſſer des zu 60° der Breite gehörigen Charten-parallels AN. Nun war der Halbmeſſer CP, für den Parallel durch C, unter dem 40ten Grad der Breite = 1024,2 Meilen (§. 36. IV.) und folglich, weil CN = 60° — 40° = 20° = 20 . 15 = 300 M., ſo hat man PN = 1024,2 — 300 = 724,2 M. = PA.

Ferner PB = PM = 1474,2, wie oben (§. 36. VIII. 5.), und ſo auch der Winkel BPM = φ = λ. ω = 28°. 42′. 26″, weil für den Punkt B die Größen ϱ und λ, a. a. O. auch hier denſelben Werth haben. Aber für den Punkt A unter dem 60ten Gr. der Breite, für welchen ich den Winkel APN = φ′ nennen will, findet ſich (das ϱ am a. O. jetzt = PN = 724,2 M.; λ = 70; η = einem Grade des Parallels durch A = 7,5 M. geſetzt.) auf eine ähnliche Art φ′ = 41°,536 = 41°. 32′. 10″.

4. Alſo hat man in dem Dreyecke BPA, die Seiten BP = 1474,2; PA = 724,2 und den eingeſchloſſenen Winkel BPA = φ + φ′ = 70°. 14′. 36″, woraus ich mit Weglaſſung der Secunden bey der Berechnung, die dritte Seite BA = 1406 Meilen finde.

 5. Aber

5. Aber auf der Kugel findet ſich der Abſtand der beyden Oerter B, A = 1432 M. Alſo beträgt der Fehler, um wie viel AB auf der Charte (4) kleiner iſt, als AB auf der Kugel (2), ohngefähr 26 Meilen, alſo etwa $\frac{1}{55}$ des ganzen Abſtandes AB, welches bey einer ſo großen Diſtanz von 14 bis 15 hundert geographiſchen Meilen, immer noch ein ſehr mäßiger Fehler iſt, der ſich ſchwerlich bey irgend einer andern Entwerfungsart, weiter herabbringen läßt. Daraus folgt denn, daß dieſe Entwerfungsart des Hrn. Bonne, insbeſondere zu großen Stücken der Erdfläche, ſehr zu empfehlen iſt, wenn ſie gleich darinn von der Natur abweicht, daß die Vierecke des Netzes, zumahl nach dem Rande hin, nicht genau rechtwinklicht bleiben, welches indeſſen, da die Abweichung nicht ſehr groß ausfällt, gegen den Vortheil, daß die Diſtanzen der Oerter ſich noch ſo ziemlich genau, nach einem geradlinigten Meilenmaasſtabe meſſen laſſen, in keine Betrachtung zu ziehen iſt. Dazu kömmt denn noch, daß, wenn eine Charte ſich z. E. über ein ſo großes Stück der Erdfläche erſtreckt, als bey der Berechnung (1—4) angenommen worden iſt, die Meilen auf dem Maasſtabe der Charte wohl nicht ſehr groß ſeyn dürfen, wenn das Netz auch auf dem größten Papierformate noch Platz haben ſoll. Dies bringt denn den Fehler

ler von 26 Meilen, den wir oben in der Diſtanz zweyer ſehr entlegenen Oerter auf der Charte gefunden haben, beynahe auf einen phyſiſchen Punkt herab.

6. Auf einer Charte von Nordamerica, welche ich von Hrn. Bonne, nach dieſer Entwerfungsart, vor mir habe, und die ſich vom 10ten Grad nördlicher Breite bis zum 70ten erſtreckt, und über 100 Grade der Länge zwiſchen ſich faßt, betragen 10 Grade des mittelſten Meridians, alſo 150 geographiſche Meilen, ohngefähr 13 pariſer Linien. Alſo

$$1 \text{ Meile} = \frac{13}{150} \text{ pariſ. Lin.} = 0,0866 \text{ pariſ}$$

Linien. Demnach würde der obige Fehler von 26 Meilen auf dem Papiere, ohngefähr 2,2 par. Linien betragen, welches zeigt, wie ſichtbar etwa dieſer Fehler ausfiele. Da nun wohl nicht oft Diſtanzen ſo weit entlegener Oerter zu meſſen vorkommen, ſo wird in den meiſten Fällen der Fehler, in Meſſung der Weiten auf dieſer Charte, nach dem auf ihr verzeichneten Meilenmaasſtabe, ganz unbeträchtlich ſeyn, wenigſtens für den Gebrauch, den man von einer ſolchen Charte zu machen pflegt.

II. Uebrigens verfährt man mit dem Eintragen eines Landes in ein Netz nach dieſer Entwerfungsart, völlig ſo, wie es (§. 24. 2. ꝛc.

fertigung des Netzes ſelbſt, die Para
ſich nicht aus dem Punkte P beſchreiben
ſo kan man ſie nach den Methoden de
ßes verzeichnen, wobey denn jeder Ha
des zu beſchreibenden Parallels als
kannte Größe angeſehen werden kan
VII.). Man vergleiche damit auch (§

§. 38.

Murdochs Verfahren, ein Stück einer Ku
zu entwerfen.

I. Murdoch hat in den *Philoſ. T*
Vol. L. P. II. pag. 268. ein andere
fahren angegeben, ein Stück einer Ku
zwiſchen zwey Parallel-kreiſen, als ein
einer kegelförmigen Zone zu betrachten
VI.) und letztere in eine ebene Fläche
breiten, oder abzuwickeln. Er ſetzt da
Bedingung, das Stück der Kegelfläch
auch dem entſprechenden Stücke der
fläche dem Innhalte nach gleich ſeyn.

II. Es ſey demnach (Fig. XXX.) Q
der Erdoberfläche ein Meridian, und G
Mittelpunkt; P der Erdpol, Q im Ae
alſo die Halbmeſſer QG, PG auf einand
recht. — Die Bögen Qb = β, Q
die geographiſchen Breiten zweyer P
kreiſe, welche man ſich durch a und b

Erdkugel herum vorſtelle; Der Punkt C liege in der Mitte zwiſchen a und b, alſo die geographiſche Breite von C, oder der Bogen QC = $\frac{1}{2}(\alpha + \beta)$; Durch C gehe ebenfalls ein Parallel um die Kugel.

III. Man ziehe GC, und gedenke ſich auf GC bey K einen Punkt dergeſtalt genommen, daß, wenn man durch K ein Perpendikel auf GC ſetzt (deſſen Verlängerung die Erdaxe in p durchſchneide), und nun die geraden Linien KN, KM, den Meridianbogen Ca, Cb gleich nimmt, daß, ſage ich, das Stück der Kegelfläche, welches von MN beſchrieben würde, indem man ſich die ganze Figur um die Axe Gp herumgedreht vorſtellt, gleich ſey dem Stücke der Kugelfläche, welches zwiſchen den beyden Parallelkreiſen durch a und b enthalten iſt.

IV. Man ſoll nun nicht allein den Punkt K finden, ſondern auch das erwähnte Stück der Kegelfläche in eine Ebene ausbreiten, oder ein Netz dafür zeichnen, auf eine ähnliche Art, wie es in der Aufgabe (§. 34.) geſchehen iſt, ſo daß in dieſes Netz dasjenige nach geographiſcher Länge und Breite hineingezeichnet werden könne, was man auf dem Stücke der Kugelfläche vorfindet, dem das entworfene der Kegelfläche (III.) dem Innhalte nach gleich ſeyn ſoll (I.). In der Conſtruction dieſes Netzes

beſteht nun die Murdochiſche Entwerfungsart, man ſoll alſo nach den Bedingungen derſelben berechnen, was zur Zeichnung dieſes Netzes erforderlich iſt.

V. Aufloͤſung. Man ziehe durch N und M die Linien NS und MT ſenkrecht auf Gp, ſo ſind dies die Halbmeſſer der Parallelkreiſe, welche auf der Kegelflaͤche von den Punkten N und M beſchrieben werden, indem ſich die Figur um die Axe Gp dreht, ſo wie die Perpendikel as, bt, die Halbmeſſer der von den Punkten a und b auf der Kugelflaͤche beſchriebenen Parallelkreiſe ſind. Die von MN beſchriebene kegelfoͤrmige Zone ſoll nun erſtlich der von dem Meridianbogen aCb beſchriebenen Kugel-zone gleich ſeyn.

VI. Die kegelfoͤrmige Zone findet ſich aus den beyden Halbmeſſern NS, MT der Parallelkreiſe, zwiſchen denen ſie enthalten iſt, wenn man die Summe der beyden Halbmeſſer NS + MT in das Stuͤck MN der Seitenlinie des Kegels, und in die Ludolphiſche Zahl $\pi = 3{,}1415\ldots$ multiplicirt (Kaͤſtn. Geom. 63. S. 4. Zuſ.). Alſo iſt dieſer Kegelzone Innhalt $= (SN + MT)\ \pi\ .\ MN = 2\ .\ \frac{SN + MT}{2}\ .\ \pi\ .\ MN.$

VII. Man

VII. Man ziehe KV parallel mit SN, ſo iſt, weil K in der Mitte zwiſchen M und N liegt (III.), KV die mittlere arithmetiſche Proportional-linie zwiſchen NS und MT; alſo $KV = \frac{NS + MT}{2}$, demnach die erwähnte Kegelzone $= 2 . \pi . KV . MN$.

VIII. Die Kugelzone zwiſchen a und b iſt, wenn man den Halbmeſſer der Erdkugel mit r bezeichnet, $= 2 r^2 \pi . (\sin \alpha - \sin \beta)$ (§. 20. 6.) das dortige $\beta + \gamma = \alpha$ geſetzt.

IX. Sollen alſo beyde Zonen (VII. VIII) einander gleich ſeyn (III.), ſo hat man erſtlich

$$2 \pi . KV . MN = 2 r^2 \pi (\sin \alpha - \sin \beta)$$

Demnach $KV = \frac{r^2 (\sin \alpha - \sin \beta)}{MN}$

X. Der Punkt K muß demnach in GC dergeſtalt angenommen werden, daß das Perpendikel von K auf GP, d. h. die Linie KV von dem erwähnten Werthe (IX.) ſey. Verlangt man GK, ſo iſt

$$GK = \frac{KV}{\sin KGV} = \frac{KV}{\cos \frac{1}{2} (\alpha + \beta)}$$

Weil der Bogen QC oder der Winkel QGC $= \frac{1}{2} (\alpha + \beta)$.

XI. Gedenkt man ſich nun die Keg
welche von pM würde beſchrieben werd
eine Ebene ausgebreitet, ſo ſind au
Ebene die Linien pN, pM, die Ha
von Kreisbogen, welche in dem K
ſchnitte, in den ſich dieſe Kegelfläche
ten würde (§. 34. IV.), die von M
ſchriebene Kegelzone (V.) zwiſchen ſich
würden.

XII. Um das Netz zu dieſer Zo
zeichnen zu können, ſo muß man insbe
den Halbmeſſer pK für den Kreisbog
dem Papiere, in welchen ſich der
durch K, bey Abwickelung der Kege
krümmen würde, berechnen. Dieſen H
ſer pK = R, der alſo dem zwiſchen
N in die Mitte fallenden Parallel des
entſprechen würde, werde ich den mi
Halbmeſſer des Netzes nennen.
det ſich auf folgende Art.

Weil in dem rechtwinkl. Dreyecke
der Winkel KGp = 90° — ½ (α+β), ſ

$$Kp = R = KG . \text{tang } KGp \text{ oder}$$

$$R = \frac{KV}{\text{coſ} \frac{1}{2} (\alpha+\beta)} . \cot (\tfrac{1}{2} \alpha + \beta) \; ($$

$$= \frac{KV}{\text{ſin} \frac{1}{2} (\alpha+\beta)} = \frac{r^2 (\text{ſin } \alpha - \text{ſin } \beta)}{MN \, \text{ſin} \frac{1}{2} (\alpha+\beta}$$

Aber $\sin\alpha - \sin\beta = 2\cos\frac{1}{2}(\alpha+\beta)\sin\frac{1}{2}(\alpha-\beta)$ (Trig. S. XIII. 12.)

Alſo $R = \frac{2r^2 \cos\frac{1}{2}(\alpha+\beta)\sin\frac{1}{2}(\alpha-\beta)}{MN . \sin\frac{1}{2}(\alpha+\beta)}$

$= \frac{2r^2 \cot\frac{1}{2}(\alpha+\beta)\sin\frac{1}{2}(\alpha-\beta)}{MN}$

XIII. In dieſem Ausdrucke will ich den Halbmeſſer der Erde wieder in geographiſchen Meilen ausgedrückt annehmen. Es muß demnach auch die Linie MN in ſolchen Meilen ausgedrückt werden. Nun ſoll aber die Linie MN dem Meridianbogen bCa gleich ſeyn, deſſen Werth in Graden $= \alpha - \beta$, alſo in Meilen $= 15(\alpha - \beta)$ iſt, alſo kömmt

$$R = \frac{2r^2 \cot\frac{1}{2}(\alpha+\beta)\sin\frac{1}{2}(\alpha-\beta)}{15(\alpha-\beta)}$$

XIV. Man ſieht leicht, daß die Kegelfläche, welche von pM beſchrieben wird, die Kugelfläche in zwey Parallelkreiſen durch η und ϑ ſchneiden würde, und daß ſie alſo mit der Kugelfläche jene beyden Parallelkreiſe durch η, ϑ, gemeinſchaftlich haben wird. Alle übrigen Parallelkreiſe auf dem Kegel, z. E. die durch N, M, werden aber von den entſprechenden durch a und b auf der Kugel, verſchieden ſeyn. Die Grade auf den Parallel-

kreiſen

kreiſen durch N und M, werden größer ſeyn, als die auf den Parallelkreiſen durch a und b. Unter den geographiſchen Breiten bey ϑ und η würden die Grade auf den Parallelen der Kegel- und Kugelfläche, einander gleich ſeyn, bey K aber, ſo wie innerhalb des ganzen Raumes zwiſchen η und ϑ, würden die Grade der Parallelkreiſe auf des Kegels Oberfläche kleiner ſeyn, als die auf der Kugel. Es wird indeſſen der Bogen ba, oder der Unterſchied der geographiſchen Breiten der Punkte a und b ſchon ſehr groß ſeyn müſſen, ehe dieſe Unterſchiede zwiſchen den Graden auf beyderſeitigen Parallelkreiſen ſo beträchtlich ausfallen, daß es nicht verſtattet ſeyn ſollte, die Parallelkreiſe auf dem Kegel, für die auf der Kugel zu nehmen, und da wegen des Umſtandes, daß hier die Kegelfläche zwey Parallelkreiſe, nemlich die durch η und ϑ, mit der Kugel gemein hat, jene Unterſchiede in den Graden der Parallelkreiſe zweymahl = 0 werden (nemlich unter den geographiſchen Breiten der Punkte η und ϑ), ſo kan bey derſelben Ausdehnung, welche man dem Murdochiſchen Netze giebt, der Fehler nie ſo beträchtlich ausfallen, als bey der Entwerfungsart (§. 34.), wo die Kegelfläche die Kugel blos berührte, und alſo nur einen Parallelkreis mit ihr gemein hatte. Es iſt alſo die Murdochiſche Entwerfungsart immer der vorhergehenden (§. 34.) vorzuziehen.

XV.

XV. Die Punkte η und ϑ zu finden, ſuche ich den Bogen $C\eta = C\vartheta = \delta$, deſſen Maas der Winkel $\eta GK = \vartheta GK$ am Mittelpunkte iſt.

Nun iſt in dem rechtwinkl. Dreyecke $KG\eta$

$$\frac{KG}{G\eta} = \text{ſin } K\eta G = \text{coſ } KG\eta = \text{coſ } \delta$$

oder

$$\frac{KG}{r} = \text{coſ } \delta;\ \text{d. h. (X.)}$$

$$\frac{KV}{r \text{ coſ } \frac{1}{2}(\alpha+\beta)} = \text{coſ } \delta$$

Wenn man nun

$$KV = \frac{r^2 (\text{ſin } \alpha - \text{ſin } \beta)}{MN} \text{ oder}$$

$$= \frac{2 r^2 (\text{ſin } \frac{1}{2}(\alpha-\beta) \text{ coſ } \frac{1}{2}(\alpha+\beta)}{15 \ (\alpha-\beta)}$$

ſubſtituirt, ſo findet ſich

$$\text{coſ } \delta = \frac{r \text{ ſin } \frac{1}{2} (\alpha-\beta)}{15 \cdot \frac{1}{2}(\alpha-\beta)}$$

Aber aus (§. 34. VII.) iſt $\frac{r}{15} = 57{,}29.$ alſo

$$\text{coſ } \delta = \frac{57{,}29 \ldots \text{ſin } \frac{1}{2}(\alpha-\beta)}{\frac{1}{2}(\alpha-\beta)}$$

wo die Größe $\frac{1}{2}(\alpha-\beta)$ im Diviſor
Grade und Decimaltheile derſelben aus
werden muß.

XVI. Hieraus und aus (XIII.
ſich der Werth von R auch ſo darſtelle

$$R = r \cot \tfrac{1}{2}(\alpha+\beta) \cos \delta$$

XVII. Ex. Es ſey $\alpha = 70°$;
$10°$, ſo iſt $\frac{1}{2}(\alpha-\beta) = 30°$; $\frac{1}{2}$ (
$= 40°$; alſo

$$\log 57{,}29.. = 1{,}7581226 \text{ (§. 3}$$
$$\log \tfrac{1}{2}(\alpha-\beta) = 1{,}4771213 = \text{lo}$$

$$\text{Reſt} = 0{,}2810013$$
$$\text{hierzu } l \sin \tfrac{1}{2}(\alpha-\beta) = 9{,}6989700 - 1\text{c}$$

$$\text{giebt } \log \cos \delta = 9{,}9799713 - 1\text{c}$$
$$\log r = 2{,}9342139 \text{ (§. 3}$$
$$l \cot \tfrac{1}{2}(\alpha+\beta) = 10{,}0761865 - 1\text{c}$$

$$\text{alſo } \log R = 2{,}9903717$$

Dies giebt $\delta = 17°.\ 16'$; $R = 978{,}1$

Ferner die geographiſche Breite des
tes $\eta = 40° + 17°.\ 16' = 57°.\ 16'$;
des Punktes $\vartheta = 40° - 17°.\ 16' =$
$44'$. Dies erhellet daraus, weil des
ſten Punktes C geograph. Breite $= \frac{1}{2}$

Man hat alſo zugleich die geographiſchen Breiten derjenigen Punkte des Meridians, für welche die Grade auf den Parallelen der Kegelfläche, denen auf der Kugel gleich seyn würden, für welche demnach, auch auf dem Netze, die Parallelgrade ihr richtiges Verhältnis zu den Meridiangraden, wie auf der Kugel, haben würden.

XVII. Nach der Entwerfungsart (§. 34.) wäre für dieſelben Data, nemlich für $\alpha = 70°$ und $\beta = 10°$, der Halbmeſſer zu dem mittelſten Parallel des Netzes, oder der mittlere Halbmeſſer des Netzes = 1024,2 Meilen (§. 36. III.), aber für die gegenwärtige Entwerfungsart iſt derſelbe = 978,1 Meilen. Alſo der Unterſchied beyder = 46 Meilen. In der dortigen iſt er = $r . \cot \frac{1}{2} (\alpha + \beta)$, in der gegenwärtigen aber = $r \cot \frac{1}{2} (\alpha + \beta) \cos \delta$; alſo verhalten ſich beyde wie $1 : \cos \delta$.

XVIII. Die Halbmeſſer $p\eta$, $p\vartheta$, womit die Kreisbögen auf dem Netze, für die geographiſchen Breiten der Punkte η und ϑ, gezogen werden müſſen, finden ſich folgendergeſtalt.

Man gedenke ſich von ϑ die Linie ϑe ſenkrecht auf Gp, ſo hat man in dem rechtw. Drenecke $\vartheta e G$ erſtlich $\vartheta e = G\vartheta . \sin \vartheta G e =$

nun ferner in dem rechtwinkl. Dreyeck
worinn der Winkel $p = \frac{1}{2}(\alpha+\beta)$

$$p\vartheta = \frac{\vartheta e}{\text{ſin}\,\frac{1}{2}(\alpha+\beta)} = \frac{r\,\text{coſ}(\frac{1}{2}(\alpha+ \ldots}{\text{ſin}\,\frac{1}{2}(\alpha \ldots}$$

Auf eine ähnliche Art findet ſich

$$p\eta = \frac{r\,\text{coſ}(\frac{1}{2}(\alpha+\beta)+\delta)}{\text{ſin}\,\frac{1}{2}(\alpha+\beta)}.$$

Mit dieſen Halbmeſſern werden a
Netze diejenigen Kreisbogen beſchrieben
denen man die Grade der Länge, in
richtigen Verhältniſſe zu denen der
nimmt (§. 12.).

Aus dem bisherigen ergiebt ſich
Conſtruction des Murdochiſchen N

§. 39.

Aufgabe. Ein Netz nach de
her erklärten Murdochiſchen En
fungsart zu zeichnen.

Aufl. I. Man ziehe durch die
des Reisbretts eine gerade Linie, wel
mittelſten Meridian abbildet, und trage
Theile auf denſelben, deren jeder z.
Meridiangrade vorſtelle. Ich will ſetze
Netz ſolle vom 10ten $= \beta$ bis zum

II. Man verlängere nun den Meridian (I.) aufwärts und trage von dem 40ten Grad der Breite = $\frac{1}{2}(\alpha+\beta)$, den oben gefundenen Werth von R = 978 Meilen aufwärts, um den Punkt, wie P (Fig. XXVIII.) zu erhalten, aus welchem auf dem Netze durch alle einzeln 10 Grade des Meridians Kreisbogen geriſſen werden. Dann beſchreibt man aus dieſem Punkte auch mit den Halbmeſſern $p\eta$, $p\vartheta$ (§. 38. XVII.), deren Werthe man leicht berechnen kan, ein paar Kreisbogen, ſo werden dadurch diejenigen zwey Parallelkreiſe abgebildet, auf welchen man die Längengrade von der Größe nehmen muß, wie ſie den geographiſchen Breiten der Punkte η und ϑ, alſo den Breiten von 57°. 16′ und 22°. 44′ zukommen (§. 38. XVII.).

III. Weil nun unter 57°. 16′ der Breite, der Grad eines Parallels = 15. coſ 57°. 16′ = 8,111 Meilen, unter 22°. 44′ aber derſelbe = 15. coſ 22°. 44′ = 13,834 Meilen iſt, und nun, wenn das Netz von 10 zu 10 Graden der Breite fortgeht (I.), es auch, wie gewöhnlich, von 10 zu 10 Graden der Länge gezeichnet wird, ſo machen 10 Grade der Länge auf dem Parallel durch η, 81,11 M. und auf dem durch ϑ, 138,34 Meilen. Dieſe Werthe trage man auf die mit den Halbmeſſern $p\eta$, $p\vartheta$, beſchriebenen Kreisbogen oder Parallelen des Netzes, rechts und links

des mittlern Meridians, und ziehe hierauf durch die gleichnahmigten Punkte dieſer Kreisbögen, gerade Linien, als Meridiane, ſo wird das Netz vollendet ſeyn, und man kan es nun auf ſo viel Grade der Länge ausdehnen, als zwiſchen ſo vielen ohngefähr die zu entwerfende Charte enthalten iſt.

Andere Bemerkungen, welche bey der Zeichnung eines ſolchen Netzes noch vorkommen können, übergehe ich hier, da ſie bey den vorhergehenden Entwerfungsarten, z. E. (§. 33. ꝛc.), bereits beygebracht ſind, und mit der gehörigen Veränderung auch auf die gegenwärtige leicht angewandt werden.

IV. Anmerkung. Murdoch hat in der oberwähnten Abhandlung (§. 38. I.) gezeigt, daß man ſich auf einer Charte nach dieſer Entwerfungsart, auch wenn ſie von einer beträchtlichen Ausdehnung wäre, dennoch zur Meſſung der Diſtanzen, ohne großen Fehler, eines gewöhnlichen Meilenmaasſtabes bedienen könne. Er rechnet, daß wenn auch z. E. ein paar Oerter unter dem 10ten und 60ten Grad der Breite lägen, und um 110 Grade der Länge von einander abſtänden, ſich dennoch der Fehler, in Meſſung ihrer Diſtanz, kaum auf $\frac{1}{42}$ der ganzen Diſtanz belaufen würde, oder um ſo viel würde die auf der Charte gemeſſene Entfernung von der

nach

nach (§. 14. III. F.) trigonometriſch berech-
neten auf der Kugel, abweichen. Dieſes zeigt,
daß auf dieſer Entwerfungsart die Diſtanzen
noch etwas fehlerhafter, als auf der Bonni-
ſchen (§. 36. ꝛc.), ausfallen, da bey
der leztern, für einen noch viel größern
Abſtand (dort war der Unterſchied der Mit-
tagskreiſe beyder Oerter ſogar 120 Grad),
der Fehler ohngefähr $\frac{1}{55}$ des Ganzen betrug
(§. 37. 5.). Allein da die Bonniſche Ent-
werfungsart krummlinigte Meridiane giebt, auf
der Murdochiſchen hingegen, die eine wahre
Abwickelung der Kegelfläche iſt, die Meridiane
alle geradlinigt ausfallen, und auf den Paral-
lelen ſenkrecht ſtehen, ſo möchte leztere viel-
leicht einen Vorzug vor der Bonniſchen haben.
Indeſſen ſind beyde Entwerfungs-
arten ohnſtreitig allen perſpectivi-
ſchen vorzuziehen, denen man, mei-
nes Erachtens, bisher einen viel zu
großen Werth beygelegt hat.

§. 40.

Flamſteed.

Hat ſich in ſeinem Himmelsatlas einer
Entwerfungsart bedient, deren Beſchaffenheit
ohngefähr aus (Fig. XXXI.) zu erſehen iſt.
MN iſt der mittelſte Meridian, welcher als
eine gerade Linie erſcheint, worauf von einzeln

zu einzeln, oder auch von 10 zu 10 Graden der Breite, Perpendicularlinien für die Abbildung der Parallelkreiſe gezogen ſind. Auf dieſen geradlinigten Parallelen werden überall, wie auf dem Bonniſchen Netze (§. 36.), die Theile, wie M1, 1:2; ꝛc. a1, 1,2; ꝛc. aus der Tafel (§. 12.), in ihrem richtigen Verhältniſſe zu denen des Meridians MN genommen, und dann durch die gleichnahmigten Punkte 1, 1, 1; ꝛc. 2, 2, 2, ꝛc. krumme Linien gezogen, welche die übrigen Chartenmeridiane vorſtellen. In dieſes Netz werden alsdann die Punkte nach Maasgabe ihrer Länge und Breite, oder auch, wenn von Sternen die Rede iſt, nach ihrer geraden Aufſteigung und Abweichung eingetragen.

I. Vermuthlich hat Flamſteed wegen der Bequemlichkeit, die Parallelen als gerade Linien zu zeichnen, dieſe ſonſt eben nicht vorzügliche Entwerfungsart eines Kugelnetzes, zu ſeinen Sterncharten gewählt. Doch hat ſie noch immer Vorzüge vor der (§. 27.) ſonſt ebenfalls häufig gebrauchten, weil die einzelnen Vierecke des Netzes hier wegen der Krümmung, die die Meridiane bekommen, weniger ſchiefwinklicht, als dort, ausfallen, und überall die Parallelgrade ihr wahres Verhältnis wie auf der Kugel haben, nemlich ſich wie die Sinuſſe ihrer Diſtanzen vom Pole verhalten, da hingegen, wenn die Meridiane auch geradlinigt

linigt gezeichnet werden, dies Verhältnis nur bey zwey Parallelgraden ſtatt finden kan.

II. Indeſſen iſt dieſe von Flamſteed gebrauchte Entwerfungsart ſonſt auch häufig zu Landcharten angewandt worden, wie die ſehr große Menge von Sanſoniſchen und ähnlichen Charten beweiſen. Auch hat Hr. Lotter ſich derſelben zu einer 1778. in Augſpurg herausgegebenen Generalcharte bedient. Hieher gehören auch mehrere Charten von Senex und viele holländiſche, die um die Mitte dieſes Jahrhunderts erſchienen ſind. So viel iſt gewiß, daß, wenn gleich dieſe Zeichnungsart mehr von der Natur abweicht, als andere bereits erklärte, indem hier die Vierecke des Netzes, zumahl nach dem Rande der Charte hin, ſehr ſchief ausfallen, ſo bald ſie ſich auf ſehr viel Grade der Länge erſtreckt, wodurch denn die Geſtalt der Länder ſehr merklich verzogen wird, ſo iſt ſie doch nicht ſo gar ſchlecht, als Haſe und die Homänniſche Officin, im Staatsgeographus, in den Cosmographiſchen Sammlungen auf das Jahr 1748. S. 332. und an mehrern Stellen, ſie verſchrieen haben, zumahl wenn ſie nicht auf zu viel Grade der Länge ausgedehnt wird. Da auch das vollkommenſte Netz zu einer Landcharte niemals allen Bedingungen (§. 3.) ein Genüge leiſten kan, die gegenwärtige aber doch einige derſelben erfüllt, wo-

zu insbeſondere auch noch diejenige kommt, daß die einzelnen Zonen dieſes Netzes ihrem Flächeninnhalte nach, ſehr nahe mit denen auf der Kugel übereinſtimmen, und folglich auch die hineingezeichneten Länder mehr Gleichheit und Verhältnis unter ſich behalten, als vielleicht auf den meiſten perſpectiviſchen Projectionen, ſo kan ſie noch immer unter die erträglichen gerechnet werden. Wenn übrigens in die einzeln Vierecke eines ſolchen Netzes nur die Oerter richtig nach ihrer geographiſchen Länge und Breite eingetragen worden ſind, wobey man ohngefähr, wie (§. 36. VII.), bey der Bonniſchen Entwerfungsart (mit der die gegenwärtige, bis auf die geradlinigten Parallelen, völlig übereinſtimmt), verfahren kan, ſo ſind dennoch Hülfscharten dieſer Art immer wieder zu andern brauchbar.

III. Weil ſich (Fig. XXXI.) die Linien M1, a1, b1 ꝛc., oder auch M2, a2, b2 ꝛc. welche den Punkten 1, 1, 1 ꝛc., oder 2, 2, 2, ꝛc. der krummlinigten Meridiane, als Ordinaten zugehören, verhalten wie die Coſinuſſe der geographiſchen Breiten, und folglich wie die Sinuſſe des Abſtandes der Punkte M, a, b, ꝛc. vom Pole (der hier bey P ſeyn mag), weil folglich, wenn man z. E. des Punktes c Abſtand vom Pole, oder die Linie Pc in Graden = x, und die zugehörige Ordinate

dinate c2 eines beliebigen krummlinigten Meridians P222 = y nennt,

$$y = m \sin x$$

iſt, ſo iſt jeder Meridian der Charte eine von denjenigen krummen Linien, welche man Sinuslinien genannt hat, und worüber Wallisius (*Traité de Cycloide*) und andere Analyſten Unterſuchungen angeſtellt haben. Der Buchſtabe m bedeutet in dieſer Gleichung eine beſtändige Größe, welche mit von dem Abſtande des Meridians, dem die Gleichung zugehören ſoll, von dem mittelſten MN der Charte, abhängt. Es gehören dieſe Sinuslinien zu den transſcendentiſchen der höhern Geometrie, und man ſieht leicht, daß auch die Meridiane auf dem Bonniſchen Netze (§. 36) Arten ſolcher Sinuslinien ſind, deren Gleichungen noch etwas zuſammengeſetzter ausfallen würden, hier aber von keinem Nutzen ſind.

§. 41.

Anmerkung.

I. Auf den Flamſteediſchen Sterncharten bilden die Ecliptik, und die mit ihr parallel gehenden Kreiſe, ſo wie auch die auf der Ecliptik ſenkrecht ſtehenden Breiten-kreiſe, ganz beſondere krumme Linien, welche man in ein

ein Netz, wie das vorhergehende (Fig. XXXI.) hineinzeichnen kan, wenn man auf den Meridianen 1, 1, 1; 2, 2, 2; ꝛc. diejenigen Punkte weis, wo jene Kreiſe in ſie einſchneiden, und dieſe Punkte alsdann durch einen zuſammenhängenden Zug vereinigt.

II. Die Punkte zu finden, wo insbeſondere die Ecliptik dieſen oder jenen Meridian durchſchneidet, lehrt die Aſtronomie. Man braucht zu dieſer Abſicht nur die gerade Aufſteigung oder Rectaſcenſion des Meridians, d. h. die Entfernung desjenigen Punktes des Aequators, durch welchen der Meridian geht, von dem Frühlings-Aequinoctialpunkte wiſſen, ſo kan man daraus berechnen, wie weit der Punkt, wo die Ecliptik in den Meridian einſchneidet, vom Aequator nord- oder ſüdwärts abſteht, d. h. wie groß die Declination jenes Punktes der Ecliptik ſey. Da auf manchen Planiſphären auch die Ecliptik zu zeichnen iſt, ſo will ich hier ein Täfelchen für die Declinationen jener Durchſchnittspunkte der Ecliptik mit den Meridianen hinſetzen, welches in der Folge auch noch zu andern Abſichten gebraucht werden wird. Die Rectaſcenſionen der Meridiane gehen in dieſem Täfelchen von 5 zu 5 Graden fort, und ſind in den Spalten I, II, III, IV. aufzuſuchen. In der mittelſten V findet man die ihnen entſprechenden Declinationen der Durchſchnitts-

punkte

punkte der Ecliptik mit den Meridianen, in Graden und Minuten angegeben.

I.	II.	V.	III.	IV.
0°	180°	0°. 0′	180°	360
5	175	2 . 10	185	355
10	170	4 . 19	190	350
15	165	6 . 25	195	345
20	160	8 . 27	200	340
25	155	10 . 24	205	335
30	150	12 . 15	210	330
35	145	13 . 59	215	325
40	140	15 . 35	220	320
45	135	17 . 4	225	315
50	130	18 . 24	230	310
55	125	19 . 35	235	305
60	120	20 . 36	240	300
65	115	21 . 29	245	295
70	110	22 . 12	250	290
75	105	22 . 45	255	285
80	100	23 . 9	260	280
85	95	23 . 24	265	275
90	90	23 . 28	270	270

Für die Rectaſſenſionen in der Iten und IIten Spalte werden die zugehörigen Werthe der Vten nordwärts des Aequators, und für die Rectaſſenſionen der IIIten und IVten Spalte, ſüdwärts genommen. Z. E. wenn man den Punkt verlangte, wo die Ecliptik in einen Meridian einſchnitte, deſſen gerade Aufſteigung

ſteigung 230 Gr. wäre, oder der um 230 Gr. des Aequators vom Frühlings-Aequinoctio abſtände, ſo würde man in der mittlern Spalte 18°. 24′ finden; d. h. es würde der Durchſchnittspunkt der Ecliptik mit dieſem Meridiane um ſo viel Grade und Minuten vom Aequator abſtehen, oder die Declination dieſes Punktes würde 18°. 24′ ſeyn; aber ſüdlich, weil die Rectaſcenſion in der IIIten Spalte ſich findet. Eben dieſe ſüdliche Declination würde auch noch der Rectaſcenſion 310° zukommen. Für 50°, und 130° Rectaſſ. würde die Ecliptik 18°. 24′ nordwärts des Aequators in die zugehörigen Meridiane einſchneiden. Wenn man eine Himmelskugel zu Hülfe nimmt, ſo kan man ſich dieſes vollkommen verſinnlichen.

III. Wollte man nun auf einem beliebigen Netze, z. E. auf dem Bonniſchen (Fig. XXVIII.), die Ecliptik zeichnen, ſo ſetze man, der Parallel durch M gehöre dem 10ten Grade des Abſtandes vom Aequator zu, und der Meridian, durch m, dem 30ten Grade der Rectaſcenſion, folglich die durch β, α, M, γ, δ, ε, dem 40ten, 50ten, 60ten, 70ten, 80ten, 90ten Grade der Rectaſcenſion. Weil nun für dieſe Rectaſcenſionen, der Ordnung nach, die Durchſchnittspunkte der Ecliptik mit den Meridianen, ſämmtlich nordwärts des Aequators fallen, ſo nehme man

auf

auf den Meridianen m3; β2; α1 ꝛc., die Punkte p, q, r, s, t, u, w in den gehörigen, in der Spalte V zu findenden Abſtänden vom Aequator, und hänge die Punkte p, q, r, s ꝛc. durch eine krumme Linie zuſammen, ſo ſtellt dieſe die Ecliptik vor, wenn das Netz zu aſtronomiſchen Gebrauche dienen ſollte. Z. E. dem Meridian durch α, dem 50ten Grade der Rectaſcenſion, entſpricht aus der Tafel, in der Spalte V, eine Declination des Durchſchnittspunktes der Ecliptik mit dieſem Meridiane = 18°. 24′. Da nun der Parallel Mαβm, ſchon dem 10ten Grade der Declination oder des Abſtandes vom Aequator zugehört, ſo nehme man auf dem Meridiane α1, von α aufwärts, blos den Bogen αr = 8°. 24′, ſo iſt r der geſuchte Durchſchnittspunkt der Ecliptik, mit dem Meridiane α1. So findet man auf eine ähnliche Art die übrigen Durchnittspunkte p, q, ꝛc.

IV. Wollte man endlich auch noch die Tropicos, oder die Wendekreiſe verzeichnen, hier z. E. den des Krebſes, der nordwärts des Aequators, in einem Abſtande von 23°. 28′ parallel mit dem Aequator, zu ziehen iſt, ſo ziehe man durch den Punkt w, der hier auf dem Meridiane durch ε, oder dem 90ten Grade der Rectaſcenſion, bereits dem 23°. 28′ des Abſtandes vom Aequator entſpricht, mit dem Halbmeſſer Pw, einen Parallel-

rallelkreis wy, wie die punctirte Linie ausweißt, ſo iſt dies der verlangte Wendekreis des Krebſes. Man hätte auch nur auf dem mittelſten Meridiane MN, jenen Abſtand 23°. 28′ vom Aequator, bey x bemerken, und durch den erhaltenen Punkt x aus P den punctirten Bogen reiſſen dürfen.

V. Wenn Netze, wie die bisherigen, ſich auf Stücke von der Oberfläche einer Himmelskugel beziehen ſollen, ſo gedenkt man ſich begreiflich bey der Verzeichnung derſelben, eine Himmelskugel ſo groß, wie die Erdkugel, für welches man ein ſolches Stück gezeichnet hätte; Man trägt nun die Sterne, nach ihrer Rectaſcenſion und Declination, in die einzeln Vierecke des Netzes eben ſo ein, wie man Oerter auf der Erde, nach ihren geographiſchen Längen und Breiten, eintragen würde. Indeſſen ſind die bisherigen Netze eben nicht ſehr zu aſtronomiſchen Abſichten, zu Sterncharten u. dgl. gebraucht worden, ſondern man zieht da aus mehreren Gründen die perſpectiviſchen Projectionen vor.

§. 42.

Seecharten.

I. Da Seecharten auch als Hülfsmittel zur Verzeichnung der Landcharten gebraucht wer-

werden, ſo muß ich hier die Einrichtung derſelben zeigen. Je beſſer man von der Beſchaffenheit und Verfertigungsart dieſer oder jener Hülfscharten unterrichtet iſt, deſto vollſtändiger weis man ſie auch zu gebrauchen.

Daß Seecharten die flüßigen Theile der Erd-oberfläche, die darauf Inſeln, Küſten, Klippen, Sandbänke, Ströme, und andere Dinge, die den Schiffer intereſſiren, zum Gegenſtande haben, ergiebt ſchon ihr Nahme. Sie haben aber darinn einen ganz beſondern Zweck, daß ſie nicht ſowohl eine Vorſtellung der verhältnismäßigen Lage und Größe der Länder, Meere u. d. gl. enthalten, als vielmehr dem Schiffer, zufolge des Windſtrichs, den er nach ſeinem Compaße zu ſeegeln hat, als Wegweiſer über den ungebahnten Ocean dienen ſollen. Sie ſollen ihm ohne beſondere Mühe die Farth des Schiffes beſtimmen, und gleichſam zu einem richtigen Beſteck auf ſeiner Reiſe dienen, d. h. was er von einem Ort zu einem andern, für einen Cours zu halten, und wie weit er dahin zu ſegeln habe, und überdem ſoll er leicht den genommenen Cours eintragen und wiederfinden können.

II. Nun iſt eigentlich der kürzeſte Weg, den ein Schiffer auf der Erdkugel von einem Orte zu einem andern nehmen kan, ein Bo-

 gen

gen eines größten Kreiſes, den man ſich zwiſchen beyden Oertern gedenken muß.

Allein da ein größter Kreis nur in wenigen Fällen die verſchiedenen, ſämtlich nach den Polen zu convergirenden Meridiane, unter gleichen Winkeln, d. h. unter gleichem Compaſſtriche, durchſchneiden kan, ſo müßte der Schiffer, wenn er auf einem ſolchen größten Kreiſe, als auf dem kürzeſten Wege, ſeegeln wollte, alle Augenblicke ſeinen Compasſtrich ändern, oder in jedem Meridiane, in den das Schiff gelangt, nach einer neuen, von der vorhergehenden etwas unterſchiedenen, Richtung ſeegeln. Da nun dies mit ſehr viel Beſchwerlichkeit verknüpft iſt, ſo ſucht der Schiffer lieber, ſo viel als möglich, den Compasſtrich beizubehalten, aber alsdann weicht er von dem kürzeſten Wege ab, und beſchreibt auf der Kugel eine gewiſſe krumme Linie, welche man die loxodromiſche nennt, und die merklich von einem größten Kreiſe abweicht. Sie hat die Eigenſchaft, alle Meridiane unter gleichen Winkeln, d. h. unter einerley Compasſtriche, zu durchſchneiden, und würde ſich, nach Art einer Spirallinie, dem Pole zu nähern, wie bereits oben (§. 5. IV.) erwähnt worden iſt, mithin einen beträchtlichen Umweg geben, wenn der Schiffer ihr beſtändig folgen wolte. Er weis aber, nachdem er eine Zeit hindurch nach dieſer loxodromiſchen Richtung geſee-

geſeegelt, ſchon wieder einzulenken, und andere Compaſsſtriche zu befolgen, die ihn zuletzt an Ort und Stelle führen. Nur geſchieht dieſe Abänderung des Strichs nicht in jedem einzeln Meridiane, den das Schiff durchſtreicht. So lange er indeſſen denſelben Compaſsſtrich beybehält, iſt das von dem Schiffe beſchriebene Stück Weges allezeit loxodromiſch.

III. Werden ſolche loxodromiſche Stücke auf Charten gezeichnet, deren Meridiane nicht parallel ſind, ſo bilden ſie ebenfalls beſondere krumme Linien, deren Beſchaffenheit aber alsdann auch mit von der Entwerfungsart der Charte abhängt, und oft noch verwickelter, als die auf der Kugel ſelbſt ausfällt. Auf dem Netze (Fig. XXVI.) ſtellt die punktirte krumme Linie $\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon$ ꝛc. den loxodromiſchen Weg ohngefähr vor, wenn das Schiff die Meridiane unter Winkeln α, β, γ, δ, ε, η ꝛc. von 60 Graden durchſtriche, ſo daß überall der Compaſsſtrich 60° wäre. Würde bey δ der Compaſsſtrich abgeändert, ſo würde alsdann eine neue Loxodromie zum Vorſchein kommen, und ſo beſteht der Weg eines Schiffes aus lauter einzelnen loxodromiſchen Stücken, die ſo beſtimmt werden müſſen, daß ſie den Schiffer zuletzt an den Ort ſeiner Beſtimmung führen. Gewöhnlich pflegt der Schiffer nur von einem Mittage zum andern, den Cours

beyzubehalten, ſo, daß die einzeln loxodromiſchen Stücke nicht zu groß werden, mithin zu weit von dem wahren Wege abführen.

IV. Zum Behufe der Schiffarth ſind Charten erforderlich, worauf der loxodromiſche Weg eines Schiffes durch eine möglichſt leichte Conſtruction dargeſtellt werden kan, und dies würde der Fall ſeyn, wenn auf einer ſolchen Charte die Meridiane durch gleichlaufende gerade Linien abgebildet wären. Der loxodromiſche Weg eines Schiffs würde dann ſelbſt geradlinigt ausfallen, und ſich alſo ſehr leicht verzeichnen und ausmeſſen laſſen, wenn gleich dieſe Abbildung, der Natur nicht gemäß wäre. Dem Schiffer iſt aber auch an dieſer Aehnlichkeit mit dem Originale nichts gelegen, wenn er nur den Zweck der leichten Verzeichnung des von dem Schiffe beſchriebenen Weges erreichen, und ſehr bequem dieſen oder jenen Windſtrich bezeichnen und angeben kan, nach welchem er ſegeln will, oder ſchon einmahl geſeegelt hat. Auf allen Charten, deren Meridiane convergiren, oder durch krumme Linien abgebildet ſind, würde dieſe Forderung zu mühſam zu bewerkſtelligen ſeyn, und man hat daher die mit parallelen Meridianen zum Behufe der Schiffarth eingeführt.

V. Wenn nun aber die Meridiane gleichlaufend, und zugleich auf den Parallelen ſenk-

recht ſtehen ſollen, ſo müſſen auch letztere ge- radlinigt gezeichnet werden, und ſo würde denn zum Gebrauche des Schiffers die oben (§. 23.) erklärte Entwerfungsart ſich er- geben.

Eine gerade Linie, z. E. ag, auf einer Charte, wie (Fig. XX.), würde alle Meri- diane unter gleichen Winkeln, z. E. gad = giγ, durchſchneiden, und alſo den loxodro- miſchen Weg eines Schiffes abbilden, welches unter einem Kompasſtriche cai ausſeegelte, und wäre nun z. E. dieſer Winkel = 45° weſtlich von dem Meridiane ad, ſo würde ag der loxodromiſche Weg ſeyn, wenn der Schiffer beſtändig nach N. W. (Nordweſt) von a aus- ſeegelte. So würde jede andere gerade Linie, unter dem gehörigen Winkel gegen den Meri- dian des Orts der Ausfarth gezogen, die Weltgegend, oder den Windſtrich (*Rhumb*) bezeichnen, der unter dieſen oder jenen Umſtänden verlangt würde.

§. 43.

Plancharten, Plattcharten.

(*Cartes planes*)

I. Sind bey den Schiffern keine andern, als die oben (§. 23.) erklärten. Ihre Ver- zeichnung iſt die einfachſte unter allen, und

folglich auch für den Schiffer die bequ
um den Ort ſeines Schiffs, ſo wie
durch die geographiſche Länge und Brei
ſelben, durch Beobachtungen auf der S
funden hat, einzutragen. Sind ferne
Oerter auf der Charte vorgegeben, ſ
die gerade Linie zwiſchen beyden, den l
miſchen Weg vor, deſſen Compasſtri
durch den Winkel dieſer Linie mit den
dianen der Charte ergiebt. Um dieſe C
oder Windſtriche, in Anſehung der
gend, bequem angeben zu können, ſo w
einem ſchicklichen Orte auf der Charte
beſten in der Mitte derſelben, eine ſoge
Windroſe (ein in 32 Theile einge
Kreis) gezeichnet, welcher die Hauptwel
den, Norden, Süden, Weſten, Oſte
die dazwiſchen fallenden, als Nordoſt,
oſt ꝛc. NordNordOſt u. d. gl. durch
welche über den ganzen Raum der Cha
dem Mittelpunkte dieſer Roſe ausl
darſtellt.

II. Soll nun auf der Charte, von
gewiſſen Orte aus, ein Windſtrich,
S. O. (Süd-oſt), markiret werden,
deſſen ein Schiffer ſeegeln wollte, ſ
man durch dieſen Punkt auf der Chart
eine gleichlaufende Linie, mit der S. O
der Windroſe, ſo iſt die Sache geſcheh

III. Iſt auf einem ſolchen Windſtriche eine gewiſſe Strecke Wegs zurückgelegt worden, ſo darf man nur den, vermittelſt der Logleine gemeſſenen Weg, auf dieſen Windſtrich von dem Orte aus, wo ſich das Schiff zuerſt befand, in geographiſchen, oder Seemeilen, auftragen, ſo hat man den Punkt auf der Charte, wo ſich das Schiff, nach Zurücklegung jenes Weges, befindet, und ſo iſt es denn leicht, auf Charten dieſer Art, die Aufgaben, die dem Schiffer täglich vorkommen, aufzulöſen.

IV. Weil indeſſen die Entwerfungsart (§. 23.) darinn zu ſehr von der Natur abweicht, daß die Grade auf den Parallelen nicht ihr richtiges Verhältnis zu denen der Meridiane haben, ſo würde, wenn man nach (II. und III.) verführe, um den Ort des Schiffs zu beſtimmen, die geographiſche Länge und Breite deſſelben ſehr fehlerhaft ausfallen, ſo wie denn umgekehrt Oerter, welche nach der richtig beobachteten Länge und Breite eingetragen worden wären, in Anſehung ihrer Diſtanzen unrichtig ausfallen würden. Auch könnten die Windſtriche von einem Orte zu einem andern, nicht mehr mit denen auf der Kugel übereinſtimmen.

1. Wäre z. E. (Fig. XX.) a der Ort eines Schiffs, und g ein anderer, der Unter

ſchied der geographiſchen Breiten derſel
μ Grade, die Breite des Orts a =
der Unterſchied ihrer Längen = $\lambda°$,
dem rechtwinkl. Dreyecke gad auf der
die Diſtanz ag = $15\sqrt{(\mu^2 + \lambda^2)}$
Meilen (§. 25. 5.). Liegen nun a
nicht zu weit auf der Kugel von einan
fernt (und dies iſt allemahl der Fall,
der Schiffer unter einerley Windſtric
ſeegelt, weil er, theils wegen der Urſ
42. III.), theils wegen Klippen, S
Untiefen u. d. gl. nie lange einerley
beybehalten kan), ſo iſt auf der K
wahre Diſtanz ag ohne merklichen Fe
$15\sqrt{(\mu^2 + \lambda^2 \cos\beta^2)}$ (§. 17.), u
nach das ag auf der Charte, ſeh
lich von dem ag auf der Kugel,
den, ſo wie denn auch umgekehrt, we
auf den Windſtrich ag, die Diſtanz a
tig aufgetragen hätte, die geographiſch
und Breite von g ſehr fehlerhaft her
men würde.

2. Für den Compaßſtrich, oder den
gad auf der Charte, den ich ξ
will, hätte man tang $\xi = \frac{gd}{ad} = \frac{\lambda}{\mu}$.
aber gd das richtige Verhältnis gegen
daß gd = $15.\lambda \cos\beta$, und nicht bl
hier auf der Charte = 15 λ wäre,

wenn der wahre Compaſſtrich $= \zeta$ hieſſe, $\tang \zeta = \frac{\lambda \cos \beta}{\mu}$, und ſo würde denn, wenn z. E. $\gamma ad = \zeta$ der wahre Compaſſtrich wäre, ſich die Tangente des falſchen Compaſſtrichs gad zu der des wahren γad verhalten $=$ 1 : $\cos \beta$, oder man hätte, für die Gleichung zwiſchen beyden

$$\tang \zeta = \tang \xi \cos \beta.$$

3. Wenn alſo a und g auf der Charte richtig nach Länge und Breite eingetragen wären, und der Schiffer wollte nun auf der Kugel, unter einem Compaſſtriche gad $= \xi$, den die Charte von a nach g angiebt, würklich von a nach g ſeegeln, ſo würde er weit von der wahren Richtung abkommen, denn der wahre Compaſſtrich, unter welchem er abſeegeln müßte, wäre eigentlich der Winkel $\gamma ad = \zeta$, den man aus dem falſchen gad, und des Orts a geographiſcher Breite, nach der angegebenen Formel berechnen kan.

4. Für $\beta = 0$, d. h. nur allein unter dem Aequator, wird der Compaſſtrich auf der Charte mit dem auf der Kugel übereinkommen, und $\tang \zeta = \tang \xi = \frac{\lambda}{\mu}$ werden, welches auch der Fall für $\lambda = 0$ ſeyn würde,

d. h. wenn ein Schiff in dem Meridiane ſelbſt ſeegelte.

5. Man ſieht leicht, daß, wenn umgekehrt der Ort eines Schiffes, z. E. g, auf einer ſolchen Platt⸗ oder Plancharte ſeine richtige Stelle, in Anſehung ſeiner geographiſchen Länge und Breite (ſo wie ſie an dem Rande AB und AC der Charte angezeigt wird), erhalten ſoll, man nicht den wahren Windſtrich, unter welchem man von a aus nach g, auf der Kugel fahren müßte, d. h. nicht den Winkel ζ an ad tragen darf, ſondern vielmehr dag einem Winkel ξ gleich nehmen muß, deſſen Tangente $= \frac{\tang \zeta}{\cos \beta}$ wäre.

6. Dann dürfte man auch aus a in g nicht die wahre Entfernung auf der Kugel (1), ſondern blos die nach der Formel ag $= 15 \surd (\lambda^2 + \mu^2) = 15 \mu \surd (1 + \tang \xi^2) = 15 \mu \sec \xi$ gefundene, tragen, wenn g ſeine wahre Stelle, in Anſehung der Länge und Breite, auf der Charte erhalten ſollte.

7. Um dieſe Rechnungen, die in der That ſehr leicht ſind, zu erſparen, pflegen die Schiffer ſich einer Conſtruction zu bedienen, die ich aber, da ich hier nicht die Schiffskunſt lehre, übergehen muß. Man ſehe indeſſen das

wei⸗

weitere von dem Gebrauche der Plan- oder Plattcharten in Röhls Steuermannskunſt und anderen Schriften, welche von der Schiffskunſt handeln.

8. Man hat ſich ſolcher Plattcharten ſchon ſeit langer Zeit auf der See bedient, oft ganz ohne alle Theorie derſelben, und ohne Betrachtung des Fehlers, der entſteht, wenn die Windſtriche und Diſtanzen auf der Charte für die wahren oder umgekehrt genommen werden. (*Encyclopaedie methodique.* a Paris 1784. *Mathematiques.* art. *Cartes hydrographiques*) Die Urſache, warum man dieſe Fehler ſo lange nicht bemerkte, mag wohl die ſeyn, daß man gewöhnlich nicht lange auf einem und demſelben Windſtriche blieb, und wieder einlenkte, ſo bald die aſtronomiſchen Beobachtungen eine merkliche Abweichung des Schiffs von der zu nehmenden Route anzeigten. Die Abweichungen ſelbſt ſchrieb man alsdann andern Urſachen zu, z. E. der unrichtig beſtimmten Geſchwindigkeit des Schiffs, Strömen, die es ablenkten u. dgl. Indeſſen werden auch noch gegenwärtig die Plancharten häufig auf kleinen Seereiſen gebraucht. Die Art, nach dieſen Charten zu ſchiffen, nennen die Engelländer Plain Sailing, die Franzoſen naviger ſur la plat. Der Name Plan-charten ſoll daher rühren, daß ſie eine Art von Abwickelung der Kugelfläche in eine Ebene darſtellen,

ſtellen. Wenn man ſich nemlich die Meridiane als biegſame Linien, und die Parallelkreiſe als biegſame und dehnbare gedenkt, und nun die ganze Oberfläche der Kugel dergeſtalt abwickelt, daß die Meridiane in gerade und parallele Linien gebogen, und die Parallelkreiſe dergeſtalt gedehnt werden, daß ſie als gerade auf den Meridianen ſenkrechte Linien erſcheinen, die Oberfläche einer Halbkugel ſelbſt aber zu einem Rechteck werde, deſſen Grundlinie dem Umfange des Aequators, und die Höhe dem Quadranten eines Meridians gleich werde, ſo ſoll dieſe Abwickelung der Kugelfläche alsdann durch jene Plan- oder Plattcharten dargeſtellt werden. — Ob ſie gleich als fehlerhaft ſchon vom Ptolomäus in ſeiner Geographie verworfen worden, ſo hat ſie dennoch der Portugieſiſche Prinz Heinrich (1420), der die Inſel Madera entdeckte, und den Weg nach Oſtindien bahnte, in der Schiffskunſt nützlich gefunden, und bey kleinen Seereiſen empfohlen.

§. 44.

Mercators See-charten.

I. Erſt gegen die Mitte des 16ten Jahrhunderts wurde man auf die Fehler der bisherigen Platt-charten aufmerkſam, und ſuchte denſelben durch eine andere Einrichtung, wobey

ben jedoch der Vortheil, die Meridiane als gleichlaufende Linien darzuſtellen, nicht verlohren gienge, abzuhelfen. Gerhard Mercator, ein berühmter Niederländiſcher Geograph, und Eduard Wrigth, ein Engelländer, bemerkten, daß die Fehler der Plattcharten blos daher rührten, daß die Parallelgrade überall gleich groß, und nicht in dem gehörigen Verhältniſſe zu denen des Meridians ſtänden. Allein da die Meridiane nicht gleichlaufend bleiben, folglich auch die Loxodromien nicht durch gerade Linien abgebildet werden könnten, wenn man die Parallelgrade, in dem Verhältniſſe der Coſinuſſe der Breiten, nach den Polen zu abnehmen laſſen wollte, wie (Fig. XXIII.), ſo verfiel man darauf, die Parallgr. lieber von gleicher Größe zu laſſen, und dagegen die Meridiangrade überall ſo zu ändern, daß ſie das richtige Verhältniß zu den erſtern behielten, und alſo wenigſtens auf jedem einzeln Vierecke des Netzes, zu den neben ihnen befindlichen Parallelgraden im Verhältniſſe des Sinus totus zum Coſinus der geographiſchen Breite ſtänden, d. h. in dem Verhältniſſe größer genommen würden, als die gleichgroßen Parallelgrade, in welchem dieſe auf der Kugel nach dem Pole zu, in Anſehung der Meridiangrade, abnehmen würden. Dies giebt demnach Charten mit wachſenden Meridian- aber unveränderlichen Parallel-graden, und darinn beſteht die wichtige

tige Verbeſſerung, welche Mercato
Wrigth den Seecharten, zum Behu
Schiffarth, gegeben haben.

II. Anſtatt daß demnach auf den g
lichen geographiſchen Charten, die P
grade nach den Polen zu abnehmen, u
Meridiangrade durchgehends von einerley
genommen werden, läßt man auf den
charten die Parallelgrade durchgehends
änderlich ſeyn, die Meridiangrade aber
ſtalt nach den Polen zu wachſen, daß,
eines Parallels geographiſche Breite
wäre, der unveränderliche Grad auf
ſelben ſich zu dem neben ihm befin
Meridiangrade verhalte $=$ coſ β : 1,
wie $1 : \frac{1}{\text{coſ}\,\beta}$, d. h. wie 1 : ſec β. Ma
alſo die Meridiangrade von dem Ae
nach den Polen zu, in dem Verhä
der Secante der Breite zunehme
haben ſie überall, gegen die neben i
befindlichen unveränderlichen Paralle
das richtige Verhältnis wie auf der
z. E. unter dem 60ten Grad der
würde ein Grad des Parallels halb ſo
als der neben ihm befindliche Meridi
ſeyn, und folglich würde man den Me
grad noch einmahl ſo groß, als jenen,

müſſen, wenn er gegen jenen ſich wie auf der Kugel verhalten ſollte.

III. Gerhard Mercator gab im Jahre 1550. zuerſt eine ſolche Charte mit wachſenden Graden der Breite heraus. Eduard Wrigth zeigte aber die Theorie, und die Art, ſolche Charten zu verfertigen, in einer Schrift, welche zugleich die Fehler der bisherigen Plattcharten beleuchtete (*Certain errors in navigation detected and corrected*), wovon die zweyte vermehrte Ausgabe zu London 1657. erſchien.

Ich will nun, ehe ich die Verzeichnungsart dieſer Seecharten lehre, noch einige theoretiſche Betrachtungen darüber zum voraus ſchicken.

IV. Es ſey demnach (Fig. XXXII.) MN eine unbeſtimmt gezogene gerade Linie, ein beliebiger Meridian auf der Charte, und ME, ſenkrecht auf MN, ſtelle ein Stück des Aequators, z. E. einen Grad deſſelben, vor. Die Punkte A, B, C, D ꝛc. ſollen auf MN dem erſten, zweyten, dritten ꝛc. Grade der Breite zugehören, und die Parallelen durch A, B, C ꝛc., oder Aa, Bb, Cc ſeyen alle dem Grade der Länge ME auf dem Aequator gleich, ſo muß nach Mercators Grundſätzen

$MA : ME = \sec 1^\circ : 1$; alſo $MA = ME \cdot \sec 1^\circ$

ſeyn

Eben ſo

$AB:Aa$(od.ME)$=$ſec$2^\circ:1$;alſo$AB=ME.$ſec2°

und ſo ferner $BC = ME$ ſec 3°. ꝛc.

Mithin

$$\begin{aligned} MC &= MA + AB + BC \\ &= ME\,(\text{ſec}\,1^\circ + \text{ſec}\,2^\circ + \text{ſec}\,3^\circ) \end{aligned}$$

Und ſo überhaupt, wenn der Punkt N dem nten Grade der Breite zugehören ſollte

$$MN = ME\,.\,(\text{ſec}\,1^\circ + \text{ſec}\,2^\circ + \text{ſec}\,3^\circ \ldots + \text{ſec}\,n^\circ)$$

d. h. um auf dem Netze, nach Mercators Grundſätzen, die Linie MN zu finden, welche auf der Kugel einer geographiſchen Breite von n Graden entſpricht, ſo muß man ME multipliciren in die Summe aller Secanten von 0° bis auf n°.

V. Indeſſen ſoll Mercators Satz nicht blos für die einzelnen Grade der Breite, ſondern durchaus für jede noch ſo kleinen Theile der geographiſchen Breite gelten. Wenn demnach z. E. die geographiſchen Breiten nicht von Graden zu Graden, ſondern von Minuten zu Minuten genommen würden, und die geographiſche Breite des dem Punkte N zugehörigen Punktes auf der Kugel $= v$ Minuten wäre, ſo müßte man, um MN auf der Charte zu finden, die Linie ME, welche jetzt eben-

ebenfalls eine Minute des Aequators vorſtelle, multipliciren in die Summe aller Secanten von 1′ bis ν Minuten, oder es wäre

$$MN = ME\,(\text{ſec}\,1' + \text{ſec}\,2' + \text{ſec}\,3' \,..\, + \text{ſec}\,\nu')$$

Und wollte man MN noch genauer finden, ſo müßte die Summe aller Secanten von Secunden zu Secunden genommen werden.

VI. Dieſe Summirung geradezu aus den Tafeln zu bewerkſtelligen, mögte nun wohl eine ſehr läſtige Arbeit ſeyn. Wer indeſſen nichts von der Integral-rechnung verſteht, würde auf dieſem Wege einſehen, wie man wenigſtens beynahe den Werth von MN, welcher einer gegebenen geographiſchen Breite zugehört, finden könnte. Die Integralrechnung lehrt dies auf einem viel kürzern Wege zu bewerkſtelligen. Das Verfahren iſt folgendes.

VII. Es ſey X ein beliebiger Punkt auf dem Charten-Meridiane MN. Sein Abſtand MX von dem Aequator ME ſey auf der Charte = y, und ihm entſpreche auf der Kugel die geographiſche Breite φ. Nun ſey M Xx = y + dy, und dem Punkte x entſpreche auf der Kugel die geographiſche Breite φ + dφ, ſo iſt, wenn der kleine Bogen dφ auf der Kugel in Decimaltheilen des Halbmeſſers verſtanden wird, und man nun den Halbmeſſer der Erde in geogr. Meilen = r

ſetzt, der Ausdruck $rd\varphi$ das Elemen
Meridians auf der Kugel, durch
ausgedrückt.

VIII. Gedenkt man ſich nun au
Aequator einen Bogen, deſſen Werth in
len $= \lambda$ heiße, und hier in der Fig
Linie ME gleich ſey, ſo würde der
dieſes Bogens auf einem Parallel, deſſe
graphiſche Breite φ wäre, $= \lambda \cos \varphi$.

Wie ſich alſo dieſer Werth verhält z
obigen Elemente des Meridians, alſo zu
ſo ſoll ſich, nach Mercators Grundſätze
Linie ME, oder $Xq = \lambda$, zu dem El
dy des Chartenmeridians verhalten.
giebt alſo die Proportion

$$\lambda \cos \varphi : rd\varphi = \lambda : dy \quad \text{oder}$$

$$dy = r . \frac{d\varphi}{\cos \varphi}$$

welches integrirt den Werth von MX
geben wird, welcher jeder geographiſchen
φ auf der Kugel entſpricht.

IX. Nun iſt aber aus (Trig. S. X
3.), wenn a einen beliebigen Bogen bed

$$\frac{d \log \tan a}{B} = \frac{2 da}{\sin 2a}$$

wo, wenn die briggiſchen Logarithmen ver⸗ſtanden werden, $B = \frac{1}{A} = 0,43429$.. (Trig. S. XLV.), alſo $\frac{1}{B} = A = 2,30258$.. ge⸗ſetzt werden muß. Demnach wenn man $a = 45° + \frac{1}{2}\varphi$, alſo $da = \frac{1}{2}d\varphi$, und folglich $\sin 2a = \sin(90° + \varphi) = \sin(90° - \varphi) = \cos\varphi$ ſetzt

$$2,30258 . d . \log \text{brigg} \tang(45° + \tfrac{1}{2}\varphi) = \frac{d\varphi}{\cos\varphi}$$

Demnach iſt das Integral von $\frac{d\varphi}{\cos\varphi}$ gleich dem briggiſchen Logarithmen der Tangente von $45° + \frac{1}{2}\varphi$, multiplicirt mit dem Decimalbruche 2,30258.. Folglich hat man (VIII.)

$$y = r . 2,30258 .. \log \text{brigg.} \tang(45° + \tfrac{1}{2}\varphi)$$

wo, wenn man y in geographiſchen Meilen finden will, $r = 859,4366$ (§. 34. VIII.) mithin wegen $859,4366 . 2,30258 .. = 1978,92$

$$y = 1978,92 . \log \text{brigg.} \tang(45° + \tfrac{1}{2}\varphi)$$

geſetzt werden muß.

Der Logarithme von 1978,92 iſt = log r + log 2,30258 .. = 3,2964296 aus den Vegaiſchen Tafeln.

X. Es erhellet alſo, wie man f
geographiſche Breite φ, den zugehörigen
von y geradezu ohne Summirung d
canten, durch die Formel (IX.),
kan. Hier iſt ein Beyſpiel.

Geſetzt, man wolle MX = y
45ten Grad der Breite finden, ſo iſt φ =
und $45° + \frac{1}{2}\varphi = 67\frac{1}{2}°$. Nun iſt
Sinus totus 1, der briggiſche Logarith
Tangente von $67\frac{1}{2}° = 10,3827757$ —
0,3827757. Dieſen Decimalbruch müß
alſo mit 1978,92 multipliciren, um y
graph. Meilen zu erhalten. Um dieſe
plication zu erſparen, iſt aus Vegas
mit Zuziehung der Proportionaltheile

log 0,3827757 = 0,5829444 — 1
log 1978,92 = 3,2964296 (IX

alſo log y = 2,8793740

Demnach y = 757,49 geogr.

XI. So viel Meilen müßte m
(Fig. XXXII.) von dem Punkte M
quators auf der Charte, bis an X hera
men, wenn der Punkt X dem 45te
der Breite zugehören ſollte.

Bedeutete nun ME auf dem

man ſolcher Theile, wie ME, ſo viele von M nach X tragen müſſen, als der Ausdruck 4.757,49, oder die Zahl 3029,96 angeben würde. D. h. man müßte MX beynahe 3030 Minuten, oder $50\frac{1}{2}$ Graden des Aequators gleich nehmen. Die Grade auf dem Meridiane MN wachſen alſo nach Mercators Entwerfungsart dergeſtalt vom Aequator M bis zum Punkte X, welcher dem 45ten Grad der Breite entſpricht, daß MX ſchon $50\frac{1}{2}$ Aequatorsgraden gleich wird, da hingegen, wenn die Grade der Breite ſich überall gleich verblieben, wie auf den Plattcharten (§. 43.), MX nur 45 Aequatorsgrade betragen würde, vorausgeſetzt, daß die Erde ſelbſt eine Kugel, und folglich die Aequatorsgrade den Meridiangraden gleich wären.

XII. Um die Addition der Secanten, oder auch die Rechnung nach (X.) zu erſparen, hat man Tabellen berechnet, aus denen man für jede geographiſche Breite φ ſogleich den zugehörigen Werth von MX oder y herausnehmen kan. Man findet dieſe Tafeln in Büchern, welche von der Schiffskunſt handeln, z. E. in *Bouguer traité de la navigation*, nach der de la Cailliſchen Ausgabe 1769, unter der Aufſchrift: Tafel der wachſenden Breiten, *Tables de latitudes croiſſantes* (*Tables of meridional parts* bey den Engelländern, z. E. in *Robertſons Elements of*

of Navigation). Die Erde iſt dabey für eine Kugel genommen. *l'Abbé de Caluſo, de la navigation ſur le ſpheroide elliptique, ſes loxodromies et ſon plus court chemin* in den *Mem. de l'Ac. R. des ſciences de Turin* 1788 und 1789. giebt eine Tafel für die wachſenden Breiten durch alle Grade der Breite, in Seemeilen, und eine Tafel von Meilen auf dem Aequator, in eben ſolchem Maaße, wenn die Erde als ein elliptiſches Sphäroid betrachtet wird.

In Röhls Steuermannskunſt, Greifswalde 1778. hat die XIII Tafel die Aufſchrift: Tabelle für die Länge der Grade in den ausgeſtreckten Breiten, oder ſogenannte Meridionaltheile. Sie geht durch alle einzelne Grade und Minuten der geographiſchen Breite von 0° bis 90°, und giebt die Werthe von MX oder y in Minuten des Aequators an. Z. E. für $\varphi = 45°$ iſt $y = 3030'$ angegeben, wie nach der Rechnung (XI.). Will man die Werthe von y, in Meilen gebrauchen, ſo darf nur jedes y dieſer Tafel mit 4 dividirt werden, weil 1 Minute des Aequators $= \frac{1}{4}$ geogr. Meile. Hier iſt ein Auszug aus dieſer Tafel nur für die einzelnen Grade der Breite.

φ	y	φ	y
0	0,0	2	120,0
1	60,0	3	180,1

φ	y	φ	y
4	240,2	34	2171,5
5	300,4	35	2244,3
6	360,7	36	2318,0
7	421,1	37	2392,7
8	481,6	38	2468,3
9	542,2	39	2545,0
10	603,1	40	2622,7
11	664,1	41	2701,6
12	725,3	42	2781,7
13	786,8	43	2863,1
14	848,5	44	2945,7
15	910,5	45	3030,0
16	972,8	46	3115,6
17	1035,3	47	3202,8
18	1098,2	48	3291,6
19	1161,5	49	3382,1
20	1225,1	50	3474,5
21	1289,2	51	3568,8
22	1353,7	52	3665,2
23	1418,7	53	3763,8
24	1484,1	54	3864,7
25	1550,0	55	3968,0
26	1616,5	56	4073,9
27	1683,6	57	4182,7
28	1751,2	58	4294,3
29	1819,5	59	4409,2
30	1888,4	60	4527,4
31	1958,1	61	4649,3
32	2028,4	62	4775,0
33	2099,6	63	4905,0

φ	y	φ	y
64	5039,5	78	7744,
65	5178,8	79	8045,
66	5323,6	80	8375,
67	5474,0	81	8739,
68	5630,9	82	9145,
69	5794,6	83	9605,
70	5966,0	84	10137,
71	6145,7	85	10764
72	6334,9	86	11532,
73	6534,5	87	12522,
74	6745,7	88	13916,
75	6970,3	89	16299
76	7210,1	90	unend
77	7466,2	.	

XIII. Aus dieſer Tafel kan man wie viel Minuten des Aequators, un lich auch, wie viel geographiſche Meil Mercators Charte jeder Grad der oder jeder Meridiangrad, unter jede ſtande vom Aequator faſſen würde. Z.

Für $\varphi = 45^\circ$ iſt $y = 3030',0$
$\varphi = 46$ . . $y = 3115,6$

Alſo wäre der Grad des Meridia 45ten bis 46ten Grad des Abſtands v quator $= 3115,6 - 3030,0 = 85,6$ ten $=$ 21,4 geogr. Meilen. Von

15 geographiſche Meilen erhalten. Alſo würde unter dem 45ten Grad der Breite, ein Grad des Meridians auf Mercators Charte ſchon um 21,4 — 15, oder um 6,4 geogr. Meilen größer ſeyn, als unter dem Aequator, unter 0° der Breite, und ſo wachſen demnach die Grade der Breite immer mehr und mehr nach dem Pole zu, und unter dem Pole ſelbſt würde der Meridiangrad unendlich werden. Jeder Meridiangrad wird aber gegen den neben ihm befindlichen, immer von gleicher Größe bleibenden, oder unveränderlichen Parallelgrad genau das Verhältnis haben, welches auf der Kugel ſtatt findet.

Man ſieht hieraus, daß ein Land, welches in ein Netz, nach Mercators Art gezeichnet würde, ſeine wahre Figur nicht behalten kan, ſondern nach den Polen zu immer mehr und mehr ausgedehnt erſcheinen muß, ſo wie die Meridiangrade zunehmen. Allein ſo ſehr es, im Ganzen genommen, von der Natur abweichen wird, ſo iſt doch jeder einzelne kleine Theil deſſelben, ohne merklichen Fehler, dem Originale ähnlich, wenn man ihn nach dem gehörigen Maasſtabe beurtheilt. Man muß ſich vorſtellen, daß der Maasſtab, nach welchem die Diſtanzen der Oerter auf der Charte gemeſſen werden, gleichſam mit jedem Grad der Breite zunimmt, und alſo nicht von einer conſtanten Größe iſt, wie in dem Falle,

wenn die Meridiangrade ſich gleich verbleiben. Wollte man z. E. diejenigen Meilen, welche auf der Charte dem 15ten Theile eines Meridiangrades unter dem Aequator entſprechen, auch zu Meſſung der Diſtanzen von Oertern, welche zwiſchen dem 45ten und 46ten Grad der Breite fallen, anwenden, ſo würden dieſe Diſtanzen viel zu groß ausfallen. Man würde z. E. wenn beyde Oerter in einerley Meridiane lägen, und der eine unter dem 45ten Grad der Breite, der andere aber unter dem 46ten fiele, für die Diſtanz derſelben auf der Charte 21,4 geographiſche Meilen nach dieſem Maasſtabe finden, und doch wären dieſe beyden Oerter auf der Kugel nur um 15 geograph. M. von einander entfernt, und ſo würden denn auf eine ähnliche Art die Diſtanzen aller Oerter, zwiſchen dem 45ten und 46ten Grad der Breite, zu groß angegeben, wenn man den Meilenmaasſtab unter dem Aequator beybehalten wollte.

Man ſieht leicht, daß, wenn die Diſtanzen zwiſchen dem 45ten und 46ten Grad der Breite, ſich richtig ſollen meſſen laſſen, man hier einen Maasſtab anwenden müßte, auf welchem die Theile, welche Meilen bedeuten, nur größer gemacht werden müßten, als diejenigen, welche unter dem Aequator Meilen vorſtellen, und zwar in dem Verhältniſſe größer, in welchem der Meridiangrad unter

dem

dem 45ten Grad der Breite auf Mercators Charte größer, als der unter dem Aequator iſt, d. h. man darf nur den Grad auf der Charte, welcher von 45° bis 46° der Breite ſich erſtreckt, in 15 gleiche Theile theilen, ſo hat man die Theile, welche innerhalb dieſes Abſtandes vom Aequator, die geographiſchen Meilen vorſtellen, und womit die Diſtanzen der Oerter gemeſſen werden können. Und ſo wächſt demnach der Meilenmaasſtab mit den Meridiangraden ſelbſt, wird er aber in der gehörigen Größe in jedem einzeln Viereck e des Netzes angewandt, ſo ſind in demſelben die Diſtanzen der Oerter verhältnismäßig, wie auf der Kugel, richtig, und das ganze Netz verhält ſich gleichſam, als wenn man mehrere einzelne Stücke der Erdfläche, jedes nach ſeinem Maasſtabe richtig gezeichnet, unter einander verbunden hätte.

Genau genommen, würde ſich nun eigentlich der Meilenmaasſtab von jedem Punkte des Meridians zum nächſtfolgenden ändern, und alſo nicht einmal innerhalb eines Grades ſich gleich verbleiben. So lange indeſſen dieſe Aenderung nicht groß iſt, ſetzt man ſie beyſeite, um den Gebrauch der Seecharten nicht zu erſchweren, bey welchen ohnehin nicht die größte Schärfe verlangt wird. Nur nahe bey den Polen, unter ſehr großen geographi-

Grades die Verſchiedenheit des Meilenmaaſsſtabes in einige Betrachtung kommen. Der wichtigſte Vortheil, den Schiffer von Charten, nach Mercators Entwerfungsart, haben, iſt der Parallelismus der Meridiane, welcher verſtattet, die Loxodromien geradlinigt zu zeichnen. Nach den bisherigen Vorbereitungen wird es nun leicht ſeyn, folgende Aufgabe aufzulöſen.

§. 45.

Aufgabe. Ein Netz nach Mercators Grundſätzen zu zeichnen.

Auflöſ. I. Man ziehe durch die Mitte des zu entwerfenden Netzes eine gerade Linie MN, welche den mittelſten Meridian der Charte vorſtellen wird (Fig. XXXIII. Tab. III.).

II. Geſetzt nun, das Netz ſollte ſich vom 10ten Grad ſüdlicher Breite, bis zum 50ten nördlicher erſtrecken, und die beyden äuſſerſten Meridiane ſollten um 25 Grade der Länge, von dem mittelſten MN abſtehen.

III. Man nehme auf MN an einer ſchicklichen Stelle einen Punkt o an, welcher zu o Grad der Breite gehören ſoll, durch welchen alſo der Aequator gezogen werden muß, welcher hier durch eine gerade, auf MN ſenkrecht ſtehende Linie IK abgebildet wird.

IV.

IV. Auf dieſe Linie IK trage man, rechts
nd links von dem Punkte o aus, gleiche
Theile, aus o in 5; 10; 15; 20; 25; de-
ren jeder 5 Grade der Länge bezeichne, ſo
hat man auf IK, von 25 bis 25, die 50
Grade der Länge, auf welche ſich die Charte
erſtrecken ſoll (II). Wenn es die Größe die-
ſer Theile verſtattet, kan man jeden noch in
5 kleinere Theile, oder noch in mehrere ein-
theilen, welche denn die einzeln Grade der
Länge und Theile derſelben vorſtellen. Durch
die einzeln Punkte, o; 5; 10; ꝛc. der Linie
IK ziehe man nun Parallel-linien mit MN, ſo
hat man die übrigen Meridiane der Charte.

V. Ich ſetze, daß nun ebenfalls von 5
zu 5 Graden der Breite, die Parallelen mit
IK gezogen werden ſollen.

Man ſuche demnach aus der Tafel (§.
44. XII.) von 5 zu 5 Graden der Breite, die
Werthe von y; ſo erhält man von 0° bis
5°, den Werth von y = 300,4 Minuten des
Aequators, oder $\frac{300,4}{60}$, d. h. 5°. 0′ des Ae-
quators. Von o bis 10° iſt y = 603,1 M.
= 10° 3′ des Aequators. (Ich laſſe hier
die Decimaltheile von Minuten weg, weil ſie
auf einer Charte, die ſich auf ſo viel Grade
der Breite erſtreckt, nothwendig unſichtbar aus-

Von 0° bis 15° der Breite;			y = 15°. 10′
0 — 20	. . .		y = 20 . 25
0 — 25	. . .		y = 25 . 50
0 — 30	. . .		y = 31 . 28
0 — 35	. . .		y = 37 . 24
0 — 40	. . .		y = 43 . 43
0 — 45	. . .		y = 50 . 30
0 — 50	. . .		y = 57 . 54

VI. Man trage alſo auf den Meridian MN aus o in α, β, γ, δ ꝛc. die Werthe von y für die nördlichen Breiten aufwärts, und bediene ſich des Aequators IK, als eines Maasſtabes, die Werthe von y in Graden und Minuten abzufaſſen. Neben die Punkte α, β, γ ꝛc. ſchreibe man Zahlen (welches auch an dem Rande der Charte geſchehen kan), um die geographiſchen Breiten zu bemerken, welchen dieſe Punkte, oder die Parallelen, welche man durch ſie zieht, zugehören. Eben ſo verfahre man für die ſüdlichen Breiten, ſo wird ſich zeigen, wie auf MN die Meridionaltheile von o bis 5, von 5 — 10 ꝛc. nach den Polen zu immer größer werden. Die Minuten beym Abfaſſen der Werthe von y werden nur nach dem Augenmaaße geſchätzt, wenn die Grade des Maasſtabes IK, der auch irgendwo anders auf der Charte gezeichnet ſeyn kan, ſchon ſelbſt ſehr klein ausfallen. Wird die Zeichnung groß gemacht, ſo kan man die

Grade

Grade auf IK ſelbſt noch in kleinere Theile eintheilen.

VII. Man ſieht leicht, daß, wenn auf der Charte der Aequator nicht ſelbſt vorkommen, ſondern ſich das Netz z. E. nur vom 20ten bis zum 40ten Grad der Breite erſtrecken ſollte, man in dieſem Falle nicht die Werthe von y geradezu, ſondern ihre Unterſchiede von dem kleinſten derſelben (der der kleinſten geographiſchen Breite zugehört) auftragen müſſe. D. h. wenn HG den Parallel durch δ, den 20ten Grad der Breite, vorſtellt (wo man HG eben ſo, wie IK, eintheilt, und zum Maaßſtabe gebraucht), ſo nimmt man $\delta a = oa - o\delta = 25°.\ 50' - 20°.\ 25' = 5°.\ 25'$, dann $\delta\varepsilon = o\varepsilon - o\delta = 31°.\ 28' - 20°\ 25' = 11°.\ 3'$ u. ſ. w., ſo erhält man die Punkte δ, a, ε, η ꝛc., durch welche man die Parallelen ziehen muß.

VIII. Iſt nun endlich, nach Ziehung aller Parallelen, das Netz vollendet, ſo zeichnet man auch noch an einem ſchicklichen Orte eine Windroſe hinein, um die 32 Weltgegenden, oder die Compaßſtriche angeben zu können. Hier in der Figur iſt aus a der Kreis beſchrieben, deſſen in 32 Theile (welches durch fortgeſetzte Halbirung geſchehen kan) getheilter Umfang, dieſe Compaßſtriche anzeigt. Aus dem Mittelpunkte dieſes Kreiſes zieht man

durch die Theilpunkte Linien über
Netz, und ſchreibt neben ſie die
den, deren hier nur einige benann
(Norden), NNO (Nord-Nord-
(Nord-Oſt), NO$\frac{1}{4}$O (Nordoſt $\frac{1}{4}$
ſ. w. Die Benennung der weſtli
ſtriche iſt eben ſo, nur daß überall
Oſt geſetzt werden muß. Es verſteh
bey der Eintheilung des Kreiſes,
von Norden nach Süden, allemal
Meridianen der Charte gleichlaufen
wornach ſich denn die Lage der ü
tet. Wenn man es nöthig befind
an dem Rande der Charte die Th
ſich auf die Grade der Länge und
ziehen, noch, wie gewöhnlich,
Theile getheilt werden.

IX. Bey dem Eintragen der
ihrer geogr. Länge und Breite ver
wie ſchon oft in ähnlichen Fällen
den, und wovon man leicht die
auf gegenwärtige Entwerfungsart n

X. Der Maasſtab zu Meſſu
ſtanzen iſt, wie bereits oben erwäh
in jedem einzeln Vierecke dieſes N
derlich, und richtet ſich nach de
Meridiangrades in dieſem Viereck

Lägen z. E. ein paar Oerter

ſich der Maaßſtab nach dem Meridional
εη auf der Charte richten. Theilte man
hier etwa in 5 gleiche Theile, ſo würde d
jeder einen Grad der Breite bedeuten,
wieder in 15 gleiche Theile eingetheilt we
müſſen, um den Maaßſtab für die geogr
Meilen zur Meſſung der Diſtanzen, inner
des Raumes εη zu erhalten. Da ind
aber ſchon zwiſchen dem 30ten und 3
Grad der Breite, die einzeln Meridiang
nicht mehr durchaus ohne Fehler von gle
Länge ſind, ſo kommt es darauf an, ob
Ungleichheit in die Augen fallen würde,
nicht. Iſt das leztere, ſo theilte man
geradezu den Raum εη in 5 gleiche Th
und verführe, wie gezeigt worden. Wäre
die Ungleichheit merklich, ſo müßte man au
Tafel (§. 44. XII.) die Meridionaltheile
für die einzeln Grade unmittelbar auftra
und jeden alsdann für ſich in 15 gleiche T
eintheilen, um die geographiſchen Meile
erhalten. So iſt z. E. vom 30ten Grad
Breite bis zum 31ten der Meridionalthei
1958 — 1888 = 70 Min. = 1°. 10′
Aequators; und ſo vom 30ten bis zum 3
Grad der Breite der Meridionaltheil =
= 2°. 20′, welches denn bis zum 3
Grad der Breite, der Ordnung nach folg
Meridionaltheile giebt, 1°. 10′; 2°.
3°. 31′; 4°. 43′; 5°. 56′, die man

wärts, bis η tragen kan, um
Grade zu erhalten, deren jeden
in 15 Theile eintheile. Die Unter
ſer Meridionaltheile gehen in folg
nung fort, 1°. 10′; 1°. 11′;
1°. 13′, welches zeigt, daß di
Grade innerhalb des Raumes εη,
fähr um 3 Minuten von einander
welches kaum in Betrachtung zu
Man würde daher, ohne merkliche
hier den Raum εη blos in 5 glei
eintheilen. Näher nach dem Pole
aber die Differenzen merklicher werd
könnte alsdann etwa den mittle
dionaltheil (z. E. in obigen
den von 1°. 12′) zur Conſtructio
lenmaasſtabes anwenden.

XI. Auf der See bedient m
wöhnlich der Seemeilen, deren
bald eine andere Anzahl auf einen
hen (§. 11.), daher man ſich de
bey der Eintheilung der Grade zu
wenn die Diſtanzen der Oerter in
beſtimmt werden ſollen.

XII. Sollte nun auf dem Me
ſtanz zweyer Oerter, z. B. B un
die gerade Linie BA auf der Char
werden, ſo meſſe man das Stück

15ten und 20ten Grad der Breite ſtatt findet, dann das Stück pr, nach dem Maaßſtabe zwiſchen dem 20ten und 25ten Grad der Br. und endlich das Stück rA nach Meilen, wie ſie zwiſchen dem 25ten und 30ten Gr. d. Br. ſtatt finden, ſo giebt die erhaltene Summe von Meilen, die verlangte Diſtanz BA. Wenn die geographiſchen Breiten der Oerter B, A, nicht zu groß, und nicht zu ſehr von einander unterſchieden ſind, ſo kan man BA ſchlechtweg, nach dem Meilenmaaßſtabe, wie er ohngefähr der mittlern geograph. Breite der beyden Oerter entſprechen würde, alſo hier ohngefähr nach dem Meilenmaaßſtabe, der dem 23ten Grad der Breite zugehörte, meſſen.

Man kan der Charte die verſchiedenen Meilenmaaßſtäbe beyfügen, ſo wie ſie unter dieſen oder jenen Graden der Breite ſtatt finden, welches zur Meſſung der Diſtanzen ſehr bequem iſt.

§. 46.

I. Der Schiffer kan nunmehr, vermittelſt einer Charte dieſer Art, die Aufgaben, die ihm auf der See vorkommen, genauer, als auf den Plattcharten, durch Zeichnung auflöſen. — Solche graphiſche Operationen heiſſen in der Steuermannsſprache Beſteck

ſetzen. Er muß dergleichen ſo oft, als thunlich iſt, vornehmen.

Geſetzt, er wolle z. E. von einem Orte A, der unter dem 12ten Grade weſtlicher Länge (von dem Meridiane MN angerechnet) und unter dem $27\frac{1}{2}°$ nördlicher Breite läge, nach einem andern B ſeegeln, der unter dem 15 Grad öſtlicher Länge, und dem 15ten der nördlichen Breite läge. Es frägt ſich, unter welchem Compasſtrich er von A nach B ſeegeln muß.

Er würde dies finden, wenn er mit AB durch den Mittelpunkt der Windroſe, eine Parallel-linie an auf der Charte zöge, und nachſähe, auf welchen oder zwiſchen welche Compasſtriche die Linie an fiele. Hier würde ſie ohngefähr in die Mitte zwiſchen SO$\frac{1}{4}$O und OSO fallen Verlangte man den Winkel Man, den an mit den Meridianen der Charte machen würde, in Graden, ſo wäre

$$\text{er} = (5 + \tfrac{1}{2}) \cdot \frac{90°}{8} = \frac{11}{16} \cdot 90° = 61\tfrac{7}{8}\ \text{Gr.}$$

Man muß überlegen, daß jeder Strich der Windroſe hier mit dem nächſtfolgenden einen Winkel von $\frac{360°}{32} = \frac{90°}{8} = 11\frac{1}{4}°$ macht. Es iſt unbequem, daß die Schiffer den Umfang der Windroſe nicht auf eine andere Art einzu-

theilen

theilen gewohnt ſind, z. E. etwa in 36, ſo daß jeder Strich mit dem nächſten eine ganze Zahl von Graden machte.

II. Die Diſtanz AB zu meſſen, würde man hier ohngefähr die Meilen zwiſchen dem 20ten und 25ten Grad der Breite gebrauchen, und demnach die Linie δa, welche 5.15 oder 75 Meilen bedeuten würde, ſo oft es angienge, auf AB tragen, ſo würde ſich, ſo genau es hier im Kleinen auf der Charte geſchehen kan, AB ohngefähr $= 422\frac{1}{2}$ geogr. Meil. finden.

III. Genauer würde man AB aus dem Compaßſtriche bey A, und dem Unterſchiede der geographiſchen Breiten beyder Oerter, oder auch aus dem Unterſchiede ihrer geographiſchen Breiten und Längen, durch Rechnung finden. Die Formeln dazu ſind folgende.

Man fälle von A auf den Parallel durch B ein Perpendikel AC, ſo hat man in dem rechtwinkl. Dreyecke CAB, in welchem ich den Compaßſtrich, oder den Winkel CAB $= \psi$, und AC, oder den Unterſchied der geogr. Breiten in Meilen verwandelt $= b$, und CB oder den Unterſchied der geographiſchen Längen, auf dem Parallel durch B genommen, und nach der Tafel (§. 12.) in Meilen ausgedrückt $= a$ nennen will, folgende Gleichungen

 tang

$$\tan \psi = \frac{a}{b}$$

$$c = b \sec \psi$$

$$c = a \operatorname{coſec} \psi$$

$$c = \sqrt{(a^2 + b^2)}$$

Ex. Nach obigen Datis (I.) wäre AC $= 27\frac{1}{2}^\circ - 15^\circ = 12^\circ\frac{1}{2} = 12\frac{1}{2} . 15 =$ 187,5 Meilen $= b$; Ferner BC $= a =$ $12^\circ + 15^\circ = 27^\circ = 27 . 14{,}488$ Meilen (weil des Parallels BC geogr. Breite $= 15^\circ$ und nach (§. 12.) unter dieſer Br. ein Grad des Parallels $= 14{,}488$ Meil.), alſo $a =$ 391,1 M. Hieraus ergiebt ſich erſtlich für den Compasſtrich, unter welchem man von A aus nach B ſeegeln würde

$$\begin{array}{rl} \log a = & 2{,}5922878 \\ \log b = & 2{,}2730013 \\ \hline \operatorname{l\,tang} \psi = & 10{,}3192865 \end{array}$$

Alſo der Compasſtrich $= 64^\circ . 23'$ (nach Oſten).

Dann weiter

$$\begin{array}{rl} \log \operatorname{ſec} \psi = & 10{,}3633769 - 10 \\ \log b = & 2{,}2730013 \\ \hline \log c = & 2{,}6363782 \end{array}$$

alſo $c =$ 432,9 Meilen.

Begreiflich giebt die Rechnung alles viel ſchärfer, als die Meſſung auf der Charte (I. II.).

IV. Indeſſen begnügen ſich die Schiffer gewöhnlich mit den Reſultaten, wie ſie die Zeichnung ergiebt. Man ſieht übrigens leicht, daß, wenn in dem rechtwinkl. Dreyecke CAB, oder den Gleichungen (III.) die ihm zugehören, zwey Stücke gegeben ſind, ſich die übrigen daraus finden laſſen; Dies giebt mehrere Aufgaben, die man in Schriften über die Schiffskunſt findet, hier aber keiner weitern Erläuterung bedürfen. (Man ſehe Röhls Steuermannskunſt §. 86. ꝛc.) Indeſſen wird doch bey Beſtimmungen dieſer Art immer noch vorausgeſetzt werden müſſen, daß die Oerter A und B nicht gar zu weit von einander entfernt ſind, denn ſonſt darf man ſelbſt den Triangel CAB nicht mehr für geradlinigt auf der Kugel annehmen, oder vielmehr, es würde fehlerhaft ſeyn, den Compasſtrich, oder den Winkel CAB, wie ihn die Rechnung (III.) geben würde, für den wahren auf der Kugel, welchen nemlich ein größter Kreis durch A und B, mit dem Meridiane durch A machen würde, zu nehmen, weil der ſphäriſche Winkel CAB auf der Kugel, dem geradlinigten CAB auf der Charte nicht gleich ſeyn kan. Dem Schiffer kommt es aber auch hiebey auf die größte Schärfe nicht an, weil doch die wahre Stelle des Schiffs immer wie-

der durch aſtronomiſche Beobachtungen von Zeit zu Zeit berichtigt werden muß. So lange das Schiff einerley Cours behält, iſt es immer verſtattet, die Aufgaben ſo aufzulöſen, wie es die Formeln (III.) mit ſich bringen.

V. Nicht auf allen Schiffercharten findet man das Netz, wie (Fig. XXXIII.), ganz ausgezeichnet. Indeſſen ſollten doch wenigſtens an dem Rande der Charte die Theilpunkte für die Grade der Länge und Breite, durch welche man die Parallelen und Meridiane erforderlichen Falles ziehen könnte, bemerkt ſeyn. Auf einer Charte vom Caſpiſchen Meere, welche ich vom Hrn. *de l'Isle* vor mir habe (*Carte marine de la mer caſpienne, levée ſuivant les ordres de ſa Majeſté Szarienne par Mr. Vanverden en* 1719, 20 *et* 21. *et reduite au Meridien de Paris par G. de l'Isle*), ſind zwar an dem Rande die Grade und Minuten der Breite bemerkt, aber nur ein einziger Meridian 47° weſtwärts von Paris iſt darauf zu ſehen, übrigens ſind weder Parallelen, noch andere Meridiane würklich ausgezogen, auch nicht einmahl die Punkte oder Grade der Länge bemerkt, durch welche dieſe Meridiane gezogen werden müßten. Eben ſo auf einer Charte des mittelländiſchen Meeres von Hrn. Maurepas. Auf vielen Seecharten ſind auch nicht einmahl die Grade der Breite an dem Rande bemerkt. Sie beſtehen

blos

blos aus den Linien, welche nach dem Compaſſe die Weltgegenden und Hauptwinde anzeigen, und werden mappae compoſitae per rhombos et diſtantias genannt, d. h. die Lagen der Oerter ſind darauf blos nach den Compasſtrichen und Diſtanzen beſtimmt worden. Wie man daraus würde die Unterſchiede der Längen und Breiten der Oerter finden können, wenn es nöthig wäre, dazu würden die Formeln (III.) den Weg weiſen. Doch müßte dabey wenigſtens eines Orts geographiſche Breite bekannt ſeyn, um den Unterſchied der Längen, ſo wie man ihn aus (III.) in Meilen fände, alſo den Werth von $a = \frac{c}{\operatorname{coſec}\psi}$, in Grade und Minuten verwandeln zu können.

VI. Hingegen auf einer andern ſehr ſchönen Charte von Hrn. *Maurepas, Carte reduite de l'Archipel pour ſervir au Vaiſſeaux du Roi, dreſſée au depots des cartes plans et journeaux de la Marine* 1738, ſind oben und unten auch die Abtheilungen angebracht, durch welche man, vermittelſt Anlegung eines Linials, die Meridiane ziehen, und die Längen der auf der Charte angegebenen Oerter angeben kan, welches freylich für den, der eine ſolche Charte zu anderm, als Schiffergebrauche, anwenden will, ſehr bequem iſt, und eigentlich ſollten alle Seecharten, wie bey den

engliſchen zu geſchehen pflegt, an dem Rande mit den Graden der Länge und Breite gehörig verſehen ſeyn. Die Meridiane und Parallelen brauchen ſelbſt nicht würklich ausgezogen zu werden, weil dies, nebſt den vielen Rhumblinien auf der Charte, zu große Verwirrung machen würde, und auch nicht nöthig iſt, weil ſie als gerade Linien ohnehin leicht zu ziehen ſind.

Der Seecharten, ſowohl einzelner, als großer Atlanten, iſt keine geringe Anzahl. Eine ſehr ſchöne Charte, nach Mercators Art, iſt *A Chart of the World, upon Mercators projection, ſhewing all the new diſcoveries to the preſent time, with the tracts of the moſt diſtinguiſhed navigators ſince the year — carefully collected from the beſt Charts, Maps, Voyages &c. exſtant and regulated from the accurate aſtronomical obſervations made in the three Voyages, performd under the Command of Capt. Jam. Cook in the Years* 1768 — 80. *compiled and publiſhed by A. Arroſmith Geographer.* 1790. 8 Blätter in Landchartenformat. Eines dieſer Blätter enthält blos Maasſtäbe, oder Scalen für die Meſſung der Diſtanzen unter den verſchiedenen Graden der Breite (§. 45. XII.), und ein anderes zwey beſondere Theile der Erde, verſchieden von der Generalcharte, um mehreren Meynungen ein Genüge zu leiſten.

Sehr

Sehr ausführlich iſt der vortrefliche *Atlante maritimo del Regno di Napoli, diſegnato per Ordine del Re, da Gio. Antonio Rizzi Zannoni, Geografo Regio.* —— Der Maaſsſtab dieſer Charten iſt ſo groß, daß 1 Minute (die 7000 neapolitaniſche Palmen beträgt) auf den Parallelen der Charte $6\frac{1}{2}$ pariſ. Linien Duodezimal-Maas beträgt. Der ganze Atlas iſt übrigens mit wachſenden Breiten.

Zu Hrn. Prof. Klügels Encyclopädie hat Hr. Prof. Bode in Berlin eine Weltcharte, nach Mercators Art, gezeichnet. Man ſ. auch den von der königl. Acad. der Wiſſ. zu Berlin herausgegebenen Seeatlas von 12 Blättern, nebſt einer allgemeinen Weltcharte.

Bey den Schiffern werden Charten mit wachſenden Breiten auch reducirte genannt. Die Art, nach denſelben zu ſchiffen, heißt bey den Engelländern Mercators Sailing, bey den Franzoſen naviger par le reduit, oder ſur le rond (die Runden-Schifffarth, um ſie von der Platten (§. 43.) zu unterſcheiden, und weil auf Mercators Charten der Weg des Schiffes auf der Kugel, oder auf der Runde, genauer beſtimmt werden kan, als es die Plancharten verſtatten). Bey den Schiffern wurden die reducirten Charten ohngefähr erſt ums Jahr 1630 eingeführt. Sie

ſind

ſind ohnſtreitig den Plattcharten weit vorzuziehen.

Ein Geograph, der ſich der Seecharten, als Hülfsmittel zur Zeichnung der Landcharten, z. E. bey Beſtimmung der Küſten ꝛc. bedienen will, muß die Theorie der erſtern, und ihre Einrichtung kennen. Das bisherige wird hoffentlich hinlänglich zu dieſem Zwecke ſeyn.

§. 47.

Netze, worauf jedes Land, oder jedes Stück der Erdfläche, nach ſeinem wahren Flächenraume dargeſtellt wird.

I. Die bisher beygebrachten Entwerfungsarten waren ſo beſchaffen, daß ſie zwar mehreren Bedingungen ein Genüge leiſteten, aber nicht gerade allemahl derjenigen, daß die Flächenräume der Länder ihr richtiges Verhältnis unter ſich erhielten. So fallen z. E. die Länder auf Mercators Netze, nach den Polen zu, merklich zu groß aus, wenn man ihren Innhalt nach dem Meilenmaasſtabe, der z. E. unter dem Aequator ſtatt findet, berechnen wollte. Der Maasſtab, zur Berechnung und Vergleichung der Flächenräume einzelner Theile einer ſolchen Charte, müßte begreiflich nach den Polen zu eben ſo zunehmen, als derje-

derjenige, womit man die Diſtanzen mißt (§. 45. X.), welches bey der Berechnung ſolcher Flächenräume etwas unbequem iſt. Wenn demnach die Frage wäre, die Erdfläche ſo zu entwerfen, daß alle einzelne Stücke derſelben nach einerley Maasſtabe, und wie eine Figur in der Geometrie, ſich ſollen berechnen, und richtig vergleichen laſſen, ſo muß dieſe Entwerfungsart beſonders dazu eingerichtet werden.

II. Man kan dieſer Frage auf mehrere Arten ein Genüge leiſten, wohin gewißermaaßen auch ſchon die oben angeführte Entwerfungsart (§. 40. II.) gehört. Die allgemeine Auflöſung dieſer Aufgabe iſt aber hier von keinem Nutzen, wenn ſie auf Conſtructionen führt, welche für die Ausübung zu weitläuftig ſind.

Allgemeine analytiſche Unterſuchungen hierüber kan man indeſſen in einer Abhandlung Hrn. Eulers *de repraeſentatione ſuperficiei ſphaericae ſuper plano (Comm. Ac. Petr. ad annum* 1777. *P. I. pag.* 107 *ſq.)* nachſehen. Hier genüget es, einige der leichteſten hieher gehörigen Entwerfungsarten beyzubringen.

III. Das erſte Verfahren gründet ſich darauf, daß die einzelnen Zonen von dem Aequator nach den Polen zu, in Abſicht auf

ihren

ihren Quadrat-innhalt, ſich verhalten, wie die Sinuſſe der geographiſchen Breiten ihrer obern Parallelkreiſe.

Iſt nemlich der Halbmeſſer der Erde $= r$, folglich der Umfang des Aequators $= 2 r \pi$, wo π die Ludolphiſche Zahl bedeutet, ſo iſt der Innhalt einer Zone, vom Aequator bis an einen Parallelkreis, deſſen geographiſche Breite $= \varphi$ iſt, $= 2 r^2 \pi \sin \varphi$ (§. 20.) $= 2 r \pi . r \sin \varphi$, d. h. = einem Rechtecke, deſſen Grundlinie dem Umfange des Aequators, die Höhe aber dem Halbmeſſer der Erde, multiplicirt in den Sinus der geographiſchen Breite φ, gleich iſt.

IV. Jede Zone läßt ſich alſo als ein ſolches Rechteck zeichnen, und folglich auch jedes Stück derſelben, das zwiſchen zwey Meridianen enthalten iſt, wenn man zur Grundlinie des Rechtecks eine Länge nimmt, welche ſich zum Umfange des Aequators, wie der Unterſchied dieſer Meridiane zu 360°, verhält.

V. Um für jedes φ, die Höhe des Rechtecks, das der Zone gleich iſt, oder den Werth von $r \sin \varphi$ zu finden, wo z. E. der Halbmeſſer der Erde in geographiſchen Meilen ausgedrückt ſey, ſo kan man ſich dazu derjenigen Tafel bedienen, welche bereits in verſchiedenen geographiſchen Büchern vorkömmt, und die Halb-

Halbmeſſer der Parallelkreiſe auf der Kugel, unter jeder geographiſchen Breite angiebt. Da nemlich der Halbmeſſer eines Parallelkreiſes auf der Kugel = r coſ α iſt, wenn α die geographiſche Breite des Parallels bedeutet, dieſe Formel aber der r ſin φ ähnlich iſt, nur daß α = 90° — φ geſetzt werden müßte, ſo darf man aus der Tafel, welche die Werthe von r coſ α, oder die Halbmeſſer der Parallelkreiſe angiebt, nur der Ordnung nach die Werthe für α = 0°; 1°; 2°; 3°; 4° ꝛc. nehmen, um diejenigen zu erhalten, welche der Formel r ſin φ für φ = 90°; 89°; 88°; 87° ꝛc. zukommen würden.

VI. Da dieſe Tafel in der Folge auch noch bey verſchiedenen andern Gelegenheiten gebraucht wird, ſo theile ich ſie hier durch alle einzelnen Grade aus Funks Anfangsgründen der mathemat. Geographie (S. 125.) mit.

φ	r ſin φ	φ	r ſin φ
0	0 geogr. M.	9	134,51
1	15,01	10	149,32
2	30,01	11	164,07
3	45,00	12	178,78
4	60,00	13	193,43
5	74,94	14	208,02
6	89,89	15	222,55
7	104,79	16	237,01
8	119,67	17	251,40

φ	r ſin φ	φ	r
18	265,71	49	6
19	279,95	50	6
20	294,09	51	66
21	308,05	52	67
22	322,11	53	68
23	335,98	54	69
24	349,74	55	7
25	363,40	56	71
26	376,94	57	72
27	390,37	58	72
28	403,68	59	73
29	416,87	60	74
30	429,93	61	75
31	442,87	62	75
32	455,66	63	76
33	468,32	64	77
34	480,83	65	77
35	493,20	66	78
36	505,42	67	79
37	517,48	68	79
38	529,39	69	80
39	541,13	70	80
40	552,71	71	81
41	564,13	72	81
42	575,36	73	82
43	586,43	74	82
44	597,32	75	83
45	608,02	76	83
46	618,54	77	83
47	628,87	78	84

φ	r ſin φ	φ	r ſin φ
80	846,80	86	857,77
81	849,28	87	858,69
82	851,50	88	859,34
83	853,46	89	859,74
84	855,16	90	859,87
85	856,60		

VII. Hr. Funk ſetzt in ſeiner Tafel, die durch alle halben Grade geht, für $\alpha = 0°$, alſo für mein $\varphi = 90°$, den Halbmeſſer der Erde = 859,87. Dies iſt in Decimaltheilen etwas verſchieden von dem oben (§. 34. VII.) gefundenen r = 859,4366., und rührt ohnſtreitig daher, weil er bey der Berechnung dieſes Halbmeſſers, aus dem Umfange der Erde = 15 . 360 = 5400 geogr. Meilen, nicht Decimaltheile genug von der Ludolphiſchen Zahl π genommen hat. Dies hat denn auf die übrigen Zahlen dieſer Tafel den Einfluß, daß ſie in Decimaltheilen etwas unrichtig ſind, und in dem Verhältniſſe 859,87 : 859,4366 verkleinert werden müßten, um die wahren Werthe von r ſin φ für r = 859,4366 zu erhalten. Indeſſen iſt der Fehler für die gegenwärtige Abſicht (V) von keiner Erheblichkeit, und ich habe daher die Mühe nicht übernehmen wollen, eine andere Tafel zu berechnen, weil Decimaltheile von Meilen in den wenigſten Fällen aufgetragen werden,

 und

und Hrn. Funks Zahlen ſich doch wie die wahren verhalten.

VIII. Aus dem bisherigen wird ſich nun einſehen laſſen, wie auf einer Ebene ein Rechteck zu zeichnen wäre, deſſen Flächenraum einer vorgegebenen Zone auf der Kugel gleich ſey, und wie überhaupt ein Netz zu einer Charte entworfen werden könne, daß eines hineingezeichneten Landes Flächen-innhalt, nach einerley Maasſtabe, und blos wie eine Figur in der Geometrie berechnet werden könne, das Land mag ſich über einen ſo großen Theil der Erdfläche, als man will, erſtrecken.

§. 48.

Aufgabe. Ein Netz zu zeichnen, welches der eben angeführten Bedingung ein Genüge leiſtet.

Aufl. I. Geſetzt, es ſolle ſich vom Aequator bis zum 90ten Grad der Breite, alſo bis zum Pole erſtrecken, und von 5 zu 5 Graden der Länge und Breite aufgetragen werden.

II. Man ziehe demnach auf dem Papiere (Fig. XXXIV.) eine gerade Linie MN, welche den mittelſten Meridian des Netzes vorſtelle, und durch M ein Perpendikel AB, welches den Aequator bedeute.

III. $\mu\nu$ ſey ein Maaſsſtab für die geographiſchen Meilen; die größern Theile bedeuten hier allemahl, wie die Zahlen ausweiſen, 100 ſolcher Meilen; der äuſſerſte Theil iſt wieder von 10 zu 10 Meilen abgetheilt; Einzelne Meilen laſſen ſich hier, da die Zeichnung ſo klein gemacht wird, höchſtens nur nach dem Augenmaaße ſchätzen, Decimaltheile von Meilen fallen ganz weg.

IV. Man faſſe von dem Maaſsſtabe erſtlich 5 . 15 oder 75, dann 10 . 15 oder 150; hierauf 20 . 15 oder 300 Meilen u. ſ. w. ab, und trage ſie von M aus, rechts und links nach A und B zu, ſo erhält man von 5 zu 5 Graden die Abtheilung des Aequators, und jeder der gleichen Theile auf AB wird dann 5 Grade, oder 75 Meilen bedeuten.

V. Nun trage man von M aufwärts, nach N zu, von 5 zu 5 Graden, die Werthe von r ſin φ aus der Tafel (§. 47.), d. i. man mache

Ma = 74,94 Meilen des Maaſsſtabes $\mu\nu$
Mb = 149,32 — — — — —
Mc = 222,55 — — — — —
Md = 294,09 — — — — —
u. ſ. w.
MN = 859,87 — — — — —

Verſteht ſich, überall die Decimaltheile von Meilen weggelaſſen, weil man ſie hier wegen

der geringen Größe des Maaßſtabes
faſſen kan, ſo ſind Ma, ab, bc, c
mahl 5 Grade des Meridians, we
man hier ſicht, nach dem Pole zu i
ner und kleiner werden.

VI. Man ziehe hierauf durch
punkte auf AB Parallelen mit M
durch die auf MN Parallelen mit A
das Netz gezeichnet, in welches m
jeden Ort, nach Maasgabe ſeiner
ſchen Länge und Breite, eintragen k
erſtreckt ſich das Netz auf 50 Grade
Man kan neben die Seitenlinien d
lellograms Zahlen ſchreiben, welche
und Breiten bezeichnen, und jede
der Länge und Breite für ſich noch
kleinere Theile, zum Behufe des
der Oerter, eintheilen.

VII. Dieſes Netz wird der
ein Genüge leiſten, daß jedes Rech
ben, z. E. ABLK, AMcL u. d
Stücke einer Zone auf der Kugel
welches zwiſchen den, den Seiten die
ecks entſprechenden Graden der
Breite enthalten iſt, und daß fol
ein Land, das in dies Netz geze
nach dem Meilenmaaßſtabe $\mu\nu$ blos
Figur in der Feldmeßkunſt berechn

§. 49.

Anmerkung. Dieſe Verzeichnungsa
lehrt Hr. Lambert (Beyträge zur M
thematik, III. Th. S. 180.). Er h
daſelbſt das Netz für die ganze Erdfläche a
gebildet.

Da die Meridiangrade auf dieſem Netz
nach den Polen zu, immer kleiner, die Para
lelgrade aber ſich gleich verbleiben, ſo ſie
man leicht, daß ein Land, was in daſſel
verzeichnet würde, ſehr unregelmäßig, zuma
nach den Polen zu, ausfallen muß. Ab
um den Aequator herum, vielleicht bis zu
20ten Grad der Breite, bleibt die Aehnlichk
mit dem Originale noch immer erträglich
und Afrika würde z. E. noch ziemlich gut au
fallen. Uebrigens hat dieſe Entwerfungsa
mit den Seecharten den Parallelismus d
Meridiane gemein. Zur Meſſung der Diſta
zen würde ſie aber ebenfalls nur höchſtens b
zum 20ten Grad der Breite, ohne merkliche
Fehler, gebraucht werden können.

§. 50.

Eine andere Entwerfungsart, daß die Länder dem richtigen Verhältniſſe ihres Flächen-inn- halts erſcheinen.

I. Es ſey (Fig. XXXV. No. 1.) A e
beliebiger Punkt auf der Erdfläche, und PS e

größter Kreis, welcher A zum Pole habe, PS alſo gleichſam ein zu A gehöriger Aequator. B ſey der andere Pol des Kreiſes PS. Man lege durch A und B größte Kreiſe, z. E. APB, AKB, welche gleichſam Meridiane durch die Pole A und B vorſtellen, und wenn nun AKB derjenige Meridian wäre, von welchem man, nach S und P zu auf dem eingebildeten Aequator SKP, die übrigen durch A und B gehenden Meridiane anrechnete, ſo erhellet, daß, wenn man ſich Zonen um die Erdfläche, parallel mit PKS gedächte, dieſe Zonen eben ſo, wie im vorgehenden (§. 48.), auf dem Papiere als Rechtecke entworfen werden könnten, wenn man ſich jetzt unter den geographiſchen Breiten φ, in (§. 47.), nur die Abſtände der Parallelen, wie WE, von dem eingebildeten Aequator PS gedächte.

II. Man würde demnach, um z. E. die Zone WEPS um die ganze Kugel auf dem Papiere (Fig. XXXV. No. 2.) zu entwerfen, ein Rechteck zeichnen, deſſen Grundlinie ps, dem Umfange des eingebildeten Aequators PKS, und die Höhe kr gleich wäre dem Werthe $r \sin \varphi$, unter φ jetzt den Abſtand RK des Parallels WE von PS verſtanden.

III. Ferner würden die Theile, welche auf ps Grade der Länge bedeuten, alle von gleicher Größe (wie die auf AB (Fig. XXXIV.)

XXXIV.)) ausfallen, diejenigen, welche aber auf kr die Grade der Breite, oder des Abſtandes von dem eingebildeten Aequator ps des Netzes vorſtellten, würden von k nach r zu immer kleiner ausfallen (wie die auf dem Netze (Fig. XXXIV) von M nach N), kurz das Netz würde wie dasjenige im vorhergehenden §. beſchaffen ſeyn, nur daß A und B (Fig. XXXV. No. 1.) die Pole ſeyn müßten, welche auf dem Netze (Fig. XXXV. No. 2.) durch a und b dargeſtellt werden.

IV. Nunmehr ſeyen P und S auf der Erdfläche die wahren Pole, und AKB der wahre Aequator, alſo PKS ein wahrer Meridian, und A und B die Pole deſſelben, ſo würde dieſer Meridian auf dem Netze (II.) (Fig. XXXV. No. 2) als eine gerade, in lauter gleichgroße Grade eingetheilte Linie ps erſcheinen (III.), und wenn man nunmehr $k\pi = k\sigma = 90$ ſolcher Grade nähme, ſo würden π, σ, auf dieſem Netze die wahren Erdpole P, S, und die gerade Linie $\pi\sigma$ den Halbkreis PKS abbilden, deſſen ganzer Umfang durch ps vorgeſtellt wurde (II). Der wahre Aequator AB würde hingegen auf dieſem Netze als eine gerade Linie ab erſcheinen, deren Grade von k nach a und b immer kleiner werden würden (III.), und zwar in dem Verhältniſſe des Sinus des Unterſchiedes der Meridiane, welche man ſich

jetzt durch die wahren Pole π, σ, auf dieſem Netze gedenken müßte, von dem mittelſten Meridian $\pi\sigma$ des Netzes, weil jeder Werth, wie kr, auf dem Aequator ab, in dem Verhältniſſe des Sinus des zugehörigen Bogens KR (Fig. XXXV. No. 1.) (II.) (welcher jetzt den Unterſchied zweyer Meridiane, wie PK, PR, auf dem wahren Aequator AKB mißt), ſtehet.

V. Es ſey nun X ein beliebiger Punkt des mittlern Meridians PS, und x der ihm entſprechende auf dem Netze. (Man halte jetzt immer beyde Figuren XXXV. Nro. 1. und XXXV. Nro. 2. neben einander).

UL ſey ein Parallelkreis durch X, und durch einen beliebigen Punkt T deſſelben, gehe ein Meridian PY; Man ſoll die Lage dieſes Punktes T auf dem Netze (IV.), in Anſehung des wahren Aequators ab, zu dem π und σ als Pole gehören, und des mittelſten Meridians $\pi\sigma$, welcher den PS vorſtelle, beſtimmen.

VI. Aufl. 1. Man gedenke ſich durch A, den Pol von PS, einen Quadranten AD, durch T auf PS gezogen, welcher bey D in PS einſchneide. Dieſem Punkte D entſpreche auf dem Netze der Punkt ϑ, ſo iſt klar, daß weil alle größten Kreiſe durch A, wie z. E. AD, AK, auf dem Netze durch gerade, mit

ab

ab gleichlaufende Linien abgebildet werden, der Quadrant AD, durch eine gerade Linie $\vartheta\varkappa$, parallel mit ba, dargeſtellt, und der Punkt T bey τ irgendwo in der Linie $\vartheta\alpha$ abgebildet werden muß, welchen Punkt τ man wird finden können, wenn man für ihn die Werthe $k\vartheta$, $\vartheta\tau$ als Abſciſſe und Ordinate weis.

2. Dieſe Werthe von $k\vartheta$, $\vartheta\tau$ entſprechen auf dem Netze, den Bögen KD, DT auf der Kugel, welche man durch die ſphäriſche Trigonometrie finden kan.

3. In dem ſphäriſchen rechtwinkl. Dreyecke TPD, iſt für den Sinus totus 1,

$$1 : \text{ſin } PT = \text{ſin } TPD : \text{ſin } TD$$

und

$$1 : \text{coſ } TPD = \text{cot } PD : \text{cot } PT$$

Heißt nun des Punktes T geographiſche Länge in Anſehung des mittlern Meridians PS, oder der Winkel TPD $= \lambda$, die geographiſche Breite TY $= \delta$, ſo iſt PT $= 90° - \delta$; alſo nach obigen beyden Proportionen ſin TD $=$ coſ δ ſin λ und cot PD oder tang KD $= \frac{\text{tang } \delta}{\text{coſ } \lambda}$.

Ex. Geſetzt, T ſey weſtlich vom Meridiane PK entfernt um λ = 20 Grade, und δ ſey = 30°, ſo iſt

$\log \cos \delta = 9,9375306$	$l \tang \delta = 9,7614394$
$\log \sin \lambda = 9,5340517$	$l \cos \lambda = 9,9729858$
alſo	
$l \sin TD = 9,4715823$	$l\, t\, KD = 9,7884536$

alſo TD = 17°. 14′ und KD = 31°. 34′.

4. Um demnach den Punkt τ auf dem Netze zu beſtimmen, ſo nehme man auf dem in gleiche Theile oder Grade eingetheilten mittelſten Meridiane kπ, von k nach ϑ, 31°. 34′, und ziehe $\vartheta\alpha$ parallel mit ka; Dann nehme man von ϑ nach τ, 17°. 14′ (die Grade nemlich von dem Aequator ka abgefaßt, ſo wie ſie auf demſelben in abnehmender Größe (IV.) von k nach a fortgehen), ſo iſt des Punktes τ Lage auf dem Netze, in Anſehung des in ungleiche Theile getheilten Aequators ab, und in gleiche Theile getheilten Meridians kπ, angegeben.

5. Damit man nicht nöthig habe, in jedem Falle erſt nach den Formeln (3) zu rechnen, ſo ſind hier zwey Täfelchen, aus denen ſich die Werthe von KD = y, und DT = x, von 5 zu 5 Graden der Länge, oder der Werthe von λ, und 5 zu 5 Graden der Breite, oder der Werthe von δ, leicht herleiten laſſen. (Man ſ. einliegende Tafeln.)

6. Dieſe

e Werthe von u.

50	55	60	65	70	75	80	85
50. 0	55. 0	60. 0	65. 0	70. 0	75. 0	80. 0	85. 0
50.11	55. 9	60. 8	65. 9	70. 5	75. 3	80. 2	85. 1
50.44	55.36	60.30	65.24	70.19	75.14	80. 9	85. 5
51.37	56.21	61. 7	65.55	70.43	75.31	80.21	85.10
52.50	57.53	61.58	6.36	71.15	75.55	80.37	85.18
54.22	58.41	63. 3	7.26	71.57	76.26	80.57	85.29
56.10	60.13	64.20	8.32	72.46	77. 3	81.21	85.40
58.13	61.58	65.46	9.45	73.44	77.46	81.49	85.54
60.30	63.56	67.29	1. 7	74.49	78.34	82.21	86.10
62.58	66. 4	69.18	2.37	76. 0	79.27	82.57	86.28
65.36	68.22	71.15	4.14	77.18	80.25	83.35	86.47
68.22	70.48	73.20	5.58	78.41	81.28	84.17	87. 8
71.15	73.20	75.3	77.48	80. 9	82.34	85. 1	87.30
74.14	75.58	77.4	79.43	81.41	83.45	85.47	87.53
77.18	78.41	80.	81.41	83.17	84.55	86.36	88.17
80.25	81.28	82.3	83.45	84.55	86.10	87.26	88.42
83.35	84.17	85.	85.47	86.36	87.26	88.16	89. 8
86.47	87. 8	87.	87.53	88.17	88.42	89. 8	89.34
90. 0	90. 0	90.	90. 0	90. 0	90. 0	90. 0	90. 0

Ex. Geſetzt, T ſey weſtlich vom Meridiane PK entfernt um $\lambda = 20$ Grade, und δ ſey $= 30°$, ſo iſt

log coſ $\delta = 9{,}9375306$	l tang $\delta = 9{,}7614394$
log ſin $\lambda = 9{,}5340517$	l coſ $\lambda = 9{,}9729858$
alſo	
l ſin TD $= 9{,}4715823$	l t KD $= 9{,}7884536$

alſo TD $= 17°.\ 14'$ und KD $= 31°.\ 34'$.

4. Um demnach den Punkt τ auf dem Netze zu beſtimmen, ſo nehme man auf dem in gleiche Theile oder Grade eingetheilten mittelſten Meridiane kπ, von k nach ϑ, 31°. 34′, und ziehe $\vartheta\alpha$ parallel mit ka; Dann nehme man von ϑ nach τ, 17°. 14′ (die Grade nemlich von dem Aequator ka abgefaßt, ſo wie ſie auf demſelben in abnehmender Größe (IV.) von k nach a fortgehen), ſo iſt des Punktes τ Lage auf dem Netze, in Anſehung des in ungleiche Theile getheilten Aequators ab, und in gleiche Theile getheilten Meridians kπ, angegeben.

5. Damit man nicht nöthig habe, in jedem Falle erſt nach den Formeln (3) zu rechnen, ſo ſind hier zwey Täfelchen, aus denen ſich die Werthe von KD $= y$, und DT $= x$, von 5 zu 5 Graden der Länge, oder der Werthe von λ, und 5 zu 5 Graden der Breite, oder der Werthe von δ, leicht herleiten laſſen. (Man ſ. einliegende Tafeln.)

6. Dieſe

Zu (pag. 378.)

	δ=0	5	10	15	20	25	30	35	40
L=0	0. 0	5. 0	10. 0	15. 0	2[illegible]	[illegible]. 0	30. 0	35. 0	40. 0
5	5. 0	7. 4	11.10	15.48	20.35	25.28	30.23	35.19	40.16
10	10. 0	11.10	14. 6	17.58	22.16	26.48	31.29	36.13	41. 2
15	15. 0	15.48	17.58	21. 6	24.49	28.45	33.14	37.42	42.16
20	20. 0	20.35	22.16	24.49	27.59	31.37	35.32	39.40	43.57
25	25. 0	25.28	26.48	28.54	31.37	34.47	38.20	42. 4	46. 2
30	30. 0	30.23	31.29	33.14	35.32	38.20	41.25	44.49	48.2[illegible]
35	35. 0	35.19	36.13	37.42	39.40	42. 4	44.49	47.51	51. 8
40	40. 0	40.16	41. 2	42.16	43.57	46. 2	48.26	51. 8	54.[illegible]
45	45. 0	45.13	45.44	46.55	48.22	50. 2	52.14	54.36	57.1[illegible]
50	50. 0	50.11	50.44	51.37	52.50	54.22	56.10	58.13	60.3[illegible]
55	55. 0	55. 9	55.36	56.21	57.23	58.41	60.13	61.58	63.5[illegible]
60	60. 0	60. 8	60.30	61. 7	61.58	63. 3	64.20	65.46	67.29
65	65. 0	65. 9	65.24	65.55	66.36	67.29	68.32	69.45	71. 7
70	70. 0	70. 5	70.19	70.43	71.15	71.57	72.46	73.44	74.49
75	75. 0	75. 3	75.14	75.31	75.55	76.26	77. 3	77.46	78.34
80	80. 0	80. 2	80. 9	80.21	80.37	80.57	81.21	81.49	82.21
85	85. 0	85. 2	85. 5	85.10	85.18	85.29	85.40	85.29	86.10
90	90. 0	90. 0	90. 0	90. 0	90. 0	90. 0	90. 0	90. 0	90. 0

Ex. Geſetzt, T ſey weſtlich vom Meridiane PK entfernt um λ = 20 Grade, und δ ſey = 30°, ſo iſt

log coſ δ = 9,9375306	l tang δ = 9,7614394
log ſin λ = 9,5340517	l coſ λ = 9,9729858
alſo	
l ſin TD = 9,4715823	l t KD = 9,7884536

alſo TD = 17°. 14′ und KD = 31°. 34′.

4. Um demnach den Punkt τ auf dem Netze zu beſtimmen, ſo nehme man auf dem in gleiche Theile oder Grade eingetheilten mittelſten Meridiane kπ, von k nach ϑ, 31°. 34′, und ziehe ϑα parallel mit ka; Dann nehme man von ϑ nach τ, 17°. 14′ (die Grade nemlich von dem Aequator ka abgefaßt, ſo wie ſie auf demſelben in abnehmender Größe (IV.) von k nach a fortgehen), ſo iſt des Punktes τ Lage auf dem Netze, in Anſehung des in ungleiche Theile getheilten Aequators ab, und in gleiche Theile getheilten Meridians kπ, angegeben.

5. Damit man nicht nöthig habe, in jedem Falle erſt nach den Formeln (3) zu rechnen, ſo ſind hier zwey Täfelchen, aus denen ſich die Werthe von KD = y, und DT = x, von 5 zu 5 Graden der Länge, oder der Werthe von λ, und 5 zu 5 Graden der Breite, oder der Werthe von δ, leicht herleiten laſſen. (Man ſ. einliegende Tafeln.)

6. Dieſe

Zu (pag. 378.)

	δ=0	5	10	15	20	25	30	35	40
L=0	0. 0	5. 0	10. 0	15. 0	2[illegible]	[illegible]5. 0	30. 0	35. 0	40. 0
5	5. 0	7. 4	11.10	15.48	20.35	25.28	30.23	35.19	40.16
10	10. 0	11.10	14. 6	17.58	22.16	26.48	31.29	36.13	41. 2
15	15. 0	15.48	17.58	21. 6	24.49	28.45	33.14	37.42	42.16
20	20. 0	20.35	22.16	24.49	27.59	31.37	35.32	39.40	43.57
25	25. 0	25.28	26.48	28.54	31.37	34.47	38.20	42. 4	46. 2
30	30. 0	30.23	31.29	33.14	35.32	38.20	41.25	44.49	48.2[illegible]
35	35. 0	35.19	36.13	37.42	39.40	42. 4	44.49	47.51	51. 8
40	40. 0	40.16	41. 2	42.16	43.57	46. 2	48.26	51. 8	54.[illegible]
45	45. 0	45.13	45.44	46.55	48.22	50. 2	52.14	54.36	57.1[illegible]
50	50. 0	50.11	50.44	51.37	52.50	54.22	56.10	58.13	60.3[illegible]
55	55. 0	55. 9	55.36	56.21	57.23	58.41	60.13	61.58	63.5[illegible]
60	60. 0	60. 8	60.30	61. 7	61.58	63. 3	64.20	65.46	67.2[illegible]
65	65. 0	65. 9	65.24	65.55	66.36	67.29	68.32	69.45	71. [illegible]
70	70. 0	70. 5	70.19	70.43	71.15	71.57	72.46	73.44	74.49
75	75. 0	75. 3	75.14	75.31	75.55	76.26	77. 3	77.46	78.3[illegible]
80	80. 0	80. 2	80. 9	80.21	80.37	80.57	81.21	81.49	82.2[illegible]
85	85. 0	85. 2	85. 5	85.10	85.18	85.29	85.40	85.29	86.1[illegible]
90	90. 0	90. 0	90. 0	90. 0	90. 0	90. 0	90. 0	90. 0	90. [illegible]

Ex. Geſetzt, T ſey weſtlich vom Meridiane PK entfernt um $\lambda = 20$ Grade, und δ ſey $= 30°$, ſo iſt

$\log \cos \delta = 9{,}9375306$	$l \tan \delta = 9{,}7614394$
$\log \sin \lambda = 9{,}5340517$	$l \cos \lambda = 9{,}9729858$
alſo	
$l \sin TD = 9{,}4715823$	$l\ t\ KD = 9{,}7884536$

alſo $TD = 17°.\ 14'$ und $KD = 31°.\ 34'$.

4. Um demnach den Punkt τ auf dem Netze zu beſtimmen, ſo nehme man auf dem in gleiche Theile oder Grade eingetheilten mittelſten Meridiane $k\pi$, von k nach ϑ, $31°.\ 34'$, und ziehe $\vartheta\alpha$ parallel mit ka; Dann nehme man von ϑ nach τ, $17°.\ 14'$ (die Grade nemlich von dem Aequator ka abgefaßt, ſo wie ſie auf demſelben in abnehmender Größe (IV.) von k nach a fortgehen), ſo iſt des Punktes τ Lage auf dem Netze, in Anſehung des in ungleiche Theile getheilten Aequators ab, und in gleiche Theile getheilten Meridians $k\pi$, angegeben.

5. Damit man nicht nöthig habe, in jedem Falle erſt nach den Formeln (3) zu rechnen, ſo ſind hier zwey Täfelchen, aus denen ſich die Werthe von $KD = y$, und $DT = x$, von 5 zu 5 Graden der Länge, oder der Werthe von λ, und 5 zu 5 Graden der Breite, oder der Werthe von δ, leicht herleiten laſſen. (Man ſ. einliegende Tafeln.)

6. Dieſe

Zu (pag. 378.)

Für d

	δ=0	5	10	15	20	25	30	35	40	45
L=0	0. 0	5. 0	10. 0	15. 0	2[illegible]	[illegible]. 0	30. 0	35. 0	40. 0	45. 0
5	5. 0	7. 4	11.10	15.48	20.35	25.28	30.23	35.19	40.16	45.13
10	10. 0	11.10	14. 6	17.58	22.16	26.48	31.29	36.13	41. 2	45.44
15	15. 0	15.48	17.58	21. 6	24.49	28.45	33.14	37.42	42.16	46.55
20	20. 0	20.35	22.16	24.49	27.59	31.37	35.32	39.40	43.57	48.22
25	25. 0	25.28	26.48	28.54	31.37	34.47	38.20	42. 4	46. 2	50. 2
30	30. 0	30.23	31.29	33.14	35.32	38.20	41.25	44.49	48.26	52.14
35	35. 0	35.19	36.13	37.42	39.40	42. 4	44.49	47.51	51. 8	54.36
40	40. 0	40.16	41. 2	42.16	43.57	46. 2	48.26	51. 8	54. 4	57.12
45	45. 0	45.13	45.44	46.55	48.22	50. 2	52.14	54.36	57.12	60. 0
50	50. 0	50.11	50.44	51.37	52.50	54.22	56.10	58.13	60.30	62.58
55	55. 0	55. 9	55.36	56.21	57.23	58.41	60.13	61.58	63.56	66. 4
60	60. 0	60. 8	60.30	61. 7	61.58	63. 3	64.20	65.46	67.29	69.18
65	65. 0	65. 9	65.24	65.55	66.36	67.29	68.32	69.45	71. 7	72.37
70	70. 0	70. 5	70.19	70.43	71.15	71.57	72.46	73.44	74.49	76. 0
75	75. 0	75. 3	75.14	75.31	75.55	76.26	77. 3	77.46	78.34	79.27
80	80. 0	80. 2	80. 9	80.21	80.37	80.57	81.21	81.49	82.21	82.57
85	85. 0	85. 2	85. 5	85.10	85.18	85.29	85.40	85.29	86.10	86.28
90	90. 0	90. 0	90. 0	90. 0	90. 0	90. 0	90. 0	90. 0	90. 0	90. 0

Ex. Geſetzt, T ſey weſtlich vom Meridiane PK entfernt um $\lambda = 20$ Grade, und δ ſey $= 30°$, ſo iſt

$\log \operatorname{coſ} \delta = 9,9375306$	$l \tan \delta = 9,7614394$
$\log \operatorname{ſin} \lambda = 9,5340517$	$l \operatorname{coſ} \lambda = 9,9729858$
alſo	
$l \operatorname{ſin} TD = 9,4715823$	$l\, t\, KD = 9,7884536$

alſo TD $= 17°.\ 14'$ und KD $= 31°.\ 34'$.

4. Um demnach den Punkt τ auf dem Netze zu beſtimmen, ſo nehme man auf dem in gleiche Theile oder Grade eingetheilten mittelſten Meridiane $k\pi$, von k nach ϑ, $31°.\ 34'$, und ziehe $\vartheta\alpha$ parallel mit ka; Dann nehme man von ϑ nach τ, $17°.\ 14'$ (die Grade nemlich von dem Aequator ka abgefaßt, ſo wie ſie auf demſelben in abnehmender Größe (IV.) von k nach a fortgehen), ſo iſt des Punktes τ Lage auf dem Netze, in Anſehung des in ungleiche Theile getheilten Aequators ab, und in gleiche Theile getheilten Meridians $k\pi$, angegeben.

5. Damit man nicht nöthig habe, in jedem Falle erſt nach den Formeln (3) zu rechnen, ſo ſind hier zwey Täfelchen, aus denen ſich die Werthe von KD $= y$, und DT $= x$, von 5 zu 5 Graden der Länge, oder der Werthe von λ, und 5 zu 5 Graden der Breite, oder der Werthe von δ, leicht herleiten laſſen. (Man ſ. einliegende Tafeln.)

6. Dieſe

Zu (pag. 378.)

	δ=0	5	10	15	20	25	30	35	40
L=0	0. 0	5. 0	10. 0	15. 0	2[illegible]	[illegible]. 0	30. 0	35. 0	40.
5	5. 0	7. 4	11.10	[illegible].48	20.35	25.28	30.23	35.19	40.
10	10. 0	11.10	14. 6	17.58	22.16	26.48	31.29	36.13	41.
15	15. 0	15.48	17.58	21. 6	24.49	28.45	33.14	37.42	42.
20	20. 0	20.35	22.16	24.49	27.59	31.37	35.32	39.40	43.
25	25. 0	25.28	26.48	28.54	31.37	34.47	38.20	42. 4	46.
30	30. 0	30.23	31.29	33.14	35.32	38.20	41.25	44.49	48.
35	35. 0	35.19	36.13	37.42	39.40	42. 4	44.49	47.51	51.
40	40. 0	40.16	41. 2	42.16	43.57	46 .2	48.26	51. 8	54.
45	45. 0	45.13	45.44	46.55	48.22	50. 2	52.14	54.36	57.
50	50. 0	50.11	50.44	51.37	52.50	54.22	56.10	58.13	60.
55	55. 0	55. 9	55.36	56.21	57.23	58.41	60.13	61.58	63.
60	60. 0	60. 8	60.30	61. 7	61.58	63. 3	64.20	65.46	67.
65	65. 0	65. 9	65.24	65.55	66.36	67.29	68.32	69.45	71
70	70. 0	70. 5	70.19	70.43	71.15	71.57	72.46	73.44	74
75	75. 0	75. 3	75.14	75.31	75.55	76.26	77. 3	77.46	78
80	80. 0	80. 2	80. 9	80.21	80.37	80.57	81.21	81.49	82
85	85. 0	85. 2	85. 5	85.10	85.18	85.29	85.40	85.29	86
90	90. 0	90. 0	90. 0	90. 0	90. 0	90. 0	90. 0	90. 0	9

Für die Wert

	45	50
0	90. 0	90. 0
4	85. 1	85.49
8	80. 9	81.43
6	75.29	77.45
9	71. 7	73.59
6	67. 5	70.29
3	63.26	67.14
9	60.10	64.18
3	57.16	61.39
3	54.44	59.19
6	52.33	57.16
1	50.41	55.30
6	49. 6	54. 0
8	47.49	52.45
6	46.47	51.45
7	46. 0	50.59
26	45.26	50.26
6	45. 7	50. 6
0	45. 0	50. 0

6. Dieſe Tafeln ſind aber nicht unmittelbar nach den Formeln (VI. 3.) berechnet, ſondern nach ähnlichen, welche ſich auf den ſphäriſchen Triangel APT beziehen, in welchem AT = 90° — TD, AP = 90°, PT = 90° — δ, und der ſphäriſche Winkel APT = 90° — λ; Setzt man nun 90° — λ = L; 90° — x oder 90° — TD = u; KD = y; ſo verwandeln ſich obige beyde Formeln in

$$\cos u = \cos\delta \cos L$$

$$\tan y = \frac{\tan \delta}{\sin L}$$

Unter dieſer Geſtalt kommen ſie in der Folge (§. 52. III.) noch bey einer andern Entwerfungsart vor, daher ſind die Täfelchen ſogleich nach dieſer berechnet worden. Es iſt aber leicht, auch für die gegenwärtige Entwerfungsart, die Werthe von x und y daraus zu finden. Z. E. für λ = 20° und δ = 30°, die Größen x und y zu finden, darf man nur für L = 90° — λ = 70°, die Werthe von u und y aus den Tafeln aufſuchen, ſo findet ſich u = 72°. 46′; und folglich x = 90° — 72°. 46′ = 17°. 14′; und y = 31°. 34′, wie die Formeln (3) ergeben haben.

Dieſe Tafeln ſind aus Lamberts Beyträgen zur Math. III. Th. S. 176. genom-

nommen, wo eben dieſe Entwerfungsart vorgetragen iſt.

7. Will man nach dem Verfahren (4) einen ganzen Parallel UTL, deſſen geographiſche Breite gegeben iſt, entwerfen, wie $u\tau x\lambda$ ausweiſet, ſo ſuche man alle Punkte τ deſſelben, etwa von 5 zu 5, oder 10 zu 10 Graden der Länge, rechts und links des mittelſten Meridians, und ziehe durch alle Punkte τ eine zuſammenhängende krumme Linie $u\tau x\lambda$ (oder hänge auch nur die von 5 zu 5 Graden beſtimmten Punkte τ durch gerade Linien zuſammen, weil man ohne merklichen Fehler jeden Bogen von 5 Graden des Entwurfs $u\tau x\lambda$ für eine gerade Linie gelten laſſen kan), ſo ergiebt ſich der Entwurf $u\tau x\lambda$ des Parallels UTXL, und ſo eines jeden andern. Die Meridiane, wie $\pi\tau y$, erhält man, wenn die zuſammengehörigen Punkte der entworfenen Parallelen, d. h. diejenigen, welche gleichen Längen entſprechen, durch einen zuſammenhängenden Zug, oder auch nur durch gerade Linien vereinigt werden.

8. Dieſe Meridiane $\pi\tau y$, und Parallelen $u\tau x\lambda$, ſind weder Kreisbögen, noch Ellipſen, ſondern eine beſondere Art krummer Linien, deren weitere Betrachtung ein Gegenſtand der höhern Geometrie ſeyn kan.

9. Wenn

9. Wenn ſolchergeſtalt das Netz für die wahren Meridiane und Parallelen der Erdfläche gezeichnet worden iſt, ſo läßt man alsdann die geraden Linien, wie $\alpha\vartheta$ und rw ꝛc., welche ſich auf Meridiane und Parallelen, wie AD, RW, oder auf das Netz (III.) beziehen würden, aus der Zeichnung weg, weil ſie nur dazu dienten, einzuſehen, wie der Bedingung, daß die Länder dem Raume nach, eine ihrem wahren Innhalte auf der Kugel proportionirte Größe in der Zeichnung erhalten, oder wie eine Figur in der Geometrie, ſich nach einerley Maaſsſtabe ſollen berechnen laſſen, noch auf mehrere Arten ein Genüge geſchehen könne. Denn begreiflich iſt es nunmehr, in Anſehung des zu berechnenden Innhalts, einerley, ob das Land in das geradlinigte Netz (III.), zu dem A und B die Pole ſeyn würden, oder in das Netz (8), was ſich auf die wahren Erdpole bezieht, und worauf jetzt die Meridiane und Parallelen krummlinigt erſcheinen, eingetragen worden iſt. In beyden Fällen wird der geradlinigte Meilenmaaſsſtab, wornach die zur Berechnung nöthigen Linien gemeſſen werden, aus den gleichgroßen Graden auf $\pi\sigma$, beſtimmt. Aber freylich würde dieſer Maaſsſtab auch blos zu dieſer Berechnung dienen, zur Meſſung der Weiten kan derſelbe nicht angewandt werden, weil bey dieſer Entwerfungsart die Diſtanzen auf der Charte, ſich nicht ohne merklichen Fehler,

Fehler, wie die wahren auf der Kugel, verhalten können, ſondern aus der geographiſchen Länge und Breite der Oerter, nach (§. 14.), berechnet werden müſſen, wiewohl der Fehler um die Mitte der Charte herum, noch immer erträglich ſeyn mag, wenn man die Diſtanzen ſchlechtweg nach dem erwähnten Meilenmaaſſtabe pσ mäße.

Uebrigens hat dieſe Entwerfungsart in ſo ferne Aehnlichkeit mit der in (Fig. XXXIV.), daß hier der Aequator ab nach den Sinuſſen der geographiſchen Längen abgetheilt iſt, wie es dort der mittelſte Meridian MN nach den Sinuſſen der Breite war (§. 48. V.). In (Fig. XXXIV.) waren die Grade auf dem Aequator AB von gleicher Größe, hier ſind ſie es auf dem mittelſten Meridiane πσ. Daß aber jetzt die Parallelen und Meridiane krummlinigt ausfallen müſſen, da hingegen diejenigen in (Fig. XXXIV.) als gerade Linien abgebildet wurden, erhellet daraus, daß das zuerſt gezeichnete Netz (III.), wovon die Eintheilungen auf πσ und ab abhiengen (IV.), ſich nicht auf die wahren Erdpole ſelbſt bezog. Nur in dem Falle, wenn A und B (Fig. XXXV. Nro. 1.) die wahren Erdpole wären, würden alle Meridiane und Parallelen gradlinigt erſcheinen, und die Entwerfungsart würde mit einem Worte völlig mit der obigen (Fig. XXXIV.) einerley ſeyn.

VII. Die

VII. Die gegenwärtige empfiehlt Lambert (a. a. O.) zur Vorſtellung eines Landes, wie Amerika, welches ſeine größte Ausdehnung von Norden nach Süden hat. Wollte man es in ein Netz, wie (Fig. XXXIV.), eintragen, ſo würde es ſich nach den Polen zu, zu ſehr verkürzen, und unverhältnismäßig breit erſcheinen, da es hingegen in einem Netze nach der Entwerfungsart des gegenwärtigen §es, viel beſſer in ſeiner wahren Ausdehnung von Norden nach Süden erſcheinen wird, weil hier die Grade des mittelſten Meridians, wie auf der Kugel, von gleicher Größe ſind. Da nun Amerika ſich nicht ſehr von Oſten nach Weſten erſtreckt, und die Grade auf dem Aequator ab (Fig. XXXV. No. 2.), von k gegen a und b, innerhalb den erſten 30 Graden der Länge, vom mittelſten Meridian angerechnet, nicht ſehr verſchieden ſind, ſo wird Amerika nach dieſer Entwerfungsart, in Abſicht auf ſeine Geſtalt, ziemlich gut ausfallen. — Lambert hat in einem Netze dieſer Art, Aſien abgebildet, und (Fig. XXXVI.) ſtellt einen Abriß davon dar.

Die Art, wie hier die Parallelen und Meridiane von 10 zu 10 Graden gezeichnet ſind, iſt aus (VI. 4.) hinlänglich klar. So ſind z. E. für die Punkte a, b, c, d u. ſ. w. des Parallels, unter dem 40ten Grad der Breite, oder für $\delta = 40°$, die Ordinaten

auf

auf den mittelſten Meridian AP, oder
Werthe aα, bβ, cγ ꝛc. = x, von 10 z
Graden der Länge (oder der Werthe von
aus der Tafel (VI. 5.) der Ordnung
folgende, aα = 7°. 39′; bβ = 15°.
cγ = 22°. 31′ u. ſ. w. Dieſe Werthe
man allemahl von dem nach (IV.) eingeth
Aequator DB ab (VI. 4.). — Jeder
auf demſelben bedeutet hier 10 Grade,
jeden man ſich wieder in die einzelnen G
ꝛc. eingetheilt vorſtellen muß, um z. E. A
7°. 39′; An = 15°. 11′ u. ſ. w., oder
Werthe αa, βb ꝛc. abfaſſen zu können. Di
Punkten a, b, c ꝛc. zugehörigen Abſciſſen
Aβ, Aγ ꝛc., oder die Werthe von y,
den auf dem mittelſten Meridiane AP,
auf jeder von den gleichen Theilen (IV.)
Grade der Breite bedeute, abgezählt.
Werthe von aα, bβ, cγ, kan man auch
ker Hand des mittelſten Meridians abſe
und nun durch alle Punkte d, c, b, a,
des zu entwerfenden Parallels eine kru
Linie ziehen. Die Meridiane ergeben
aus (VI. 7.).

VIII. In den Formeln (VI. 3.) m
ſen die Werthe von TD, KD, oder v
und y, für den zu verzeichnenden Para
oder für ein gegebenes δ, ſo lange, bis λ
90°. Für λ = 90° wird ſin TD,
ſin x = coſ δ, alſo x = 90° — δ

tang KD, oder tang y $= \frac{\text{tang } \delta}{0}$, unendlich, alſo y $= 90°$.

Wenn λ über 90° wächſt, ſo nimmt x wieder ab, in der Ordnung, wie es zuvor zunahm. Aber y wird alsdann $> 90°$, weil coſ λ, und folglich tang y ſelbſt, negativ wird.

Es ſey z. E. für den Punkt z eines Parallels (Fig. XXXVI.) $\lambda = 90° + 1$, ſo iſt coſ $(90° + 1) = -$ coſ $(90° - 1)$, alſo tang y $= - \frac{\text{tang } \delta}{\text{coſ } (90° - 1)}$, oder tang $(180° - y) = \frac{\text{tang } \delta}{\text{coſ } (90° - 1)}$. Hieraus erhellet dann, daß, wenn man den Werth von y für $\lambda = 90° + 1$ aus der Tabelle verlangte, man nur das y für $\lambda = 90° - 1$ aufſuchen, und von 180° abziehen dürfe. Z. E. für $\delta = 70°$ und $\lambda = 120° = 90° + 30°$ (wie hier für den Punkt z der Fall iſt) ſuchte man aus der Tafel nur das y für $\lambda = 90° - 30° = 60°$, ſo findet ſich $y = 79°. 41'$ Dies abgezogen von 180° läßt 100°. 19′, welches das y für $\lambda = 120°$ ſeyn würde, alſo hier in der Figur der Werth von Aη, wenn zη ein Perpendikel auf den mittelſten

pendikel ηz für $\lambda = 120°$ zu finden,
man es für $\lambda = 180° - 120° =$
(δ wieder, wie vorhin, $= 70°$ geſetzt),
findet ſich $x = 17°.14'$.

Wenn ζ in dem erwähnten Parallel
60ten Grad der Länge, ſo wie z dem 120
entſpricht (wo beyde Längen zuſamm
180° ausmachen), ſo gehören be
Punkten gleiche Perpendikel $\zeta y = z\eta$ (=
zu. Auch iſt für ſie, wenn P den Pol
deutet, $P\eta = Py$; denn für ζ war Ay
79°. 41'. Aber für z war $A\eta = 100°$.
und $P\eta = A\eta - 90° = 10°. 19' =$
welches zeigt, daß, wenn die Punkte ζ
$\lambda < 90°$ gefunden worden, man auch ſehr l
die z für $\lambda > 90°$ beſtimmen könne, und
es überhaupt nicht nöthig ſey, obige Tafeln
ter, als bis auf 90° der Länge λ zu erſtreck

§. 51.

Ein anderes Verfahren, der Bedingung (§. ein Genüge zu leiſten.

I. Es ſey A (Fig. XXXVII. Nro.
ein beliebiger Punkt auf der Erd-fläche,
LMRNQ ein größter Kreis, welcher A
Pole habe.

Durch A gedenke man ſich ferner gr
Kreiſe, wie MAN, PAO, ſo ſtehen ſo

auf der Ebene des erſtern LMRNQ ſenkrecht, und jeder Bogen, wie AM, AP, AR u. d. gl., iſt = 90°.

Wäre A der wahre Erdpol, ſo würden die Kreiſe LMRNQ den Aequator, und AM, AR ꝛc. Meridiane vorſtellen. Iſt aber A nach Gefallen ein Punkt auf der Erdfläche, ſo kan, in ſo ferne A der Pol von LMRQ iſt, dennoch dieſer Kreis ein Aequator heiſen, ſo wie AM, AR, Meridiane, nur daß jetzt dieſe Kreiſe nicht das ſind, was man in der Geographie Aequator und Meridiane nennt, welche allemahl auf die wahren Erdpole Bezug haben.

II. Dieſe allgemeinere Vorſtellung verſtattet verſchiedene Vortheile bey Entwerfungen der Erdfläche, wobey gewiſſe Bedingungen erfüllt werden ſollen, welche nicht gerade auf den wahren Aequator und die wahren Meridiane Bezug haben, z. E. wenn die zu entwerfenden Stücke der Erdfläche bloß in Anſehung ihres Innhalts mit denen auf der Erdkugel übereinſtimmen ſollen, da iſt es völlig gleichgültig, ob man ſie in Anſehung der wahren Erdpole und Meridiane, oder anderer Pole und Kreiſe entwirft.

Geſetzt aber, man habe z. E. ein Stück der Erdfläche, in Bezug auf den Pol A, auf

den Aequator LTPRQ, und die auf ihm ſenkrecht ſtehenden Meridiane AM, AP u. d. gl., nach einem gewiſſen Geſetze entworfen, ſo kan man doch nachher beſtimmen, wie auf dem Netze, zu welchem A als Pol, und AM, AP ꝛc. als Meridiane gehören, die wahren Erdpole, Meridiane u. d. gl. zu liegen kommen, und was letztere für krumme Linien bilden würden. Läßt man alsdann jene eingebildeten Pole und Meridiane weg, und behält nur das Netz für die wahren Meridiane und Parallelen übrig, ſo wird das Land, was in daſſelbe eingetragen wird, noch immer den Bedingungen entſprechen, nach welchen es urſprünglich hat entworfen werden ſollen. Es verhält ſich hier ohngefähr eben ſo, wie in der höhern Geometrie, wenn man den Anfangspunkt der Abſciſſen, Abſciſſenlinie u. d. gl. ändert. Das Geſetz der krummen Linie, oder ihre Natur und Beſchaffenheit leidet dadurch weſentlich keine Veränderung; Eben ſo wird das, nach einem gewiſſen Geſetze entworfene Stück einer Kugelfläche, im weſentlichen nicht geändert, wenn man ein anderes Netz über daſſelbe verzeichnet, als in welches es urſprünglich eingetragen worden iſt.

III. Geſetzt, die Bedingung ſey, man ſolle die halbe Kugelfläche, welche zwiſchen dem größten Kreiſe LMPRQ, und deſſen Pole A liegt, auf einer ebenen Fläche dergeſtalt entwerfen,

werfen, daß alle einzelnen Theile dieſer Zeichnung, ihrem Flächen-innhalte nach, vollkommen denen auf der Kugel entſprechen, und alle größten Kreiſe durch A, in dieſer Zeichnung als gerade Linien erſcheinen ſollen, die ſich unter ihren wahren Winkeln, wie auf der Kugel, durchſchneiden.

IV. Daß erſtlich die letztere Bedingung möglich ſey, erhellet daraus, daß alle ſphäriſche Winkel um A genau 360° ausmachen, wie alle geradlinigten Winkel, welche auf einer ebenen Fläche um einen Punkt herum liegen würden.

Man ſetze demnach, MA, PA ſeyen ein paar Meridiane, wie (I.), in Bezug auf den Pol A, welche um den ſphäriſchen Winkel MAP = α von einander abſtehen, deſſen Maaß der Bogen MP des eingebildeten Aequators LMPRQ ſey.

Man nehme (Fig. XXXVII. Nro. 2.) auf dem Papiere einen Punkt a, welcher den A auf der Kugel vorſtelle, und zeichne an demſelben einen Winkel map = dem ſphäriſchen MAP = α, ſo ſtellen die geraden Linien am, ap, die Meridiane AM, AP vor.

V. In einem beliebigen Abſtande AB = AC vom Pole A (die großen Buchſtaben beziehen

ziehen ſich immer auf Fig. XXXVII. No. 1., und die kleinen auf No. 2.) gedenke man ſich einen Parallel BCE mit dem Aequator LMRQ, ſo iſt das Stück der Kugelfläche zwiſchen dieſem Parallel und dem Pole A = einer Kreißfläche, deren Halbmeſſer der Sehne des Abſtandes dieſes Parallels von A iſt (Käſtners Geom. 64 S. 5 Zuſ.). Es ſey demnach der Halbmeſſer der Erdkugel = r. Der Bogen AB = AC = u, ſo iſt die Sehne dieſes Bogens = $2r \sin \frac{1}{2} u$.

VI. Man beſchreibe alſo aus a mit einem Halbmeſſer ab = $2r \sin \frac{1}{2} u$ einen Kreis, ſo iſt dieſes Kreiſes Fläche dem Kugelſtück (V.) gleich. Für $u = 90°$ iſt am = $2r \sin 45°$ = dem Halbmeſſer eines Kreiſes lmprq, welcher der halben Kugelfläche vom Aequator LMPRQ, bis zum zugehörigen Pole A gleich ſeyn würde. Theilte man dieſen Kreis in 360 Grade, und zöge aus a nach allen Theilpunkten gerade Linien, ſo wie aus dem Mittelpunkte a Kreiſe mit den Halbmeſſern $2r \sin \frac{1}{2} u$, ſo ergäbe ſich ein Netz auf dem Papiere, deſſen einzelnen Theile, dem Flächen-innhalte nach, denen auf der Kugel vollkommen entſprechen würden, die geraden Linien aus a, als Meridiane, würden ſich bey a unter Winkeln, wie auf der Kugel, durchſchneiden, und die concentriſchen Kreiſe um a würden die Parallelen abbilden; und das ganze Netz würde

der

der Bedingung (II.) entſprechen, daß jedes Land, das man hineinzeichnete, ſeinem wahren Innhalte nach dargeſtellt würde, wenn man es nach einem geradlinigten Meilenmaasſtabe, worauf die Meilen ohngefähr dem 860ten Theile des bey der Zeichnung zum Grunde gelegten Halbmeſſers der Erde r gleich wären, wie eine Figur in der Geometrie berechnete.

§. 52.

Aufgabe. Auf einem Netze, wie dem vorhergehenden, die wahren Erdpole, Meridiane und Parallelen zu verzeichnen, wenn der Punkt A, oder (a in der Zeichnung) nicht ſelbſt der wahre Erdpol wäre.

Aufl. I. Es ſey nunmehr P der wahre Erdpol, LAR der Aequator (alſo der bisher betrachtete Punkt A, in dem wahren Aequator), und PAQ der Meridian, von welchem die übrigen angerechnet werden, und welcher auf dem Netze (Nro. 2.) durch die gerade Linie paq abgebildet ſey; TWU ein beliebiger Parallel in dem Abſtande AW = δ vom Aetor, PSF ein Meridian, deſſen Winkel mit dem erſten PAQ = L. Man ſoll den Punkt S des Parallels, und ſo jeden andern, auf dem nach (§. 51. VI.) verzeichneten Netze beſtimmen.

II. Man gedenke ſich durch A und S einen größten Kreis ASV, dieſer würde erſtlich, ſo wie alle durch A gehenden größten Kreiſe, auf dem Netze (Nro. 2.) als eine gerade Linie av erſcheinen, welche mit ap den Winkel machen müßte, den der Kreis AV, mit AP macht. Auf dieſer geraden Linie av, muß der Punkt s, welcher den S des Parallels TSU vorſtellt, liegen, in einem Abſtande as von a, welcher, wenn der Bogen AS = u genannt wird, $= 2r \sin \frac{1}{2} u$ ſeyn müßte.

III. Ich will den Winkel PAV = η nennen, ſo finden ſich die zur Zeichnung des Punktes s nöthigen Werthe von η und u, aus dem ſphäriſchen Dreyecke PAS, in welchem $PS = 90° - \delta$; $PA = 90°$; $APS = L$, gegeben ſind, auf folgende Art

$$\cos u = \cos L \cos \delta$$
$$\tan \eta = \sin L \cdot \cot \delta$$

oder auch, wenn man den Winkel SAR = $90° - \eta = y$ nennt.

$$\tan y = \frac{\tan \delta}{\sin L}$$

IV. Dies ſind gerade die Formeln, welche bey einer andern Verzeichnungsart bereits oben (§. 50. VI. 6.) vorgekommen ſind, daher die obigen Tafeln, aus denen man u und y nehmen

kan,

kan, ſogleich auch zur gegenwärtigen Entwerfungsart gebraucht werden können.

V. Auf dieſe Art kan man für jedes δ die Punkte s etwa von 5 zu 5 Graden der Länge L beſtimmen, ſie hierauf alle zuſammenhängen, und ſo den ganzen Parallel TSU, durch tsu auf dem Papiere entwerfen. Die Meridiane ergeben ſich, wenn man alle gleichnahmigten Punkte der Parallelen, durch einen zuſammenhängenden Zug vereinigt, wie ſchon öfters gezeigt worden iſt.

VI. Für $\delta = 0$, wird $\cos \delta = 1$, alſo $\cos u = \cos L$, d. h. $u = L$ und $y = 0$, alſo $\eta = 90°$. D. h. der Aequator iſt auf dieſem Netze eine gerade, auf ap ſenkrechte Linie lar, welche von a nach r, und eben ſo von a nach l, dergeſtalt eingetheilt werden muß, daß die Theile, wie a1, a2, a3 ꝛc. nach den Sinuſſen von $\frac{1}{2}$ u, d. h. (wegen u = L in dieſem Falle) nach den Sinuſſen von $\frac{1}{2}$ L fortgehen müſſen (II). Nimmt man alſo z. E. L, oder die Längen von 10 zu 10 Graden, ſo muß $a1 = 2r \sin 5°$; $a2 = 2r \sin 10°$; $a3 = 2r \sin 15°$ u. ſ. w. genommen werden, wenn die Punkte 1, 2, 3 ꝛc. des Aequators ar, der Ordnung nach dem 10ten, 20ten, 30ten ꝛc. Grad der Länge, von a angerechnet, zugehören ſollen. Die Theile a1; 1,2; 2,3 u. ſ. w. werden alsdann jede einzelne 10 Grade

vorſtellen, deren Werthe von a nach r zu
mer kleiner ausfallen müſſen, wie man le
einſehen wird. Man kan alsdann, je nach
es die Größe der Zeichnung verſtattet, je
Raum, der 10 Grade bedeutet, wiederum
kleinere Theile eintheilen.

VII. Für $L = 0$, wird $u = \delta$,
man ſieht alſo leicht, daß jetzt die Abtheil
gen auf dem mittelſten Meridiane ap, z.
von 10 zu 10 Graden der Breite, eben
fortgehen müſſen, wie die Abtheilungen
dem Aequator von 10 zu 10 Graden
Länge. Es nehmen alſo bey dieſer Entw
fungsart die Grade der Breite, von a n
p und q zu, eben ſo ab, wie die der Län
auf dem Aequator von a nach r und l zu.

VIII. Hat man für ein gegebenes
den Punkt s in dem Parallele tsu, deſ
geographiſche Breite $= \delta$ iſt, zu beſtimme
ſo ſuche man nur für dies δ und L die Wer
von η und u aus obigen Tafeln, und tr
erſtlich den Winkel η an ap, d. h. man zä
auf dem Umfange des, wie gewöhnlich,
ſeine 360° Grade eingetheilten Kreiſes lrp
ſo viel Grade und Minuten aus p in v ab,
man für η gefunden hat, ſo hat man die Li
av, worauf der Punkt s zu liegen kommt. Hi
auf faſſe man von dem eingetheilten Aequat

r Sinuſſe von $\frac{1}{2}$ u fortgehen) ſo viel Grade
nd Minuten von a gegen r ab, als die obige
afel für u gegeben hat, und trage ſolche aus
in s, ſo iſt s der zu entwerfende Punkt
es Parallels. Z. E. hätte man für den
unkt s; u = 40° gefunden, ſo dürfte man
ur die Weite a4 von dem Aequator aus a in
tragen, weil a4 bereits = 2r ſin $\frac{1}{2}$ u, oder
ier = 2r ſin 20° iſt, wie es as für den
unkt s ſeyn muß (II).

VIII. Verfertigt man nach dieſem Verfahren ein Netz, was auf die wahren Meridiane und Parallelen Bezug hat, ſo läßt man nachher die Linien, wie av u. dgl., welche ur Conſtruction dieſes Netzes dienten, oder u dem Netze des vorigen §es gehörten, weg, und man kan nunmehr in das neue Netz jeden Ort, nach Maasgabe ſeiner geographiſchen Länge und Breite, und folglich ein ganzes Land eintragen, deſſen Entwurf denn noch immer der Hauptbedingung (§. 50.) entſprechen wird. Man läßt den Meridian pq, welcher hiebey durch eine gerade Linie abgebildet wird, am beſten ohngefähr durch die Mitte des Landes gehen. Wie ſich ein Netz für die Halbkugel, worinn z. E. Amerika fällt, nach dieſer Entwerfungsart ausnimmt, iſt aus (Fig. XXXVIII.) zu erſehen.

§. 53.

I. Hr. Lambert hat dieſe Entwerfu
art im 97ten und 104ten §. ſeiner Anmer
gen über die Verzeichnung der Landcha
(Beytr. zur Math. III. Th. S. 17
vorgetragen. Er bedient ſich zur Theorie
ſelben, der Differential- und Integral-
nung, welches aber, wie aus dem bisher
erhellt, ganz unnöthig iſt.

Hr. Prof. Bode hat ſich dieſer Z
nungsart bey zwey Planiſphären, die er ſe
Anleitung zur Kenntnis der E
kugel (Berlin 1786.) beygefügt hat,
dient, und führt §§. 232 und 233. die Gr
an, warum er von den bisher gewöhnli
perſpectiviſchen Vorſtellungen der Halbku
abgegangen, und gegenwärtige zu manchen
ſichten ſehr ſchickliche Lambertiſche Entwerfu
art gewählt habe.

II. Auf dieſen Planiſphären nehmen
Grade auf dem Aequator und dem mittel
Meridiane, nach dem Geſetze ab, wie (
52. VI.) gezeigt worden; Die Paralle
und Meridiane ſind auf denſelben von 10
10 Graden verzeichnet, und bilden beſond
krumme Linien, die ſo wenig Kreiſe, als
ptiſche Bögen ſind. Hr. Lambert hat
106ten §. a. a. O. (I.) die Gleichung
dieſe Art krummen Linien beſtimmt

III. Es hat dieſe Zeichnungsart vor den gewöhnlichen perſpectiviſchen, auf denen die Pole, wie bey gegenwärtiger, auch an den Rand des Planiſphärs fallen, z. E. der ſtereographiſchen Aequatorialprojection, den Vorzug, daß die Grade, nach dem Rande des Planiſphärs zu, hier ein beſſeres Verhältnis gegen die in der Mitte behalten, als auf der ſtereographiſchen, und daher die Geſtalt der Länder weniger verzogen wird. Auch bleibt der Anblick eines ſolchen Planiſphärs im Ganzen Kugelähnlicher, als bey der ſtereographiſchen Entwerfung, und dann trifft dabey die ſehr erhebliche Bedingung ein, daß die Länder eine ihrer wahren Größe nach proportionirte Fläche auf der Zeichnung behalten, wenn auch ihre Geſtalt nach den Seiten hin etwas verzogen wird. Ich habe daher dieſe Entwerfungsart, ihres Nutzens wegen, hier nicht übergehen dürfen, wenn ſie gleich bisher eben nicht häufig angewandt worden iſt, und man ſich immer noch zu ſehr an die minder ſchicklichen perſpectiviſchen Projectionen gebunden hat.

IV. Uebrigens bedarf es wohl keines Beweiſes, daß, wenn der wahre Erdpol in die Mitte des Planiſphärs fallen ſoll, die Entwerfungsart des vorhergehenden 51ten §es angewandt werden muß, wo denn A den wahren Erdpol bedeuten müßte. Sie würde dann ſehr viel ähnliches mit der ſtereographi-

ſchen

ſchen Polarprojection haben, aber auch wieder in Anſehung des richtigern Verhältniſſes der Grade, und des Flächeninnhalts der Zonen, Vorzüge vor jener haben.

V. Wenn man (Fig. XXXVII. No. 2.) sh auf ap ſenkrecht zieht, ſo iſt in dem rechtwinkl. Dreyecke ash; $hs = as \cdot \sin \eta = 2r \sin \frac{1}{2} u \sin \eta$; und $ah = 2r \sin \frac{1}{2} u \cos \eta$. So kan demnach in einem Parallele, wie twu, jeder Punkt, wie s, auch durch ſeine Abſciſſe ah, und Ordinate hs, verzeichnet werden.

VI. Ferner iſt $aw =$ dem Werthe von ah für $\eta = 0$, alſo $aw = 2r \sin \frac{1}{2} u$, wo u für $L = 0$ zu nehmen iſt, weil der Punkt w des Parallels twu in dem Meridiane ap ſelbſt liegt. Aber für $L = 0$ iſt $\cos u = \cos \delta$ (§. 52. III.), alſo $u = \delta$, demnach $aw = 2r \sin \frac{1}{2} \delta$, folglich $wh = ah - aw = 2r \sin \frac{1}{2} u \cos \eta - 2r \sin \frac{1}{2} \delta$.

VII. Dies dient, den Punkt s des Parallels auch durch wh, und hs (V.) zu beſtimmen, alſo ohne die Abſciſſe, wie ah (V.), zu gebrauchen, welche den Punkt a, alſo den Aequator auf dem zu verzeichnenden Netze vorausſetzt. Dieſe Formeln ſind brauchbar, wenn man ein Stück der Erdfläche verzeichnen ſoll, welches ſich nicht bis zum Aequa-

Aequator ſelbſt erſtreckt, z. E. vom 50ten Parallel bis zum 70ten. Wäre $\tau\varrho\omega$ z. E. der unterſte Parallel, und die geographiſche Breite deſſelben $= \vartheta$, ſo iſt $a\varrho = 2r \sin \frac{1}{2}\vartheta$. Für dieſen Parallel kan man nun die Punkte nach (VI.) verzeichnen, wenn man in die Formeln $\delta = \vartheta$ ſetzt. Man nimmt hiebey den Punkt ϱ nach Gefallen in dem Meridiane ap an. Um aber alsdann den Parallel twu, welcher der geograph. Breite δ zugehört, zu zeichnen, ſo nehme man, um erſtlich den richtigen Abſtand des Punktes w (von welchem für den Parallel twu die Abſciſſen gerechnet werden) von dem Punkte ϱ zu finden, $\varrho w = aw - a\varrho = 2r (\sin \frac{1}{2}\delta - \sin \frac{1}{2}\vartheta)$. Dann erſt werden die Punkte des Parallels twu, aus den Abſciſſen wh, und Ordinaten hs (V. VI.) beſtimmt.

§. 54.

Man kan mit der Forderung, daß die einzeln Theile der Erdfläche bey einer Entwerfungsart ihr richtiges Verhältnis in Anſehung des Flächen-innhalts erhalten ſollen, noch verſchiedene andere Bedingungen, als die obige, daß nemlich die Winkel um den Punkt a herum, ihre richtige Größe wie auf der Kugel haben ſollen, verbinden. Man könnte z. E. die obige Bedingung, in Anſehung der Winkel um den Punkt a, ſo ändern, daß man

ſetzte,

ſetzte, ſie ſollten m mahl größer oder kleiner, als die wahren um A herum, ſeyn.

I. Geſetzt, der Kreisausſchnitt bac (Fig. XXXVII. Nro. 2.) ſolle dem entſprechenden Kugelſtück BAC gleich, aber nicht der Winkel bac = BAC ſeyn, wie nach obiger Bedingung, ſondern es ſollte bac : BAC = m : 1, alſo jeder Winkel bac auf dem Netze = m . BAC ſeyn. Wie groß wird in dieſem Falle der Halbmeſſer ab = ac = x genommen werden müſſen? Dies ergiebt ſich ſo:

Das Stück der Kugelfläche BCEB iſt = einem Kreiſe, deſſen Halbmeſſer = $2r \sin \frac{1}{2} u$ (wenn der Bogen AB = u). Alſo des Stücks Innhalt = $4r^2 \sin \frac{1}{2} u^2 . \pi$ (wenn π die Ludolph. Zahl bedeutet). Faßt nun der Ausſchnitt BAC, η Grade, ſo iſt der Innhalt dieſes Ausſchnitts = $\frac{\eta}{360} . 4r^2 \pi \sin \frac{1}{2} u^2$. Dieſer ſoll gleich ſeyn dem Kreisausſchnitte bac auf dem Papiere, in welchem der Halbmeſſer ab = x, und der Winkel bac = m . η ſeyn ſoll. Nun iſt aber die Fläche dieſes Kreisausſchnitts = $\frac{m . \eta}{360} . \pi x^2$, alſo beyde Ausſchnitte BAC, bac einander gleich geſetzt, ſo wird

$$m . x^2 = 4r^2 \sin \frac{1}{2} u^2$$

Dem-

Demnach $x = 2r \sin \frac{1}{2} u . \sqrt{\frac{1}{m}}$

Wie Lambert (Beytr. III. §. 108.) auf eine andere Art findet.

Was die Zeichnung eines Netzes nach dieſer Entwerfungsart betrifft, ſo können mit einer geringen Veränderung alle obigen (§. 53. V. ꝛc.) gegebenen Vorſchriften auch bey der gegenwärtigen angewandt werden, und der Unterſchied beſteht blos darinn, daß man jetzt die Eintheilungen auf ap und ar, nicht nach der Formel $2r \sin \frac{1}{2} u$, ſondern

$$2r \sin \frac{1}{2} u \sqrt{\frac{1}{m}}$$

bewerkſtelligen, und für jeden Winkel BAC $= \eta$, jetzt bac $= m . \eta$ nehmen muß. Was alsdann die Parallelen twu, und Meridiane für krumme Linien bilden würden, im Falle jetzt nicht A, ſondern P der wahre Erdpol wäre, würde aber hier von keinem beſondern Nutzen zu unterſuchen ſeyn, ſo wie denn überhaupt von Landcharten nach dieſer Entwerfungsart, wohl keine beſondern Vortheile zu erwarten ſeyn mögten.

§. 55.

Anwendung auf Coniglobien.

I. Nimmt man A für den wa
Erdpol, mithin a für die Entwerfung
ſelben auf dem Papiere an, ſo ſind die
ridiane auf dem Netze alsdann lauter ge
Linien, und die Parallelen, wie auf
Kugel, Kreisbogen, aber von dem Halbme
$2r \sin \frac{1}{2} u . \sqrt{\frac{1}{m}}$, wo denn u das Com
ment der geographiſchen Breite des Parall
oder ſeinen Abſtand vom Pole ausdrückt.

II. Nimmt man m kleiner, als 1, z.
$= \frac{\mu}{\nu}$, wo $\frac{\mu}{\nu}$ einen eigentlichen Bruch
deute, ſo erhellet, daß alsdann, wenn A
wahren Erdpol vorſtellt, jedes Stück Kugelflä
wie BCAE, das zwiſchen dem Pole A,
dem Parallel BCE enthalten iſt, ſeinem w
ren Innhalte nach, durch einen Kreisa
ſchnitt, deſſen Winkel am Mittelpunkte
$\frac{\mu}{\nu} . 360$ iſt, dargeſtellt werden kan. Da
jeder Kreisausſchnitt in die Oberfläche ei
Kegels gekrümmt werden kan, ſo folgt,
ſich ſolchergeſtalt Netze zu Coniglobien ver

n auf der Kugelfläche gleichen würden. Die Spitze eines ſolchen Coniglobii würde alsdann n Erdpol, und die Seitenlinien deſſelben e Meridiane vorſtellen. Die Länder, welche an in das Netz eines ſolchen Coniglobii gezichnet hätte, würden zugleich das richtige Verhältnis ihres Innhalts auf der Kugel beommen.

III. Dieſe Anwendung der Verzeichnungsrt (§. 54.) giebt Lambert (Beyträge I. Th. §. 109.), und es iſt nicht zu läugnen, aß Coniglobien dieſer Art, Vortheile vor anern haben, bey denen das richtige Verhältis der Größe der Länder, nicht ſo ſehr zur Maxime genommen worden iſt.

IV. Man kan, da der Werth von m iebey willkührlich iſt, denſelben ſo beſtimmen, aß auf dem Netze die Grade eines beliebijen Parallels ihr richtiges Verhältnis zu einem Grade des Meridians, an der Stelle, durch welche der Parallel geht, erhalten.

Es ſey (Fig. XXXIX.) XaYh ein Kreisausſchnitt = der halben Kugelfläche, welche (Fig. XXXVII. Nro. 1.) zwiſchen dem Pole A, und dem Aequator LPNQ enthalten iſt.

So iſt der Halbmeſſer des Kreisbogens

abbildet, oder $Xa = Ya = 2r \sin 45° . \surd$

ſo wie der Halbmeſſer eines jeden andern

rallels $= 2r \sin \frac{1}{2} u . \surd \frac{1}{m}$, wenn u d

Abſtand vom Pole bedeutet.

Gedenkt man ſich nun dieſen Kreis
ſchnitt in eine Kegelfläche gekrümmt, ſo
alsdann der Bogen YhX den Umfang
Grundfläche dieſes Kegels abgeben, und
dem Coniglobio den Aequator darſtellen
wie der Kreis, in welchen ſich z. E. der
gen xmy krümmen würde, einen Parallel
giebt, deſſen Abſtand vom Pole, k Graden
der Kugel entſpreche.

tku ſtelle nunmehr einen Parallel
deſſen Abſtand vom Pole $= k - 1°$ ſey

iſt der Halbmeſſer $ax = 2r \sin \frac{1}{2} k \surd$ -

und $au = 2r \sin \frac{1}{2} (k - 1°) \surd \frac{1}{m}$,

der Unterſchied beyder Halbmeſſer, oder
Stück xu, welches jetzt einen Grad auf
Meridiane aX, in dem Abſtande k vom
bezeichnen wird,

$= 2r \surd \frac{1}{m} (\sin \frac{1}{2} k - \sin \frac{1}{2} (k - 1°)$

Nun iſt aber ſin $\frac{1}{2}$(k — 1°), oder ſin ($\frac{1}{2}$k—30′) = ſin $\frac{1}{2}$ k coſ 30′ — ſin 30′ coſ $\frac{1}{2}$ k (Trig. S. XII. 2.), wofür man ohne merklichen Fehler (wegen coſ 30′ beynahe = 1) ſetzen kan ſin $\frac{1}{2}$ k — ſin 30′ coſ $\frac{1}{2}$ k; Demnach

xu = 2 r ſin 30′ coſ $\frac{1}{2}$ k $\sqrt{\frac{1}{m}}$, welches ich

G nennen will.

V. Wenn ſich ferner der Bogen xmy auf dem Coniglobio in einen Kreis krümmt, ſo iſt ein Grad auf dieſem Kreiſe, der 360te Theil dieſes Bogens xmy. Der Halbmeſſer deſſelben iſt ax = 2 r ſin $\frac{1}{2}$ k $\sqrt{\frac{1}{m}}$, mithin der Umfang des ganzen Kreiſes, wovon ax der Halbmeſſer iſt, = 4 r π ſin $\frac{1}{2}$ k $\sqrt{\frac{1}{m}}$, und folglich der Bogen xmy, dem am Mittelpunkte a der Winkel m . 360° (§. 54. I.) entſpricht, = m . 4r . π . ſin $\frac{1}{2}$ k $\sqrt{\frac{1}{m}}$, davon $\frac{1}{360}$ die Länge eines Grades auf dem Parallelkreiſe geben wird, in welchen ſich der Bogen xmy auf dem Coniglobio, wozu (Fig. XXXIX.) das Netz ſeyn ſoll, krümmen würde.

Nennt man demnach einen Grad dieſes
rallels = g, ſo iſt $g = \frac{4r.m.\pi \sin\frac{1}{2}k\sqrt{\frac{1}{m}}}{360}$.

VI. Soll nun dieſer Parallelgrad g
zu dem Meridiangrade G (IV.) des erw
ten Coniglobii verhalten, wie auf der K
ſelbſt, ſo muß

$G : g = 1 : \sin k$ ſeyn (§. 12. I.

VII. Dies giebt ſtatt G und g
Werthe aus (IV. und V.) geſetzt

$$\cos\tfrac{1}{2}k \,.\, \sin 30' : \frac{2m\pi \sin\frac{1}{2}k}{360} = 1 : \sin$$

oder wegen $\sin k = 2 \sin \frac{1}{2} k \cos \frac{1}{2} k$
(Trig. S. XII. 21.)

$$\cos\tfrac{1}{2}k \,.\, \sin 30' : \frac{m\pi}{360} = 1 : \cos\tfrac{1}{2}k$$

Demnach

$$m = \cos\tfrac{1}{2}k^2 \,.\, \frac{360 \,.\, \sin 30'}{\pi}$$

VIII. Da in dieſem Ausdrucke der S
von 30′ für ſeinen Bogen ſelbſt geſetzt we
kan, für den Sinus totus 1 aber die L

eines Grades $= \frac{2\pi}{360}$, und folglich eines halben $= \frac{\pi}{360}$ iſt, ſo iſt ohne merklichen Fehler ſin 30′ $= \frac{\pi}{360}$; Demnach (VII.) $m = \cos \frac{1}{2} k^2$, oder auch (Trig. S. XII. 23.) $m = \frac{1 + \cos k}{2}$.

IX. Sollte alſo z. E. unter dem 40ten Grade der Breite ein Grad des Meridians gegen einen Grad des Parallels auf dem Coniglobio, ſein richtiges Verhältnis haben, ſo müßte (wegen $k = 50°$) $m = \frac{1 + \cos 50°}{2}$ $= \frac{1 + 0{,}6427}{2} = 0{,}8213\ldots$ genommen werden.

Der Winkel des Kreisausſchnitts zu dem Coniglobio, oder der, welcher dem Bogen xmy zugehören würde, wäre demnach $= m \,.\, 360° = 0{,}8213 \,.\, 360° = 295°{,}668$; alſo beynahe 296°. Der Halbmeſſer des Parallels ymx, deſſen Abſtand vom Pole $= k$, würde jetzt (wegen $\sqrt{\frac{1}{m}} = \frac{1}{\cos \frac{1}{2} k}$) =

$\frac{2r \sin \frac{1}{2} k}{\cos \frac{1}{2} k} = 2r \tang \frac{1}{2} k$ (V.), wo ſich denn jeder Parallel leicht würde ziehen laſſen. Theilte man hierauf den Winkel yax, oder den zugehörigen Bogen xmy, in 360 gleiche Theile, und zöge nach den Theilpunkten, Halbmeſſer als Meridiane, ſo wäre das ganze Netz zu dem Coniglobio fertig, in welches alsdann die Länder eingetragen werden können.

In den bisherigen Formeln kan man r nach Belieben annehmen. Wollte man z. E. ein Coniglobium für eine Kugel von 10 Zoll im Halbmeſſer verfertigen, ſo wäre r = 10 Zoll, und ſo in andern Fällen.

§. 56.

Netze zu Coniglobien nach andern Bedingungen.

Abſtrahirt man von der Maxime, daß auf dem Coniglobio die Länder, in Anſehung ihres Flächenraums, denen auf der Kugel entſprechen ſollen, ſo kan man andere Bedingungen annehmen, welche vielleicht zu dem Gebrauche, den man von Coniglobien macht, noch vortheilhafter ſeyn mögten.

I. Ich will ſetzen, auf dem Netze zu einem Coniglobio ſollte jedes Viereck, wie iklm (Fig. XXXIX.), welches zwiſchen zweyen einander ſehr

ſehr nahe liegenden Meridianen und Parallelen enthalten iſt, dem zugehörigeu Vierecke auf der Kugel ähnlich ſeyn, ſo daß jedes kleine Stückchen des Netzes ohne merklichen Fehler mit der Figur deſſelben auf der Kugelfläche übereinſtimme. Es ſoll aber jeder Winkel zwiſchen zweyen Meridianen des Netzes, z. E. kai, m mahl größer oder kleiner ſeyn, als der wahre auf der Kugel.

II. Es ſey demnach k der Punkt auf dem Netze, welcher dem Abſtande $\varkappa$ vom Pole, auf der Kugel entſpreche, ſo daß $90° - \varkappa$ des Punktes k geographiſche Breite bedeute. Der Unterſchied der beyden Meridiane auf der Kugel, denen ai und ak auf dem Netze zugehören ſollen, ſey $= d\lambda$, wo ich unter $d\lambda$ einen ſehr kleinen Winkel, ein Differenzial des Winkels λ, oder vielmehr des ihm zugehörigen Bogens, in Dezimaltheilen des Sinus totus $= 1$, verſtehe. Denn ich bediene mich hier der Differential-rechnung, um auf dem kürzeſten Wege die vorgelegte Aufgabe aufzulöſen. Man kan von den zur Differentialrechnung gehörigen Sätzen, welche ich hier gebrauche, dasjenige nachleſen, was ich in den Trig. S. zum zweyten Bande meiner practiſchen Geometrie davon beygebracht habe, und man wird das gegenwärtige ohne Mühe verſtehen.

 III. Fer-

III. Ferner ſey der kleine Bogen des Meridians auf der Kugel, welcher dem km oder il auf dem Netze entſpreche, = d$\varkappa$, wo denn d$\varkappa$ den unendlich kleinen Abſtand der beyden Parallelen ki und ml auf der Kugel bedeutet. Auf dem Netze ſey die gerade Linie ai, die dem Bogen $\varkappa$ auf der Kugel entſpricht, = x, und il, was dem d$\varkappa$ auf der Kugel zugehören würde, = dx.

IV. Auf der Kugel würde nun der kleine Bogen des Parallels, welcher dem ik auf dem Netze zugehörte, = dλ ſin $\varkappa$ (weil 1° des Parallels ſich verhält zu einem Grade des Meridians = ſin $\varkappa$: 1, wenn der Parallel den Abſtand $\varkappa$ vom Pole hat). Alſo würde auf der Kugel jener kleine Bogen des Parallels ſich zu dem kleinen Bogen des Meridians, welcher dem li auf der Kugel zugehört, ſich verhalten wie dλ ſin k : d$\varkappa$.

V. Aber auf dem Netze ſoll der kleine Winkel iak = m . dλ ſeyn (I). Dies giebt auf dem Netze den kleinen Bogen ik = x . mdλ (wo mdλ in Decimaltheilen des Sinus totus 1 zu verſtehen iſt). Sollen demnach, der Bedingung der Aufgabe gemäß, auf dem Netze ſich ik und li wie die zugehörigen kleinen Bögen auf der Kugel verhalten (I.), ſo muß ſeyn

$$mxd\lambda : dx = d\lambda \sin \varkappa : d\varkappa$$

oder

oder

$$\frac{dx}{x} = \frac{m \cdot d\varkappa}{\sin \varkappa}$$

VI. Nun iſt aber $\frac{dx}{x}$ das Differential des natürlichen Logarithmen von x, und $\frac{d\varkappa}{\sin \varkappa}$ das Differential des natürlichen Logarithmen der Tangente von $\frac{1}{2}\varkappa$ (Trig. S. XLIV. XLVI. XLVII. 3. das dortige $a = \frac{1}{2}\varkappa$ geſetzt). Demnach hat man

$$d \log x = m \cdot d \log \text{tang} \tfrac{1}{2}\varkappa$$

alſo integrirt

$$\log x = m \log \text{tang} \tfrac{1}{2}\varkappa + \text{Conſt.}$$

VII. Dieſe beſtändige Größe Conſt, welche man noch hinzu addiren muß, kan man dadurch beſtimmen, daß man z. E. ſetzt, für welches $\varkappa$ der Werth von x dem zugehörigen Bogen des Meridians auf der Kugel gleich ſeyn ſoll. Geſetzt, für $\varkappa = 90°$ ſollte x auf dem Netze dem zugehörigen Quadranten des Meridians gleich ſeyn. Weil nun, wenn r den Halbmeſſer der Kugel bedeutet, ein Quadrant auf ihr $= \frac{2r\pi}{4} = \frac{1}{2}r\pi$ iſt (wenn π die Ludolphiſche Zahl bezeichnet), und für die-

dieſen Fall tang $\frac{1}{2}\varkappa$ = tang $45^\circ = 1$, alſo log tang $\frac{1}{2}\varkappa = 0$ iſt, ſo hat man

$$\log \tfrac{1}{2} r\pi = \text{Conſt}$$

Alſo überhaupt für jedes x

$$\log x = \log (\text{tang } \tfrac{1}{2}\varkappa^m) + \log \tfrac{1}{2} r\pi$$
$$= \log (\tfrac{1}{2} r\pi . \text{tang } \tfrac{1}{2}\varkappa^m)$$

Mithin

$$x = \tfrac{1}{2} r\pi \text{ tang } \tfrac{1}{2}\varkappa^m$$

VIII. Auf dieſe Art kan man für jedes $\varkappa$ den Werth von x berechnen, mithin die Eintheilung auf den Meridianen des Netzes, z. E. von 5 zu 5, oder 10 zu 10 Graden der Breite, oder des Abſtandes $\varkappa$ vom Pole, bewerkſtelligen.

IX. Da es in dieſer Formel von unſerem Belieben abhängt, für m welchen Werth man will, anzunehmen, ſo kan man m ſo wählen, daß dadurch noch eine andere Bedingung erfüllt wird. Geſetzt demnach, es ſollte m ſo gewählt werden, daß die Grade zweener gegebenen Parallelkreiſe auf dem Netze, unter ſich ſelbſt das Verhältnis, wie auf der Kugel, haben ſollten. Hätten nun dieſe Parallelkreiſe die Abſtände k, $\varkappa$ vom Pole, ſo ſtänden die Grade derſelben in dem Verhältniſſe ſin k : ſin $\varkappa$ auf der Kugel. Aber auf dem Netze würden ſich die Grade auf den

Paral-

Parallelkreiſen, wie die Halbmeſſer dieſer Kreiſe, alſo wie die jenen Abſtänden k, $\varkappa$ vom Pole entſprechenden Werthe von x, d. h. wie $\tang \frac{1}{2} k^m : \tang \frac{1}{2} \varkappa^m$ verhalten. Sollen demnach ſich dieſe, wie jene auf der Kugel verhalten, ſo muß ſeyn

$$\tang \tfrac{1}{2} k^m : \tang \tfrac{1}{2} \varkappa^m = \sin k : \sin \varkappa$$

oder

$$\left(\frac{\tang \frac{1}{2} k}{\tang \frac{1}{2} \varkappa}\right)^m = \frac{\sin k}{\sin \varkappa}$$

woraus denn, wenn auf beyden Seiten Logarithmen genommen werden,

$$m = \frac{\log \sin k - \log \sin \varkappa}{\log \tang \frac{1}{2} k - \log \tang \frac{1}{2} \varkappa}$$

folgt.

X. Ex. Sollte z. B. das Netz zu der Halbkugel, in welche Europa fällt, entworfen werden, ſo würde man am beſten für k, $\varkappa$ den 60ten und 30ten Grad vom Pole nehmen, damit die Parallelen, deren Grade auf dem Netze ſich wie die auf der Kugel verhalten ſollten, unter ſich ſelbſt ſo weit von einander abſtänden, als der eine vom Pole, und der andere vom Aequator entfernt iſt. Alſo für $k = 60°$, und $\varkappa = 30°$ hat man

$l\,tang\,\frac{1}{2}\,k = 9{,}7614394$	$l\,\sin k = 9{,}9375306$
$l\,tang\,\frac{1}{2}\,\varkappa = 9{,}4280525$	$l\,\sin \varkappa = 9{,}6989700$
Unterſch. $= 0{,}3333869$	$0{,}2385606$

Demnach

$$m = \frac{2385606}{3333869} = 0{,}7155\ldots$$

Alſo ohngefähr $m = \frac{3}{4}$. Mithin müßten jede zwey Meridiane, wie ak, ai auf dem Netze, einen Winkel kai an dem Pole a machen, welcher $= \frac{3}{4}$ des Winkels wäre, den die zugehörigen Meridiane auf der Kugel an dem Pole machen würden.

XI. Daraus folgt denn, daß, wenn der Bogen XhY auf dem Netze des Coniglobii, dem ganzen Umfange des Aequators auf der Kugel entſprechen ſoll, dieſer Bogen XhY, oder der ihm zugehörige Winkel an $a = m \cdot 360° = \frac{3}{4} \cdot 360° = 270°$ ſeyn muß. Dann wird XhYaX den Kreisausſchnitt abbilden, in welchen das Netz zu dem Coniglobio zu verzeichnen iſt.

Für die Eintheilung auf den Meridianen dieſes Netzes hat man nach (VII.)

$$\log x = \log \tfrac{1}{2}\, r\pi + \tfrac{3}{4} \log tang\, \tfrac{1}{2}\, \varkappa.$$

wel-

welches von 10 zu 10 Graden der Breite (r = 1 geſetzt), folgende Werthe von x geben wird

n	x	Differ.
0	0,0000	
10	0,2527	0,2527
20	0,4274	0,1747
30	0,5849	0,1575
40	0,7360	0,1511
50	0,8863	0,1503
60	1,0403	0,1540
70	1,2023	0,1620
80	1,3765	0,1742
90	1,5707	0,2042

XII. Um das Netz ſelbſt zu beſchreiben, faſſe man von dem in 1000 Theile getheilten Halbmeſſer r derjenigen Kugel, für welche man ein Coniglobium verfertigen will, der Ordnung nach von a nach b 252 Theile; von a nach c 427; von a nach d 585 Thl. u. ſ. w., von a nach h 1570 Theile, ſo erhält man die Punkte a, b, c, ..., durch welche aus a die Parallelen des Netzes von 10 zu 10 Graden der Breite geriſſen werden, wo denn jeder Theil, wie ab, bc, cd, für ſich allein 10 Grade der Breite vorſtellt. Die Meridiane von 10 zu 10 Graden der Länge zu erhalten, theilt man den Bogen XhY (XI.) in 36 gleiche Theile, und zieht aus a nach den Theil-

Theilpunkten gerade Linien, ſo iſt das Netz zu dem Coniglobio verfertigt.

XIII. Aus der Differenzreihe des Täfe (XI.) erſieht man, wie jede 10 Gra Breite auf dieſem Netze ſich unter ei verhalten. Am kleinſten ſind ſie zwiſche 40ten und 50ten Grad des Abſtandes Pole a, und am größten zwiſchen dem und dem 10ten Grade des Abſtandes ihm. Nach dem Aequator hin nehme Grade der Breite wieder zu. Die kle verhalten ſich zu den größten ohngefähr 15 : 25, oder wie 3 : 5. Die Mer grade, oder die Theile auf ah, ſind alſo lich von ungleicher Größe auf dieſem Zwiſchen dem 30ten und 60ten Grad Breite iſt aber der Unterſchied beynahe g förmig, dieß macht, daß denn innerhal ſes Raumes die Diſtanzen ſo ziemlich einerley Maaßſtabe gemeſſen werden kön wenn die Oerter übrigens nicht zu in Anſehung ihrer geographiſchen Längen, einander liegen.

XIV. Da auf dieſem Netze die Gra Parallelkreiſe überall ihr wahres Verh zu den neben ihnen befindlichen Meridia den haben, auch die Meridiane überal Parallelkreiſe, wie auf der Kugel, rech licht durchſchneiden, ſo verſchafft dieſe

werfungsart die größte mögliche Aehnlichkeit einzelner Länder, mit ihrem Originale auf der Kugel, oder auch, wenn man ſich ſolcher Netze zur Verzeichnung der Sternbilder, oder zu Stern-coniglobien bedienen wollte, die größte Aehnlichkeit der Sternbilder mit ihrer wahren Figur am Himmel. Dieſen Vorzug haben andere bekannte Coniglobien, z. E. die Zimmermanniſchen, nicht. Der Ausſchnitt oder Winkel, dem der Bogen YhX auf dieſen in eine Ebene ausgebreiteten Z. Sternkegeln entſpricht, iſt $= \frac{5}{6} \cdot 360° = 300$ Graden, und die Meridiane, wie ah, ſind blos in gleiche Theile abgetheilt. Dies macht, daß die Parallelgrade, welche man durch die Theilung jedes Bogens, wie XhY, in 360 gleiche Theile, erhält, gegen die der Meridiane nicht ihr wahres Verhältnis behalten können.

Z. E. 10 ſolcher Theile oder Grade des Aequators XhY, würden auf dem Zimmermanniſchen Netze, zu 10 Graden des Meridians ah, ſich verhalten, wie der 36te Theil des Bogens XhY zum 9ten Theile des Meridians ah. Aber die Länge eines Bogens XhY (deſſen Halbmeſſer = ah, und zugehöriger Winkel am Mittelpunkte = 300° iſt) findet ſich, wie aus der Geometrie leicht erhellet,

$$= \frac{2.ah.\pi.300}{360} = \frac{5}{3}.ah.\pi;$$ Davor

36te Theil $= \frac{5}{108}.ah.\pi$. Alſo verh

ſich auf den Zimmermanniſchen Coniglobie
Grade des Aequators zu 10 des Meri

$$= \frac{5}{108}\pi.ah : \frac{1}{9}.ah,$$ oder wie $\frac{5}{12}\pi$

d. h. (wegen $\pi = 3{,}1415$) beynahe
13 : 10, oder 10 Grade des Aequators
den betragen 13 Meridiangrade, und jene
hielten ſich alſo nicht wie dieſe, weil ſie
dem Aequator einander gleich ſeyn müſ
weil die Erde hier für eine Kugel ange
men wird.

Berechnet man hingegen auf dem
(XII.), wie ſich 10 Grade des Aequ
verhalten würden zu 10 des Meridians, le
von 0° der Breite angerechnet (alſo für
90°), ſo findet ſich erſtlich, nach dem T
chen (XI.), der Werth von 10 Graden
Meridians (für $\varkappa = 90°$) = 0,2042.
nun ferner für $\varkappa = 90°$, nach dem ern
ten Täfelchen, der Werth von x, oder von
Halbmeſſer ah des Aequators XhY = 1,
iſt, ſo hat man, weil des Ausſchnitts
Winkel = 270° iſt (XI), die Länge des Bo

$$XhY = \frac{2x.\pi.270}{360} = 2\pi x.\frac{3}{4} = \frac{3}{2}$$

Hievon der 36te Theil, als der Werth von 10 Graden des Aequators, in welchen ſich der Bogen XhY, auf dem Coniglobio krümmen würde, $= \frac{3\pi x}{2.36} = \frac{\pi x}{24} = \frac{1{,}5707 \cdot 3{,}1415}{24}$ $= 0{,}2062$. Da nun 10 Grade des Meridians, vom Aequator angerechnet, vorhin $= 0{,}2042$ gefunden wurden, ſo iſt hiemit, mit einem unmerklichen Fehler, das Verhältnis der Gleichheit zwiſchen den Meridian- und Aequatorsgraden bewieſen. Es ſind demnach Netze nach der Entwerfungsart (XII.) viel geſchickter zu Stern- und Erdkegeln, als die Zimmermanniſchen und ähnliche. Denn Coniglobien, wie (I.), ſollen nicht ſo ſehr die Aehnlichkeit im Ganzen (welches an und für ſich unmöglich iſt), als vielmehr die möglichſte Aehnlichkeit einzelner Theile, z. E. nicht allzugroßer Sternbilder, mit ihrer wahren Figur am Himmel, verſchaffen.

XV. Man kan den Werth von m in der allgemeinen Formel (VII.) auch nach andern Bedingungen und Abſichten beſtimmen; Geſetzt, es ſollten die erſten 45 Grade des Meridians auf dem Netze, den folgenden 45 Graden bis zum Pole gleich ſeyn, ſo daß der 45te Parallelkreis alle Meridiane des Netzes halbire, ſo hätte man, weil die Hälfte eines Meridian-Quadranten $= \frac{2 r \pi}{8} = \frac{1}{4} r \pi$, den Werth

von $x = \frac{1}{4} r \pi$ für $\kappa = 45°$; Demnach nach der Formel (VII.)

$$\frac{1}{4} r \pi = \frac{1}{2} r \pi \, (\text{tang } 22°\tfrac{1}{2})^m$$

oder

$$\frac{1}{2} = (\text{tang } 22°\tfrac{1}{2})^m$$

Mithin $m = \frac{\log 2}{\log \cot 22°\frac{1}{2}} = \frac{0{,}30103}{0{,}38277} =$ 0,786. Alſo auch wieder beynahe $= \frac{3}{4}$, wie oben (X.), welches zeigt, daß für den obigen Werth von m, auch beynahe der mittlere Parallelkreis des Netzes (der, welcher nemlich zum 45ten Grad der Breite gehöret) die Meridiane, wie ah, halbiret, wie ſolches auf der Kugel ſelbſt der Fall iſt.

XVI. Das bisherige wird hinlänglich zeigen, wie man Netzen zu Coniglobien die vortheilhafteſte Einrichtung geben könne. Begreiflich kan nun auch jedes Stück eines ſolchen Netzes, was man leicht beſonders zeichnen kan, zu einer Landcharte dienen, welches denn zeigt, wie die Eintheilung der Meridiane zu machen iſt, daß einzelne in das Netz hineingezeichnete Länder, die größte Aehnlichkeit mit ihrem Originale auf der Kugel erhalten. Man beſtimmt alsdann den Werth von m dadurch, daß man, nach (IX.), für k und κ die geogra-

geographiſchen Breiten derjenigen Parallelen annimmt, welche den Abſtand der beyden äuſſerſten Parallelen des zu verzeichnenden Stückes etwa in 3 gleiche Theile theilen. Sollte z. E. ein Land zwiſchen dem 20ten und 60ten Grad der Breite liegen, ſo würde man für k und $\varkappa$ am beſten $33\frac{1}{2}°$ und $47°$ nehmen, und daraus m beſtimmen. Den Halbmeſſer der Erde kan man nach Belieben annehmen, je nachdem man die Zeichnung zu dem Netze gröſſer oder kleiner machen will. Z. E. für $r = 10$ Zoll, würde das Coniglobium zu einer Erd- oder Himmelskugel von dieſem Halbmeſſer gehören.

§. 57.

Anmerkung.

Die bisher vorgetragenen Netze, wobey die Maxime angenommen wurde, daß einzelne Stücke derſelben, entweder dem Innhalte, oder der Figur nach, mit ihrem Originale auf der Kugel übereinſtimmen ſollten, machen nur einen geringen Theil aller möglichen hieher gehörigen Entwerfungsarten aus, weil man in Anſehung der Meridiane oder Parallelen, immer andere und andere Bedingungen mit jener Maxime verbinden kan. So könnte man z. E. annehmen, daß die Meridiane Kreisbogen, oder andere krumme Linien ſeyn ſollten,

ten, und man würde nunmehr beſtimmen kön-
nen, was die Parallelen des Netzes für krum-
me Linien bilden müßten, wenn ſie die Meri-
diane unter rechten Winkeln durchſchneiden,
oder ſonſt gewiſſe Bedingungen erfüllen ſollten.
Dieſe Aufgabe in der größten Allgemeinheit
dürfte aber wohl von keinem beſondern Nutzen
für die practiſche Mappirungskunde ſeyn, zu-
mahl wenn ſie auf krumme Linien führt, wel-
che in der Ausübung ſchwer zu zeichnen ſind.
Indeſſen iſt klar, daß insbeſondere die Bedin-
gung, daß die Meridiane und Parallelen auf
einem Netze, ſich rechtwinklicht, wie auf der
Kugel, durchſchneiden ſollen, zu der Lehre
von den trajectoriis in der höhern Geometrie
gehöre, worüber man dasjenige nachleſen kan,
was davon in den Schriften eines Bernoulli,
Eulers und anderer Analyſten vorkömmt. Z.
E. in *Joh. Bernoulli opp.* die Aufſätze, welche
man in dem Regiſter unter dem Titel des
Problem. Trajectoriarum &c. nachſchlagen kan.
Anwendungen davon, insbeſondere auf das
Zeichnen der Landcharten-netze, lehrt Hr. Eu-
ler in der oben (§. 47. II.) angeführten Ab-
handlung, Lambert im III. Theile ſeiner
Beyträge §. 65 u. f. Allein die Formeln
ſind ſo allgemein, daß, auſſer den bisher an-
geführten einzeln Fällen, ſich nichts brauchba-
res und bequemes für die Mappirungskunde
daraus herleiten läßt, wie Hr. Euler a. a. O.
(§. 60.) ſelbſt erinnert, und das Ganze iſt
dem-

demnach mehr ein Gegenſtand der Theorie, als der Anwendung. Dies wird mich entſchuldigen, wenn ich dieſe Unterſuchungen hier weglaſſe, und nur diejenigen einzelnen Fälle vorgetragen habe, welche keine zu weitläuftigen Rechnungen und Conſtructionen erfordern, und theils ſchon zu Landcharten gebraucht worden ſind, theils noch mit Nutzen angewandt werden können. Jetzt will ich nur noch etwas von des Hrn. v. Segners oben (§. 5. VI.) erwähnten Verfahren, die Erdfläche zu entwerfen, beybringen, ehe ich zu den perſpectiviſchen Projectionen fortgehe, die man ſo häufig zu Landcharten gebraucht hat.

§. 58.

Hrn. v. Segners Vorſchlag zu einer beſondern Art von Landcharten und Erdkörpern (Berlin. Aſtr. Jahrb. 1781. S. 44.).

Dieſer beſteht darinn, einzelne Zonen der Erdfläche dergeſtalt zu entwerfen, daß, wenn dieſe Zeichnungen nachher, wie das Netz eines Coniglobii, ſchicklich in Cylinder- oder Kegelflächen gekrümmt werden, ſie zuſammen einen Körper einſchlieſſen, der zwar keine Kugel iſt, aber doch die Geſtalt der Erde den Sinnen etwas beſſer darſtellt, als einzelne Coniglobien, oder Planiſphären.

Hr. von Segner wählt zu dieſer Abſicht die kalte, gemäſigte, und heiſe Zone. Aus mehreren Zonen einen ſolchen Körper zuſammenzuſetzen, würde zwar einen der Kugel ähnlichern Körper geben, ſo wie ein Polygon von vielen Seiten dem Kreiſe näher kommt, als eines von wenigern, allein die Verzeichnung würde zu weitläuftig ſeyn, und doch zu dem Gebrauche, den man von ſolchen Körpern, die ſtatt einer würklichen Kugel dienen ſollen, macht, im weſentlichen nicht viel mehr nützen.

I. Es ſey demnach (Fig. XL. Tab. IV.) ACP ein Quadrant eines mit dem Halbmeſſer AC der Erde beſchriebenen Kreiſes, P der Erdpol, und e, b, diejenigen Punkte, durch welche in eine der beyden Halbkugeln, z. E. hier in der nördlichen, der Polarkreis, und einer der Wendekreiſe gehe, ſo iſt aus der Geographie bekanntlich der Bogen Ab = 23°. 28′ = Pe, und folglich be = 43°. 4′.

II. Eine Tangente an A ſchneide in die Verlängerung des Halbmeſſers Cb in B ein. Ferner ziehe man aus B eine Tangente BE bis an den verlängerten Halbmeſſer Ce, und fälle endlich von E ein Perpendikel auf den Halbmeſſer CP.

III. Gedenkt man ſich nunmehr die ganze Figur um PC als um eine Axe herumgedreht, ſo

ſo beſchreibt der Quadrant AbeP eine Halbkugel; AB die Seitenfläche eines Cylinders, der die Halbkugel in einem größten Kreiſe durch A berühren würde; BE die Seitenfläche eines abgekürzten Kegels, der ſeine Spitze bey F, wo BE in die Verlängerung von CP einſchneidet, haben, und die Kugel in einem Kreiſe durch D berühren würde, und endlich PE eine Kreisfläche von dem Halbmeſſer PE. Eben ſo etwas um die andere Halbkugel gedacht, würde zuſammen einen Körper geben, den man nunmehr, nach Hrn. v. Segners Vorſchlage, ſtatt der Kugel ſelbſt gebrauchen könnte. Unter der heiſen Zone würde man ſich alsdann, die von der Tangente an A beſchriebene Cylinderfläche, unter den gemäßigten, die von den Tangenten, wie BE, beſchriebenen Kegelflächen, und unter den kalten Zonen, die von den Halbmeſſern, wie PE, beſchriebenen Kreisflächen vorſtellen. Die Oberflächen dieſer Theile in eine Ebene ausgebreitet, gäben alsdann die Netze zu dem verlangten Körper, welche nunmehr nach den in der Geographie eingeführten Gründen verzeichnet und eingetheilt werden müſſen.

IV. Man ſieht ſogleich, daß die von AB beſchriebene Cylinderfläche, in eine Ebene ausgebreitet, zu einem Rechtecke werden muß, deſſen Grundlinie dem Umfange des von dem Halbmeſſer AC der Erde beſchriebenen Aequators,

 tors,

tors, und die Höhe AB, der Tangente
Winkels ACB = 23°. 28′ für den H
meſſer AC gleich ſeyn wird. Was hier
dem um die Halbkugel ADP ꝛc. beſchrieb
Körper ABEP ꝛc. geſagt wird, gielt auch
dem um die andere Halbkugel beſchriebenen

Alſo iſt (den Halbmeſſer der Erde =
geſetzt) die Grundlinie jenes Rechtecks = 2
= 2 . 3,1415 . . . = 6,2831; und die H
AB = tang 23°. 28′ = 0,4341.

V. Man ziehe demnach (Fig. XLI.)
gerade Linie ff, und auf ſie ein Perpend
ik, und trage nach einem in 1000, od
wenn es die Größe deſſelben verſtattet,
10000 Theile eingetheilten Erdhalbmeſſer A
von a nach k und i, den halben Umfang
Aequators, alſo 3,1415 Halbm. der Er
und errichte in k und i Perpendikel mg,
auf denen man im = kn = ig = kh
tang = 23°. 28′ = 0,4341 (alles in Th
des zur Einheit angenommenen Halbme
AC) nehme, ſo iſt mngh das Rechteck (I
welches auf dem Segneriſchen Erdkörper
heiſe Zone bildet.

VI. Um die von der Tangente BE
ſchriebene abgekürzte Kegelfläche in eine E
ausbreiten zu können, ſo muß man ſich be

denn BF die Seitenlinie deſſelben, und das Perpendikel BN = AC = 1 den Halbmeſſer der Grundfläche, ſo wie EP den Halbmeſſer des Kreiſes, den der Punkt E auf der Kegelfläche beſchreiben würde, darſtellt.

Nun iſt, weil BD, BA zwey Tangenten von einem Punkte B auſſerhalb des Kreiſes ſind, BD = BA = tang 23°. 28′ = 0,4341, alſo auch der Winkel DCB = 23°. 28′; folglich DCF = 90° — 2. (23°. 28′) = 90° — 46°. 56′ = 43°. 4′ und DCE = = BCE — BCD = 43°. 4′ — 23°. 28′ = 19°. 36. Demnach

$$\begin{aligned} DF &= \text{tang } 43°.\ 4' = 0{,}9347 \\ DE &= \text{tang } 19°.\ 36' = 0{,}3560 \\ BF &= DF + DB = 1{,}3688 \\ BE &= BD + DE = 0{,}7901 \\ EF &= DF - DE = 0{,}5787 \\ EP &= CE\,\text{ſin}\,ECP = \text{ſec}\,ECD.\text{ſin}\,ECP \\ &= \text{ſec}\ 19°\ 36'.\text{ſin}\ 23°\ 28', \end{aligned}$$

wo ſich durch Logarithmen, EP = 0,4227 findet. Auch iſt CP = EC.coſECP = ſecECD.coſECP = 0,9737, alſo nicht völlig dem Halbmeſſer CA gleich.

VII. Weil nun jede in eine Ebene ausgebreitete Kegelfläche einen Kreisausſchnitt bildet, deſſen Halbmeſſer der Seitenlinie des Kegels, und Bogen dem Umfange der Grundfläche

fläche des Kegels gleich iſt, ſo ergiebt ſich für den der Kegelfläche (VI) entſprechenden Kreisausſchnitt der Halbmeſſer = BF = 1,3688, und der Bogen = einem Kreisumfange von dem Halbmeſſer BN oder AC, d. h. 2. π, daraus weiter der Winkel des Kreisausſchnitts

$$= \frac{360°. BN}{BF} = \frac{360°}{1,3688} \text{ (wegen BN = 1)}$$

= 263° beynahe.

VIII. Um nunmehr das Netz zu dem von BE beſchriebenen abgekürzten Kegel zu verzeichnen, nehme man (Fig. XLI.) bf = BF = 1,3688, und beſchreibe damit aus f, als einem Mittelpunkte, einen Kreis, ſo wird derſelbe von mn berührt. An den Mittelpunkt f trage man einen Winkel νfb = μfb = $\frac{1}{2}$. 263° = 131°$\frac{1}{2}$, vermittelſt des gemeinen Transporteurs, oder der in (§. 18. XI.) erwähnten Verfahren, ſo iſt der Kreisausſchnitt μbνfμ der ganzen von FB beſchriebenen Kegelfläche gleich.

Um aber blos die abgekürzte von EB beſchriebene Kegelfläche zu erhalten, ſo ziehe man aus f, mit einem Halbmeſſer fe = FE = 0,5787 einen zweyten Kreisbogen $\sigma e \tau$, ſo iſt $\sigma\mu b\nu\tau e\sigma$ das verlangte Netz für die abgekürzte Kegelfläche, welche eine von den gemäßigten Zonen darſtellt.

IX. End-

IX. Endlich beſchreibe man, indem man $e\pi = EP = 0{,}4227$ nimmt, aus π noch einen ganzen Kreis, ſo iſt dies eine von den kalten Zonen, und wenn man nun dieſe Zeichnung über und unterhalb ik macht, ſo erhält man das Netz, welches gehörig zuſammengebogen, den Körper geben wird, der um die Kugel beſchrieben worden, und ſtatt dieſer gebraucht werden kan. Am beſten zeichnet man dies Netz auf dünne geleimte und mit Papier überzogene Pappe.

X. Nun iſt nichts mehr übrig, als daſſelbe durch gerade Linien und Kreisbögen, welche die Meridiane und Parallelkreiſe vorſtellen ſollen, gehörig einzutheilen.

Hr. v. Segner gedenkt ſich daher durch die einzeln Grade des Quadranten AbeP (Fig. XL.), oder durch jede 5 oder 10 Grade, wie hier in der Figur, Halbmeſſer, bis an den geradlinigten Umfang ABDEP gezogen, vor, und nimmt die Stellen, wo dieſe Halbmeſſer in den erwähnten Umfang einſchneiden, für diejenigen an, durch welche die Parallelkreiſe mit dem Aequator gezogen werden ſollen.

XI. Man begreift, daß, da der Winkel $ACB = 23^{\circ}.\ 28'$, alſo $< 30^{\circ}$ iſt, auf AB, von A nach 1, und von A nach 2, für

den

den Halbmeſſer AC = 1 nur die Tangenten von 10° und 20° getragen werden dürfen, um die Punkte 1 und 2 zu erhalten, durch welche die Parallelkreiſe für den 10ten und 20ten Grad der Breite gezogen werden müſſen; Man nehme alſo auf dem Netze (Fig. XLI.) a1 = tang 10° = 0,1763 und a2 = tang 20° = 0,3639, ſo ſind 1 und 2 die Punkte, durch welche, gerade Linien, parallel mit ik, gezogen werden müſſen, um auf dem Rechtecke mngh, als der heiſen Zone, die Parallelen für den 10ten und 20ten Grad des Abſtandes vom Aequator ik zu erhalten.

Nun nehme man ferner auf dem Netze, bd = BD = 0,4341, ſo entſpricht der Punkt Punkt d dem Berührungspunkte D, als dem 46°. 56′ der Breite. Um demnach den Punkt 4 auf dem Netze zu erhalten, welcher dem 40ten Grade der Breite entſpricht, ſo trage man aus d in 4 die Tangente von 6°. 56′ = 0,1216. Ferner trage man aus d in 3 die Tangente von (10° + 6°. 46′), oder von 16°. 56′ = 0,3044, ſo iſt 3 der Punkt, durch welchen der Parallel für den 30ten Grad der Breite gezogen werden muß.

Ferner trage man aus d in 5 die Tangente von 3°. 4′ = 0,05357 (als der Ergänzung von 46°. 56′ zu 50°), ſo hat man den Punkt 5 auf dem Netze, welcher dem

50ten

ten Grad der Breite entſpricht. Da nun r Winkel DCE = 19°. 36′ (VI.), alſo r Punkt E dem 66°. 32′ der Breite entricht, ſo fällt zwiſchen D und E auch noch rjenige, welcher dem 60ten Grad der Breite gehört. Man trage alſo von d nach 6 auf m Netze, die Tangente von 13°. 4′ (als r Ergänzung der Breite von 46°. 56′, wele dem Punkte D entſpricht, zu 60°) mache ſo d6 = 0,2321, ſo iſt 6 der Punkt, weler zu 60° Breite gehört.

Endlich trage man aus π in 8, und aus in 7 die Tangenten von 10° und 20°, aber rmindert in dem Verhältniſſe AC : CP (weil e Linie EP keine Tangente an dem Punkte P lbſt iſt), d. h. in dem Verhältniſſe 1 : 0,9737 VI.), ſo iſt π8 = tang 10°. 0,9737 = 0,1716 und π7 = tang 20°. 0,9737 = ,3543, und die Punkte 8 und 7 werden dienigen ſeyn, durch welche die Parallelkreiſe ir den 80ten und 70ten Grad der Breite ezogen werden müſſen.

Die Parallelkreiſe innerhalb dem Netze σbτν der gemäßigten Zone, werden aus dem Mittelpunkte f, mit den Halbmeſſern f3, f4, 5, f6, beſchrieben, die aber innerhalb der alten Zone, aus dem Mittelpunkte π, mit en Halbmeſſern π7, π8.

XII. Um endlich die Meridiane zu zeichnen, ſo theile man den Aequator ik in 36 Theile, nemlich ai in 18, und ak in 18, ſo bedeutet jeder Theil 10 Grade. — Durch dieſe Grade werden innerhalb des Rechtecks mngh, Parallel-linien mit ff gezogen, ſo ſind dies Stücken der Meridiane innerhalb der heiſen Zone. In der gemäßigten, wie μσbτν, theile man den Bogen μbν ebenfalls in 36 gleiche Theile, und ziehe von dieſen Punkten, nach dem Mittelpunkte f, gerade Linien innerhalb des Raumes μσbτν, ſo ſind dies die Stücken der Meridiane innerhalb der gemäßigten Zone μσbτν. Endlich theile man auch den Umkreis der kalten Zone in 36 gleiche Theile, und ziehe aus dem Mittelpunkte π Halbmeſſer dahin, ſo iſt das Netz zu dem ganzen Körper von 10° zu 10 Graden der Breite, und 10 zu 10 der Länge eingetheilt. Man kan alsdann in jedes Viereck des Netzes die Länder nach der bereits bekannten Art eintragen. Soll der Körper eine Himmelskugel vorſtellen, ſo werden die Sterne nach Maasgabe ihrer Rectaſcenſion und Declination eingetragen, wo denn für einen Stern Rectasſcenſion und Declination das ſind, was für einen Ort auf der Erde, Länge und Breite bedeuten.

XIII. Landcharten nach dieſer Art gezeichnet, ſind nach Hrn. v. Segners Behauptung,

noch

noch ſo ziemlich der Natur gemäß, oder vielmehr, ſie ſtellen einzelne Theile der Erde beynahe in der wahren Geſtalt und Größe dar, und laſſen ſich ohne groben Fehler nach einerley Maasſtabe mit einander vergleichen. Einzelne Stücken dieſes Netzes geben Charten, welche dergeſtalt an einander geſchoben werden können, daß die Gränzen der in dieſen Stükken enthaltenen Länder und Seen, mit einer hinlänglichen Richtigkeit erſcheinen, und indem dieſe Gränzen aus einer Charte in die andere, und von dieſer in jene zurücklaufen, ſo läßt ſich die eigentliche Geſtalt des Ganzen deutlich genug darſtellen. Aus allen Charten dieſer Art aber, die nemlich die ganze, aus trockenem Land und Waſſer beſtehende Oberfläche der Erde vorſtellen, läßt ſich alsdenn ein Körper zuſammenſetzen, der von einer Kugel ſo wenig abweicht, daß, ſo lange es uns nur um die Geſtalt, Größe und Verbindung der verſchiedenen Theile dieſer Oberfläche zu thun iſt, derſelbe gar wohl die Stelle einer völlig runden Kugel vertreten kan. Und da der Körper aus Theilen (III) beſteht, welche leicht ſo verfertigt werden können, daß ſie ſich von einander abſondern, und wieder zuſammenſetzen laſſen, ſo giebt dieſes Gelegenheit, denſelben auſſer dem Gebrauche in einen Raum zu verwahren, der viel ſchicklicher und kleiner iſt, als derjenige, welchen eine eigentliche Erdkugel von eben der Größe einnehmen würde. Wollte

man aber dieſe Theile unbeweglich an einander befeſtigen, ſo könnte man, nach dem Vorſchlage Hrn. Lamberts, dieſen Körper auch gar wohl mit einer Axe, einem Horizonte und Mittagsringe verſehen, und dadurch ſeinen Gebrauch gar ſehr erweitern. Hr. Prof. Funk hat auf dieſe Art größere und kleinere Erdkörper beſorgt, welche den Beyfall des Publikums erhalten haben, und um einen merklich geringern Preis, als Kugeln von eben der Größe, geliefert werden können. Man ſehe oben (§. 5. VI.).

Viertes Kapitel.

Perſpectiviſche Projectionen der Erdfläche.

§. 59.

Man hat erſt in den neuern Zeiten angefangen, einzuſehen, daß die perſpectiviſchen Zeichnungen der Erdfläche, wovon ich bereits oben (§. 5. VII. ꝛc.) im Allgemeinen geredet habe, nicht gerade diejenigen ſind, welche vor allen andern den Vorzug verdienen, ſondern daß es allerdings mehrere Entwerfungsarten giebt, welche der Abſicht und der Bedin-

gung

gung einer guten Landcharte mehr, als die perſpectiviſchen entſprechen. Auſſerdem ſind ja perſpectiviſche Entwürfe im Grunde immer nur erdichtet oder eingebildet, und die Bedingung dabey, daß das Auge z. E. im Mittelpunkte der Erde, oder im Nadir des entworfenen Stüks der Erdfläche ſich befinde, wird in der Natur ſelbſt nicht erfüllt, und kan alſo auch wohl nicht als die vorzüglichſte Maxime bey Entwerfung der Landcharten angeſehen werden. Ferner haben alle perſpectiviſche Entwürfe das gemein, daß nur derjenige Theil der Erdfläche, welcher dem Auge gerade gegenüber liegt, mit erträglicher Genauigkeit auf denſelben abgebildet wird, daß aber die ſeitwärts liegenden Theile immer mehr und mehr von ihrem Urbilde auf der Kugel abweichen, da es hingegen allerdings, wie wir oben geſehen haben, Entwerfungsarten giebt, auf denen jeder Theil, dem entſprechenden auf der Kugel, mit gleichem Grade der Genauigkeit entſpricht, ſo daß alſo kein Theil, in Anſehung des andern, gleichſam etwas voraus hat, er mag in der Mitte der Charte, oder am Rande derſelben angenommen werden. Ich rede hier blos von der Aehnlichkeit einzelner Theile, nicht von der im Ganzen, welche überhaupt bey keiner einzigen Entwerfungsart ſtatt finden kan.

Die ſtereographiſche Projection, welche vor allen andern perſpectiviſchen noch den

Vorzug verdient, hat dennoch das Unbequeme, daß, wenn gleich einzelne Theile derſelben, ihrem Originale auf der Kugel noch ſo ziemlich ähnlich bleiben, dennoch die Grade auf dem mittlern Meridiane einer ſolchen Projection unter ſich viel zu ungleich ausfallen. — Welches denn zur Folge hat, daß für die Diſtanzen der Oerter, welche nahe an den Rand einer ſolchen Charte zu liegen kommen, ein ganz anderer Maasſtab, als für die in die Mitte fallenden, erfordert wird. Dann iſt auf der ſtereographiſchen Projection nur allein der mittlere Meridian geradlinigt, und die übrigen krümmen ſich deſto mehr, je weiter ſie ſich von dem mittlern entfernen. Daraus entſteht die Unbequemlichkeit, daß, wenn man aus einem ſtereographiſch entworfenen Netze, z. E. einer Generalcharte, zu beſondern Gebrauche einzelne Stücke herauszeichnen will, welche nicht von jenem geradlinigten Meridiane durchſchnitten werden, dergleichen Stücke durchaus krummlinigte Meridiane bekommen, dies erſchwert denn ihren Gebrauch, und giebt ihnen ein widriges Ausſehen, da hingegen eine Entwerfungsart, bey der alle Meridiane geradlinigt ſind, eine leichtere Herauszeichnung einzelner Theile verſtattet, und überhaupt zum Gebrauche bequemer iſt; Ausserdem paſſen Charten, worauf die Meridiane alle geradlinigt ſind, beſſer an einander, und können, wenn die Meridiangrade nach einerley Maas-

ſtabe

ſtabe gezeichnet worden ſind, erforderlichen Falles mit ihren Gränzen ſo aneinander gelegt werden, daß ſie ein zuſammenhängendes Ganze ausmachen, welches hingegen bey einzeln ſtereographiſch entworfenen Stücken nicht ſo leicht angeht, zumahl wenn jedes Stück aus einem beſondern Augenpunkte gezeichnet worden iſt.

Aus dieſen und mehreren Gründen verwarf die kaiſerliche Academie in Petersburg, zu einer Charte des ruſſiſchen Reiches, die ſtereographiſche Projection, und wählte diejenige, welche ich oben unter dem Nahmen der de l'Isliſchen erklärt habe (*Comm. Acad. Petr.* 1777. *P. I. p.* 143). Auch Hr. Prof. Bode bediente ſich bey den Planiſphären, welche er zu ſeiner Anleitung zur allgemeinen Kenntnis der Erdkugel gezeichnet hat, lieber der Lambertiſchen oben (§. 52. u. 53.) erklärten Entwerfungsart, als der ſtereographiſchen, die man bisher faſt allein zu Planiſphären gebraucht hat. So werden denn überhaupt gegenwärtig ſehr häufig andere Entwerfungsarten ſtatt der perſpectiviſchen gewählt. Da indeſſen bereits ſo viele Charten nach den Regeln der Perſpectiv gezeichnet worden ſind, und noch immer gezeichnet werden, ſo muß ich nunmehr auch dieſe Projectionsarten erläutern. Ich werde die Vorſchriften dazu nach einer Art, die mir die einfachſte ſcheint, aufſuchen.

§. 60.

I. Was man unter dem perſpectiviſchen Entwurfe eines Stücks der Erdfläche verſtehe, iſt ſchon (§. 5. VIII.) im Allgemeinen erklärt worden. Um aber nun hiebey von den erſten perſpectiviſchen Grundſätzen auszugehen, ſo ſey überhaupt AB (Fig. XLII.) ein Gegenſtand, und O das Auge in einer gewiſſen Entfernung von AB. Man gedenke ſich von jedem dem Auge zugekehrten Punkte dieſes Gegenſtandes, eine gerade Linie, oder einen Lichtſtrahl, eine Geſichtslinie, nach dem Auge O gezogen, ſo bilden alle dieſe Linien eine Strahlenpyramide BOA, deren Spitze der Punkt O ſelbſt ſeyn würde.

II. Nun iſt es in Anſehung des Eindrucks, oder der Empfindung, die ein Lichtſtrahl, z. E. BO, in dem Auge bewürkt, völlig einerley, ob dieſer Lichtſtrahl von dem Punkte B des Gegenſtandes AB herkömmt, oder von einem Punkte, z. E. b, der in der geraden Linie BO irgendwo liegt. Stellt man ſich daher die ganze Strahlenpyramide BOA mit einer ebenen Fläche MN durchſchnitten vor, ſo wird ſich auf MN eine Durchſchnitts-figur ab ergeben, von der das Auge O eben die Empfindung, wie von dem Gegenſtande AB ſelbſt, haben wird, weil, wenn z. E. b, a, die Durchſchnitte von einem Paare Lichtſtrahlen, wie BO,

BO, AO, mit der Ebene MN ſind, es für das Auge völlig einerley iſt, ob es von b, a, oder den zugehörigen Punkten B, A, die erwähnten Lichtſtrahlen bekommt. Das gilt denn von allen übrigen Punkten der Durchſchnittsfigur ba. Man kan ſich vorſtellen, als wenn jeder Strahl, wie AO, das Bild des zugehörigen Punktes A gleichſam mit ſich führte, und bey a, auf der Ebene MN zurückließe, und daß nun MN eine durchſichtige Tafel wäre, auf der man die Durchſchnitte a, b, aller von dem Gegenſtande AB nach dem Auge zufahrenden Lichtſtrahlen verzeichnete. Die Figur ab auf der Tafel, würde ſich dann dem Auge O, das hier für einen Punkt genommen wird, eben ſo darſtellen, wie der Gegenſtand AB ſelbſt, wenn man ihn aus O, durch jene Tafel betrachtete. Dies iſt der Grund, warum man jener Durchſchnittsfigur ab der Srahlenpyramide BOA, mit der Ebene MN, den Nahmen der perſpectiviſchen Projection des Gegenſtandes AB gegeben hat. Einen perſpectiviſchen Entwurf von einem Gegenſtande machen, heißt alſo nichts weiter, als jene Durchſchnittsfigur auf der Tafel MN ſo zeichnen, daß, wenn auch der Gegenſtand AB weggenommen würde, dennoch das Auge O das Bild ab deſſelben auf der Tafel eben ſo empfände, als den Gegenſtand ſelbſt.

Es brauchte hiebey MN gar nicht einmahl eine ebene Fläche zu ſeyn, und dennoch würde alles, was bisher geſagt worden, auch von dieſer gelten. Man würde alſo auch auf einer krummen Fläche MN, einen Gegenſtand AB perſpectiviſch verzeichnen können. Aber wir werden in der Folge für die perſpectiviſche Tafel MN, blos eine ebene Fläche nehmen.

III. Hieraus laſſen ſich nun leicht einige Folgerungen ziehen.

Wäre der Gegenſtand AB erſtlich eine gerade Linie, ſo müſſen alle Lichtſtrahlen, die von ihm nach dem Auge O gezogen werden, in einer einzigen Ebene BOA liegen, deren Durchſchnitt ba mit der Tafel MN, auch eine gerade Linie ſeyn wird, deren Länge und Lage, von der Lage der Ebene MN, gegen AB und das Auge O abhängen muß. D. h. jede gerade Linie AB, wird ſich auf einer Ebene, wie MN, auch als eine gerade Linie ab, perſpectiviſch abbilden müſſen.

IV. Weil auf der Oberfläche der Erdkugel, zur Beſtimmung der Lage der Oerter, Kreiſe gewählt werden, ſo müſſen wir uns vorzüglich mit den perſpectiviſchen Entwürfen der Kreislinie beſchäftigen, um die Projection eines Netzes auf der Kugel, das aus Meri-

dianen

dianen und Parallelen beſtände, zeichnen zu können. Hier wird nun ſogleich erhellen, daß, wenn der Gegenſtand AB ein Kreis iſt, alſo die Strahlenpyramide OBA, ſich in einen Strahlenkegel verwandelt, ihr Durchſchnitt mit der Ebene MN, alſo der perſpectiviſche Entwurf eines Kreiſes auf einer Ebene, nothwendig ein Kegelſchnitt, alſo entweder ein Kreis, eine Ellipſe, eine Parabel, oder Hyperbel ſeyn müſſe. Unter welchen Umſtänden eine von dieſen krummen Linien zum Vorſchein kommt, entſcheidet die höhere Geometrie. Aus der gemeinen Geometrie erhellet, daß die Projection eines Kreiſes, auch ein Kreis ſeyn müſſe, ſo bald als die, den Kegel BOA durchſchneidende Tafel MN, der Grundfläche BA des Strahlenkegels, alſo der Ebene des zu entwerfenden Kreiſes AB gleichlaufend iſt, es mag der Kegel BOA gleichſeitig oder ungleichſeitig ſeyn.

V. Iſt ſie aber der Grundfläche nicht parallel, ſondern durchſchneidet ſie in einer beliebigen geraden Linie, ſo kömmt es auf die Lage dieſer Linie, und auf die Neigung der ſchneidenden Ebene gegen die Grundfläche BA an, ob der Schnitt ein Parabel, Ellipſe, oder Hyperbel werden ſoll. Um das hieher gehörige zu erläutern, muß ich aber erſt noch folgendes zum vorausſchicken.

VI. Wenn ein Kegel vorgegeben iſt, z. E. BOA (Fig. XLIII.), ſo muß man ſich immer auch den entgegengeſetzten deſſelben vorſtellen, d. h. denjenigen, der entſtehen würde, wenn man alle Seitenlinien BO, DO, AO ꝛc., auch aufwärts über O hinaus, ohne Ende verlängerte. Man muß ſich nemlich erinnern, daß eine Kegelfläche beſchrieben wird, indem eine gerade Linie, wie βOB, ſich um einen feſten Punkt O dergeſtalt drehet, daß ſie dabey beſtändig um den Umfang eines Kreiſes BDA, der des Kegels Grundfläche heiſſen ſoll, herumgeführt wird; Da wird denn der über O hinausgehende Theil Oβ der geraden Linie, den obern Kegel αOβ, ſo wie ihr anderer Theil OB, den untern BOA beſchreiben.

Wird nun eine ſolche Kegelfläche mit einer Ebene kEi durchſchnitten, ſo kan dieſer Schnitt entweder nur einen der beyden entgegengeſezten Kegel αOβ, AOB, treffen, oder beyde zugleich. Je nachdem das eine oder andere geſchieht, kommen die verſchiedenen Kegelſchnitte zum Vorſchein, die unter den Nahmen des Kreiſes, der Ellipſe, Parabel und Hyperbel bekannt ſind.

Um aber die Umſtände zu beſtimmen, unter welchen die ſchneidende Ebene kEi nur einen, oder beyde Kegel trifft, ſo ſey (Fig. XLIII.

XLIII. XLIV. XLV.) ki die Durchſchnittslinie jener Ebene, mit des Kegels Grundfläche BDA, und CF ein Perpendikel auf ki, aus dem Mittelpunkte des Kreiſes BDA. Durch O, C, F, gedenke man ſich eine Ebene, welche die Ebene des Schnitts kEi, in der geraden Linie FE, die Seitenfläche des Kegels in den geraden Linien BO, AO, und die Grundfläche BDA in dem Durchmeſſer BA ſchneide, ſo werde ich dieſe Ebene BOA, die Ebene der Axe heiſen, weil in ihr die Axe OC des Kegels liegt. Daß überhaupt auch jede andere Ebene durch die Axe OC, die Kegelfläche in geraden Linien ſchneiden müſſe, iſt aus der Elementar-geometrie hinlänglich bekannt.

VII. Hier ſieht man nun ſogleich, daß, wenn die erwähnte Linie FE parallel iſt mit einer von den beyden Seitenlinien BO, oder AO des Kegels, z. E. (Fig. XLIV.) mit BO, die Ebene iEk des Kegelſchnitts unmöglich in den obern Kegel $\alpha O\beta$ treffen kan, ſondern blos in der untern Kegelfläche bleiben, und ſie in einer krummen Linie $\mu E \nu$ ſchneiden wird, welche mit zweyen immer weiter auseinander gehenden Schenkeln $E\mu$, $E\nu$ fortlaufen muß, weil der Schnitt nie in die verlängerte Seitenlinie OB eintreffen kan, wenn man ſich auch die Kegelfläche BOA über die Grundfläche hinaus, ohne Ende verlängert gedenket.

ket. Dieſe krumme Linie heißt die Parabel, und ſie ſetzt alſo voraus, daß der Winkel CFE gleich ſey dem Winkel CBO. Wenn EF mit OA parallel wäre, alſo der Winkel CFE = der Ergänzung des Winkels CAO zu 180°, ſo würde die Durchſchnittsfigur μEν ebenfalls von der erwähnten Eigenſchaft ſeyn, daß ſie nemlich mit zwey unendlichen Schenkeln fortliefe.

VIII. Iſt (Fig. XLV.) der Winkel CFE < CBO (oder auch > als des Winkels CAO Ergänzung zu 180°), ſo muß die Linie FE in beyde Seitenlinien OB, OA des untern Kegels, bey e und E einſchneiden, und die Ebene kEie des Schnitts wird jede Seitenlinie des untern Kegels treffen müſſen, es wird zur Durchſchnittsfigur eine in ſich ſelbſt zurücklaufende, nach allen Seiten zu begränzte krumme Linie ekEi zum Vorſchein kommen, die man eine Ellipſe nennt, und nur in einigen Fällen ſich in einen Kreis verwandeln kan. Sie unterſcheidet ſich alſo von der Parabel darinn, daß ſie keine unendlichen Schenkel hat, ſondern ſich vollkommen nach allen Seiten zu ſchließt. Sie iſt länglicht oder eyrund, und zieht ſich deſto mehr in die Länge, je weniger die Lage der Linie FE von dem Parallelismus mit BO, oder AO abweicht. Dagegen verwandelt ſie ſich in einen Kreis bqam, wenn ſie mit des

Kegels

Kegels Grundfläche BDAB parallel iſt, und auſſerdem noch in einem andern, hernach zu erörternden Falle.

IX. Iſt endlich (Fig. XLIII.) der Winkel CFE > CBO, ſo wird die Linie FE, und alſo die durchſchneidende Ebene über ki, auch in die obere Kegelfläche treffen, und mit derſelben eine Durchſchnittsfigur bilden, welche nicht nur in dem untern Theile BOA mit zweyen unendlichen Schenkeln Eμ, Eν, ſondern auch in dem obern αOβ mit zwey dergleichen em, en, verſehen iſt, und eine Hyperbel genannt wird. Sie unterſcheidet ſich von der Parabel darinn, daß letztere nur aus einem Paare ſolcher unendlichen Schenkel beſtehet. Uebrigens erhält man auch eine Hyperbel, wenn der Winkel CFE < als die Ergänzung des CAO zu 180° iſt.

X. Die Durchſchnittsfigur einer ebenen Fläche ikE, mit der krummen Seitenfläche eines Kegels, beſtimmt ſich demnach blos aus dem Verhalten des Winkels CFE (welchen die gemeinſchaftliche Durchſchnittslinie FE der Ebenen Eki und CFO, mit dem Perpendikel CE (VI.) macht), gegen diejenigen Winkel, welche die Seitenlinien BO, AO, mit dem Durchmeſſer ACFB der Grundfläche machen. Dieſer Winkel CFE kan aus der Figur des Kegels, je nachdem nemlich derſelbe gerade

rade oder ſchief iſt, alſo aus dem
winkel ſeiner Axe OC gegen die G
BA, und den übrigen Abmeſſunge
gels, dann aus der Lage der Du
linie ki, und dem Neigungswinkel
ſchneidenden Ebene Eki gegen die G
BDA, berechnet werden, und eb
laſſen ſich auch die Winkel ABO,
den. Die Vergleichung derſelben
CFE lehrt alsdann, ob die Schnit
ein Kreis, eine Ellipſe, Parabel od
bel iſt.

XI. Man fälle (Fig. XLV.)
Spitze O des Kegels, deſſen Axe O
Perpendikel OS auf die Grundflä
herab, und ziehe aus dem Mitte
nach S die gerade Linie CS, ſo iſt d
OCS die Neigung der Axe des Ke
die Grundfläche deſſelben. Man ne
$= \beta$, und die Länge der Axe OC =
Winkel, den die Linie CS mit ki m
CwF, in dem rechtwinkl. Dreyeck
heiße $\varkappa$; Durch dieſen Winkel wird
der Durchſchnittslinie ki, gegen die
te Richtung CS angegeben. Ferne
Halbmeſſer AC = CB = r, und
gungswinkel der Durchſchnittsebene
die Grundfläche BDA $= \psi$, ſo iſt de
kEi eine Ellipſe, Parabel, oder Hy

größer, gleich, oder kleiner iſt, als der Halbmeſſer r. Auf den Abſtand CF der Durchſchnittslinie ki vom Mittelpunkte der Grundfläche C, kommt es hiebey nicht an.

Beweis. 1. Man gedenke ſich den körperlichen Winkel bey C, welchen die drey ebenen Winkel FCS $= 90° - \varkappa$, FCO, und OCS $= \beta$, von denen des letztern Ebene auf der des erſtern FCS ſenkrecht ſteht, bilden, und (Fig. XLVI.) das dieſem körperlichen Winkel C zugehörige ſphäriſche Dreyeck osf, wenn man aus C, mit einerley Halbmeſſer, die Kreisbogen os, sf, of innerhalb den Schenkeln jener ebenen Winkel OCS, SCF, OCF beſchriebe. Dieſes ſphäriſche Dreyeck muß bey s rechtwinklicht, alſo osf $= 90°$ ſeyn. Dann iſt der Bogen sf das Maas des Winkels FCS, alſo $= 90° - \varkappa$, und eben ſo os $= \beta$. Daraus ergiebt ſich, nach der ſphäriſchen Trigonometrie, für die Seite of, oder den Winkel OCF, den ich ϑ nennen will, der Ausdruck

$$\operatorname{coſ} \vartheta = \operatorname{coſ} \beta \operatorname{ſin} \varkappa$$

und für den Winkel ofs $= \omega$, als dem Neigungswinkel der Ebenen OCF, SCF

$$\cot \omega = \cot \beta \operatorname{coſ} \varkappa \text{ (Trig. S. LIII.)}$$

2. Hieraus findet ſich weiter in dem geradlinigten Dreyecke OCB (Fig. XLV.), worinn

OC = c; BC = r, und der eing
Winkel OCF = ϑ (1)

$$\text{tang } OBC = \frac{c \sin \vartheta}{r - c \cos \vartheta}$$ (Trig.

3. Nun ſtelle man ſich ferner d
liche Ecke bey F vor, welche durch
ebenen Winkel kFE; kFC = 90°
gebildet wird, oder das zugehörige
Dreyeck ekc (Fig. XLVII.). In
der Bogen kc = 90°, als Maas d
Winkels kFC; Ferner der Neigu
ekc der Durchſchnittsebene EFk,
gegen des Kegels Grundfläche BDA,
Winkel wir mit ψ bezeichnen wollen,
lich der ſphäriſche Winkel kce = d
gungswinkel der Ebene EFC (Fig.
oder OCF gegen die Grundfläche
Kegels, d. h. kce = ω (1). Dar
für den Bogen ec (Fig. XLVII.),
zugehörigen Winkel EFC

$$\text{tang } EFC = \frac{\text{tang } \psi}{\sin \omega}$$ (Tr. S. LI

4. Nun iſt aber ferner in dem ſp
Dreyecke ofs (Fig. XLVI.) ſin os
= ſin of : ſin osf, oder ſin β :

folglich (3) für den Winkel EFC $= \zeta$,

$$\tan \zeta = \frac{\tan \psi \sin \vartheta}{\sin \beta}.$$

5. Endlich findet ſich auch in dem ſphäriſchen Dr. ekc (Fig. XLVII.) für den Winkel kFE, deſſen Maaß der Bogen ke $= \delta$ ſey,

$$\tan \delta = \frac{\tan \omega}{\sin \psi} = \frac{1}{\cot \omega \sin \psi}$$

oder (1) $\tan \delta = \dfrac{\tan \beta}{\cos \varkappa \sin \psi}$.

6. Nun kommt der Umſtand, ob die Figur des Kegelſchnitts kEi (Fig. XLV.) eine Parabel, Ellipſe, oder Hyperbel ſey, darauf an, ob der Winkel EFC, oder $\zeta = <$ oder $>$ als OBC iſt (X), d. h. ob der Ausdruck

$$\frac{\tan \psi \sin \vartheta}{\sin \beta} = < \text{ oder } > \text{ als } \frac{c \sin \vartheta}{r - c \cos \vartheta} \text{ iſt.}$$

D. h. ob $r - c . \cos \vartheta = <$ oder $> c \sin \beta \cot \psi$

oder $r = < > c (\cos \vartheta + \sin \beta \cot \psi)$

oder endlich ſtatt $\cos \vartheta$ den Werth (1) geſetzt

$$r = < > c (\cos \beta \sin \varkappa + \sin \beta \cot \psi)$$

iſt, welches zu beweiſen war.

XIII. Der Ausdruck

$$\text{tang}\,\psi = < \text{oder} > \frac{\quad}{r-}$$

zeigt, wie man in jedem Falle den
winkel der durchſchneidenden Ebene
men habe, damit der Schnitt ein
Ellipſe, oder Hyperbel ſey.

§. 61.

I. Man nehme nunmehr in der
des Kegelſchnitts kEie (Fig. XL
beliebigen Punkt q an, und gedenke
denſelben eine mit des Kegels
gleichlaufende Ebene, ſo ſchneidet
Kegel in einem Kreiſe bmaq, und
des Kegelſchnitts kEie in der geraden
welche nothwendig mit ki parallel
weil zwo parallele Ebenen BiAk, b
einer dritten kEie in parallelen Linie
ten werden.

In dieſem Kreiſe iſt bpa ein D
in der Ebene BOA, ſo wie BA ein
chen in der Grundfläche BDA iſt.
mp parallel mit kF, und pa parallel
ſo iſt der Winkel apm = AFk (Käſ
46 S. 2 Zuſ.) = 90° (§. 60. VI.
der Durchmeſſer ba ſchneidet die
rechtwinklicht, und mp iſt = ½ m

dem Kegelſchnitte kEie, und alſo die gerade Linie Ee auch die Sehne mq halbirt, ſo erhellet, daß Ee alle mit ki parallelen Sehnen des Kegelſchnitts halbiret, weil, was von der Sehne mq erwieſen worden iſt, wegen der willkührlichen Annahme des Punktes q (I), auf eine ähnliche Art, auch von allen übrigen mit ki parallelen Sehnen gelten muß.

II. Eine ſolche gerade Linie, wie Ee, welche in einem Kegelſchnitte eine Reihe von parallelen Sehnen halbiret, heißt ein Durchmeſſer des Kegelſchnitts. Alſo iſt Ee ein ſolcher Durchmeſſer für Sehnen, welche mit ki parallel laufen.

III. Nach den Eigenſchaften des Kreiſes iſt in dem Kreiſe bmaq, die Sehne pm die mittlere geometriſche Proportional-linie zwiſchen den beyden Stücken bp, pa, des Durchmeſſers ba; Alſo $ap : pm = pm : pb$, oder $pm^2 = ap \cdot bp$.

IV. Man ziehe weiter in der Ebene BOA, eg und Eh parallel mit BA, ſo hat man erſtlich wegen der Aehnlichkeit der Dreyecke bpe und hEe, und dann der Dreyecke Epa, Eeg

$$pb : pe = Eh : Ee$$
$$ap : Ep = ge : Ee$$

alſo $ap \cdot pb : Ep \cdot pe = Eh \cdot ge : Ee^2$

D. h. (III.) $pm^2 : Ep \cdot pe = Eh \cdot ge : Ee^2$

 Weil

Weil nun Eh, Ee, eg für den Kegelſchnitt einerley bleiben, wo man auch den Punkt m annehmen will, ſo iſt klar, daß ein jeder Kegelſchnitt, wie Eike, die Eigenſchaft hat, daß, wenn man in der Ebene deſſelben, durch einen beliebigen Punkt m ſeines Umfangs, eine gerade Linie mp parallel mit ki, nemlich mit der Durchſchnittslinie beyder Ebenen kEie, und BDA zieht, das Quadrat der halben Sehne pm, zu dem Produkt der beyden Stücken des Durchmeſſers ep, Ep, in einem beſtändigen Verhältniſſe des Produkts der Linien Eh und eg zum Quadrate des Durchmeſſers Ee ſtehe. Dieſe Linien Eh, eg, Ee bleiben conſtant, ſo lange als die Ebene kEie des Schnitts gegen die Grundfläche BDA ungeändert ihre Lage behält.

V. Da der Punkt m veränderlich iſt, alſo, wo man will, in dem Umfange des Schnitts angenommen werden kan, ſo ſey die ihm zugehörige Abſciſſe Ep = x, und Ordinate pm = y; Den Durchmeſſer Ee ſelbſt heiſe man a, und die beyden Linien Eh und eg ſeyen mit m und n bezeichnet, ſo iſt nach (IV.) die Gleichung für den Kegelſchnitt, wenn man der Kürze halber den Quotienten $\frac{m.n}{a.a} = b$ heißt, folgende

$$y^2 = b\,(a - x)\,x = abx - bx^2.$$

D. h.

D. h. wenn b und a gegeben ſind, ſo kan man für jedes x das zugehörige y berechnen, und ſolchergeſtalt ſo viel Punkte der krummen Linie kEie, als man will, durch ihre Abſciſſen und Ordinaten beſtimmen.

VI. Die Art, nach der ich hier die Gleichung für einen Kegelſchnitt gefunden habe, iſt ſo einfach und allgemein, ſowohl auf gerade, als ſchiefe Kegel anzuwenden, daß man alle die Weitläuftigkeit entbehren kan, welche man ſonſt bey Schriftſtellern, zumahl über die Schnitte des ſchiefen Kegels, findet.

VII. In dieſer allgemeinen Gleichung für den Kegelſchnitt, ſind die Größen b und a, von denen c, β, r, ψ, $\varkappa$, und dem Perpendikel CF = f, d. h. von den Abmeſſungen des Kegels, und der Lage der Schnitt-ebene kEie gegen die Grundfläche des Kegels abhängig. Sieht man dieſe Dinge als gegeben an, ſo kan man daraus erſtlich die Winkel OBC = ν, OAC = μ nach (§. 60. XI. 2.) berechnen.

Weil nun in der Gleichung (V.), für x = EF, ſich y in Fk verwandelt, ſo hat man für dieſen Fall auch

$$Fk^2 = b\,(a - EF)\,EF.$$

oder auch $Fk^2 = b\,.\,Fe\,.\,EF$. Alſo $b = \frac{Fk^2}{Fe\,.\,EF}$.

VIII. Hier iſt nun ſogleich erſtli
$r^2 - f^2$, in dem rechtwinkl. Dreyeck

Ferner in dem Dreyecke eBF,

$$\sin BeF : BF = \sin eBF : F$$

wegen $BeF = OBA - BFe = OB$
$= \nu - \zeta$ (§. 60. XI. 4.), und BF
wie auch $eBF = 180° - \nu$

$$\sin (\nu - \zeta) : r - f = \sin \nu$$

IX. Eben ſo iſt in dem Dreyecke
rinn der Winkel $FEA = 180° - (EF$
$= 180° - (\zeta + \mu)$; $FA = r + f$; E

$$\sin FEA : FA = \sin EAF :$$

oder $\sin (\mu + \zeta) : r + f = \sin \mu \quad :$

X. Demnach (VIII) (IX)

$$Fe = \frac{(r - f) \sin \nu}{\sin (\nu - \zeta)}; \; FE = \frac{(r+}{\sin}$$

und folglich wegen $(r + f)(r - f) =$

$$Fe . EF = \frac{(r^2 - f^2) \sin \nu \sin}{\sin (\nu - \zeta) \sin (\mu +}$$

mithin wegen $Fk^2 = r^2 - f^2$ (VIII)
von $b = \frac{Fk^2}{Fe . EF} = \frac{\sin (\nu - \zeta) \sin}{\sin \nu \sin \mu}$

und $a = FE + Fe$

$$= \frac{(r+f)\sin\mu}{\sin(\mu+\zeta)} + \frac{(r-f)\sin\nu}{\sin(\nu-\zeta)}.$$

XI. Auch iſt das Product a . b, welches ich c heiſen will,

$$= \frac{(r+f)\sin(\nu-\zeta)}{\sin\nu} + \frac{(r-f)\sin(\mu+\zeta)}{\sin\mu}.$$

Aus dieſen Formeln kan man alle Anwendungen auf die beſondern Fälle des Schnitts kEie herleiten, die aber hier nicht umſtändlich zu meiner Abſicht gehören. Für den Winkel $Epm = EFk = \delta$ (§. 60. XI. 5.), welchen die Ordinaten mp, mit dem Durchmeſſer Ee machen, iſt a. a. O. die Formel gefunden worden.

XII. Ich will hier nur einiges aus der allgemeinen Formel

$$y^2 = a.b.x - bx^2$$
$$= cx - bx^2 \text{ (XI.)}$$

herleiten.

Wenn z. E. der Schnitt eine Parabel geben ſoll, ſo muß der Winkel $EFC = OBC$, d. h. $\zeta = \nu$ ſeyn (§. 60. VII.). In dieſem Falle wird wegen $\nu - \zeta = 0$, auch $b = 0$ (X); a aber unendlich, das Product a.b,

oder c aber, wieder endlich (XI), nemlich $= \frac{(r-f)\sin(\mu+\zeta)}{\sin\mu}$. Demnach iſt die Gleichung für die Parabel $y^2 = c.x.$ D. h. wenn bey der Parabel die Abſciſſen auf einer Axe, wie EF, und der Anfangspunkt der Abſciſſen in dem einen Endpunkte der Axe, z. E. in E, genommen werden, ſo enthält die Gleichung für dieſe krumme Linie alsdann kein Quadrat der Abſciſſe x, ſondern blos das x in der erſtern Potenz: Die Gleichungen für die Ellipſe und Hyperbel, werden aber unter denſelben Umſtänden auch das x^2 enthalten. Uebrigens ſind dieſe Kegelſchnitte krumme Linien von der zweyten Ordnung, weil ihre Gleichungen von dem zweyten Grade ſind.

§. 62.

I. Unter welchen Umſtänden der Kegelſchnitt Ekie ein Kreis werde, entſcheidet ſich ſo:

Weil die Linie Ee in dem Schnitte, allemahl die mit ki parallelen Sehnen mq halbirt, keine Linie in einem Kreiſe aber eine Reihe von parallelen Sehnen halbiren kan, als ein Durchmeſſer, ſo iſt Ee ein ſolcher Durchmeſſer, und zwar muß der Winkel Epm $= \delta$, in dieſem Falle ein rechter ſeyn, weil

kein

kein Durchmeſſer eines Kreiſes ſeine Sehnen unter ſchiefen Winkeln halbiren kan. Soll alſo die Figur des Schnitts kEie ein Kreis ſeyn, ſo iſt die erſte Bedingung, daß $\delta = 90^\circ$ ſey.

II. Dann muß zweytens, wenn Ekie ein Kreis ſeyn ſoll, $Ep : pm = pm : pe$, oder $x : y = y : a - x$ ſeyn, d. h. $y^2 = ax - x^2$. Alſo muß in der allgemeinen Gleichung (§. 61. V.) für den Kegelſchnitt, $b = 1$; d. h.

$$\frac{\sin(\nu - \zeta)\sin(\mu + \zeta)}{\sin\nu \sin\mu} = 1 \text{ ſeyn.}$$

III. Die erſte Bedingung $\delta = 90^\circ$ zu erfüllen, ſo muß, wegen $\tang \delta = \frac{\tang \beta}{\sin\psi \cos\varkappa}$ (§. 60. XI. 5.), $\tang \delta$ unendlich, d. h. $\sin\psi \cos\varkappa = 0$ werden. Alſo muß entweder $\psi = 0$, oder $\varkappa = 90^\circ$ ſeyn. Für $\psi = 0$ iſt die Ebene des Schnitts kEei der Grundfläche parallel; Daß in dieſem Falle der Schnitt ein Kreis ſey, der Kegel mag gerade, oder ſchief, d. h. der Neigungswinkel β der Axe OC des Kegels, welcher man will, ſeyn, lehrt ſchon die gemeine Geometrie. Alſo iſt nur noch der 2te Fall für $\varkappa = 90^\circ$ zu unterſuchen.

Dann iſt, weil $\varkappa$ den Winkel CwF bezeichnet, $CwF = 90^\circ$, d. h. die Durch-

ſchnittslinie ki der Ebenen kEie und BDA iſt ſenkrecht auf CS, der Durchſchnittslinie der Ebenen OCS und BDA; Da nun aber allemahl die Ebene BDA auf der OCS ſelbſt ſenkrecht ſteht, ſo muß auch ik, welche in der Ebene BDA auf CS ſenkrecht ſteht, auf der Ebene OCS, d. h. auf der Ebene des Neigungswinkels der Axe OC des Kegels gegen ſeine Grundfläche ſenkrecht ſeyn. Alſo kan der Schnitt unter keinen andern Umſtänden ein Kreis ſeyn, als wenn ki, und folglich auch die Ebene kEie, ſenkrecht iſt, auf der Ebene des Neigungswinkels der Axe des Kegels gegen die Grundfläche deſſelben.

IV. Für $\varkappa = 90°$ iſt nun ferner, in (§. 60. XI. 1.), $\vartheta = \beta$; d. h. OCF = OCS; d. h. CF und CS, folglich auch w und F fallen zuſammen. Dann ferner, in (§. 60. XI. 4.), $\sin \omega = \frac{\sin \beta}{\sin \vartheta} = 1$ (wegen $\vartheta = \beta$); demnach $\omega = 90°$ und (ebendaſ.) $\zeta = \psi$.

V. Die XLVIIIte Figur ſtellt den Fall (III) mit ſeinen Folgen (IV) beſonders vor. Hier muß man ſich nun ki ſenkrecht auf CS, ſo wie die Ebene des Schnitts kEie ſenkrecht auf der Ebene OCS, gedenken, da denn letztere den Kegel in der kleinſten Seitenlinie OB,

OB, und der größten OA, ſchneiden wird. Der Winkel EFC $= \zeta$ verwandelt ſich alsdann in den Neigungswinkel ψ der Ebene des Schnitts gegen die Grundfläche des Kegels, und die Winkel ν, μ ſind jetzt diejenigen, welche die kleinſte und größte Seitenlinie des Kegels mit der Grundfläche BDA machen. Soll nun der Schnitt ein Kreis ſeyn, ſo muß das Verhalten zwiſchen den drey Winkeln ν, μ, ζ, oder ν, μ, ψ (IV) folgendes ſeyn (II.)

$$\frac{\sin(\nu - \psi)\sin(\mu + \psi)}{\sin\nu \sin\mu} = 1.$$

VI. In dieſer Gleichung iſt $\sin(\nu - \psi)$ $= \sin(\mathrm{OBF} - \mathrm{EFC}) = \sin(\mathrm{OBC} - \mathrm{BFe})$ $= \sin \mathrm{BeF}$ in dem Dreyecke BFe, und $\sin\nu =$ $\sin \mathrm{OBF} = \sin \mathrm{eBF}$. Dann in dem Dreyecke EFA, $\sin(\mu + \psi) = \sin(\mathrm{EAF} + \mathrm{EFC}) =$ $\sin \mathrm{FEA}$, und $\sin\mu = \sin \mathrm{EAF}$; Demnach

$$\frac{\sin \mathrm{BeF} . \sin \mathrm{FEA}}{\sin \mathrm{eBF} . \sin \mathrm{EAF}} = 1, \text{ oder}$$

$$\sin \mathrm{BeF} : \sin \mathrm{eBF} = \sin \mathrm{EAF} : \sin \mathrm{FEA}, \text{ d. h.}$$

$$\mathrm{BF} : \mathrm{Fe} = \mathrm{FE} : \mathrm{FA}.$$

Da nun in beyden Dreyecken überdem der Winkel BFe = FEA, ſo müſſen ſie einander

VII. Soll demnach der Schnitt Ekie ein Kreis ſeyn, ſo muß, auſſer der Bedingung (III.), zugleich der Winkel BeF, welchen der Durchmeſſer Ee, oder die gemeinſchaftliche Durchſchnittslinie der auf einander ſenkrecht ſtehenden Ebenen Ekei und BOASB, mit der Seitenlinie OB des Kegels macht, ſo groß ſeyn, als der Winkel FAE, welchen die andere Seitenlinie OA mit der Grundfläche des Kegels macht.

Man hat einen Schnitt dieſer Art eine *Sectionem ſubcontrariam*, oder einen Wechſelſchnitt des Kegels genannt. Alſo nur dieſer Schnitt, und derjenige, welcher der Grundfläche des Kegels gleichlaufend iſt, geben Kreiſe. Doch iſt klar, daß Schnitte, die mit dem Wechſelſchnitt Ekie gleichlaufend ſind, ebenfalls Wechſelſchnitte, und folglich Kreiſe ſeyn müſſen, ſo wie jeder mit BDA parallele Kreis in dem Kegel, für die Grundfläche deſſelben angenommen werden kan.

§. 63.

Zuſ. I. Wenn (Fig. XLVIII.) die Axe OC eines ſchiefen Kegels gleich iſt dem Halbmeſſer BC der Grundfläche, ſo iſt jeder Schnitt Ekei, der auf der Axe OC ſenkrecht geſchiehet, eine Sectio ſubcontraria, mithin ein Kreis. Denn wenn CO = CB = CA,

ſo

ſo kan man ſich durch B, O, A, einen Halbkreis gedenken. Da iſt denn der Winkel BOA im Halbkreiſe $= 90°$, mithin auch $OBA + OAB = 90°$, d. h. $OBA = 90° - OAB$. Iſt nun die Ebene kEie auf OC ſenkrecht, und ſchneidet OC in L, ſo hat man auch $FLC = 90°$ und $OEF = 90° - LOE = 90° - OAB$ (weil $CA = CO$), demnach $OBA = OEF$, d. h. der Schnitt iſt eine Sectio ſubcontraria.

Zuſ. II. Der Neigungswinkel $EFC = \psi$ iſt in dem Falle des vorhergehenden Zuſatzes $= 90° - OCF = 90° - \beta$; Aber $OCF = COA + CAO = 2 . CAO = 2\mu$; Alſo $\psi = 90° - 2\mu = 2 . OBC - 90° = 2\nu - 90°$ in den gleichſchenkl. Dreyecken BCO, OCA.

Zuſ. III. Geht ki, wie (Fig. XLIX.), zugleich durch den Mittelpunkt C der Grundfläche, ſo fallen die Punkte F, L, C der der XLVIIIten Figur in einen einzigen C zuſammen; Alsdann iſt (wegen ECA oder $\psi = 90° - \beta$, und $OBC = 90 - \frac{1}{2} OCB = 90° - \frac{1}{2}\beta = OEC$) in den rechtwinkl. Dreyecken COE, OCe, $CE = OC . \tan COE = r \cot OEC = r \tan \frac{1}{2}\beta$ und $Ce = OC . \tan COe = r \cot COE$ (wegen $BOA = 90°$ Zuſ. I.) $= r \tan OEC = r \cot \frac{1}{2}\beta$. Mithin der Durchmeſſer Ee des Wechſelſchnitts $kEie = CE + Ce = r (\cot \frac{1}{2}\beta + \tan \frac{1}{2}\beta)$

$= 2r$

$= 2r \operatorname{coſec} \beta = \frac{2r}{\operatorname{ſin} \beta}$; alſo der Halbmeſſer

$= \frac{r}{\operatorname{ſin} \beta} = \frac{r}{\operatorname{coſ} \psi} = r \operatorname{ſec} \psi$ (Zuſ. II).

Zuſ. IV. Wäre nun c der Mittelpunkt des Wechſelſchnitts kEie, alſo kc ein Halbmeſſer deſſelben $= r \operatorname{ſec} \psi$ (Zuſ. III.), ſo iſt in dem rechtwinkl. Dreyecke kCc, in welchem kC = Ci = r, für den Winkel kcC am Mittelpunkte c,

$$\operatorname{ſin} kcC = \frac{kC}{kc} = \frac{r}{r \operatorname{ſec} \psi} = \operatorname{coſ} \psi;$$

Mithin kcC $= 90^\circ - \psi$; und kci $= 2 . kcC = 180^\circ - 2\psi$, d. h. = der Ergänzung des doppelten Neigungswinkels des Schnitts gegen die Grundfläche des Kegels, zu 180°.

§. 64.

Anwendung des bisherigen auf die ſtereographiſche Projection.

I. Es ſey nunmehr (Fig. L.) OHQWP die Erdkugel, Q, P, die beyden Pole, alſo PQ die Erdaxe, und C der Mittelpunkt; Das Auge gedenke man ſich irgendwo bey O auf der Oberfläche der Erdkugel, einem Orte W gegen-

gegenüber, der um einen ganzen Durchmeſſer WCO von O entfernt ſey.

II. Durch den Mittelpunkt C ſey ſenkrecht auf OW eine Ebene gelegt, welche die Kugel-oberfläche in dem größten Kreiſe rHRT durchſchneide, ſo iſt dieſe Ebene rHRT gleichlaufend mit einer Berührungsebene an W, d. h. mit der Horizontalfläche des Ortes W.

III. Dieſe Horizontalfläche rHRT eines gegebenen Orts W ſoll nunmehr für das dem Orte W gegenüber liegende Auge O die perſpectiviſche Tafel ſeyn, auf welche nunmehr die Halbkugel HQWT (oder ein beliebiges Stück derſelben), mit allen Meridianen und Parallelkreiſen, dergeſtalt entworfen werden ſoll, daß die Zeichnung derſelben auf der Tafel RrHT ſich dem Auge O eben ſo darſtellen würde, als wenn es jene Kreiſe, oder das Netz was ſie bilden, auf der nach O zugekehrten hohlen Kugelfläche HWT ſelbſt betrachtete. Man heißt dieſe Projection, wobey das Auge O, auf der Oberfläche der Kugel, einem Orte W gegenüber, und zur perſpectiviſchen Tafel, eine durch den Mittelpunkt der Kugel, mit dem Horizonte von W gleichlaufende Ebene angenommen wird, die ſtereographiſche Horizontalprojection. Wie alſo für dieſe die Meridiane und Parallelen gezeichnet werden können,

nen, ſoll in folgenden Aufgaben unterſucht werden.

§. 65.

Aufgabe. Den perſpectiviſchen Entwurf eines Meridians QDPd, welcher von dem Meridiane WQHOT des Orts W, um einen gegebenen Winkel abſteht, zu zeichnen, vorausgeſetzt, daß des Orts W Horizontalfläche HRTr die perſpectiviſche Tafel ſey.

Aufl. I. Fall. Es ſey erſtlich der Meridian HQWT, des Orts W ſelbſt, auf der Tafel HRTr zu entwerfen.

Hier iſt klar, daß, wenn man ſich von allen Punkten des Meridians HQWT gerade Linien, als Lichtſtrahlen, nach dem Auge O gezogen vorſtellt, dieſer Lichtſtrahlen Durchſchnittspunkte mit der Tafel HDTd, ſämmtlich in einer geraden Linie HT, der Durchſchnittslinie der Ebene des Meridians HQWT mit der Tafel, liegen müſſen, weil das Auge in der Ebene dieſes Meridians ſelbſt befindlich iſt, und daß daher dieſe Durchſchnittslinie HT ſelbſt, der perſpectiviſche Entwurf des erſten Meridians PQWT ſeyn müſſe; **Jeder Meridian alſo, in deſſen Ebene das**

Auge ſelbſt liegt, muß auf der perſpectiviſchen Tafel ſich als eine gerade Linie projiciren.

II. Fall. Jeder andere Meridian aber, wie DQd, welcher die Ebene der Tafel in dem Durchmeſſer Dd ſchneidet, und von dem erſten Meridian um den ſphäriſchen Winkel DQW abſteht, wird ſich auf der Tafel als ein Kreisbogen Dqd abbilden, deſſen Halbmeſſer aus dem Abſtande des Orts W vom Pole Q, und dem ſphäriſchen Winkel DQW, oder dem Unterſchiede der beyden Mittagskreiſe dQDP, und des erſten HQWTO berechnet werden kān.

Beweis. Man gedenke ſich von allen Punkten des Umfangs des Kreiſes dQDP wieder nach dem Auge O gerade Linien gezogen, welche Lichtſtrahlen vorſtellen, ſo hat man einen Strahlenkegel, deſſen Spitze O, und Grundfläche der Meridian dQDP iſt. Die Durchſchnittsfigur dieſes Strahlenkegels, mit der perſpectiviſchen Tafel HDTd, muß ein Kreis ſeyn, weil erſtlich die Ebene der Tafel, oder die Ebene des Schnitts, ſenkrecht ſteht auf der Axe OC des Strahlenkegels, und dieſe Axe gleich iſt dem Halbmeſſer CQ oder CP der Grundfläche des Kegels, d. h. weil die Durchſchnittsfigur eine Sectio ſubcontraria deſſelben iſt (§. 63.).

Hier kommt indeſſen nur derjenige Theil dieſer Durchſchnittsfigur, oder des projicirten Meridians in Betrachtung, welcher der hinter die Tafel HRTd fallenden Hälfte dQD des Meridians zugehört, weil man ſich allemahl vorſtellt, das Auge O betrachte nur denjenigen Theil der Kugelfläche, welcher hinter die Tafel HT fällt.

Es wird ſich demnach die Hälfte des Meridians, alſo der Bogen DQd, auf der Tafel als ein Kreisbogen Dqd abbilden, welcher zu ſeiner Sehne die gerade Linie Dd, alſo die Durchſchnittslinie des Meridians mit der Ebene der Tafel hat, und durch den Punkt q, oder durch das Bild des Poles Q gehen muß.

Den Halbmeſſer, und die übrigen Beſtimmungen dieſes Kreisbogens Dqd, als der perſpectiviſchen Entwerfung, oder des Bildes des Meridians DQd auf der Tafel HT zu finden, dienen folgende Betrachtungen.

§. 66.

I. Für das Bild q, des Poles Q.

1. Dies Bild liegt da, wo die gerade Linie QO die Tafel durchbohrt.

Es

Es iſt zugleich dieſer Punkt q in der geraden Linie CH, dem Bilde des Meridians WQH (§. 65. I. Fall). Die gerade Linie Cq iſt das Bild von dem Bogen QW, dem Abſtande des Orts W vom Pole, oder der Ergänzung der geographiſchen Breite des Orts W zu 90°. C iſt das Bild von W, und fällt in den Mittelpunkt der Tafel.

2. Heißt man dieſen Bogen QW = ε, ſo iſt der Winkel QOW am Umkreiſe = $\frac{1}{2}$ ε, und in dem rechtwinkl. Dreyecke OCq

$$Cq = OC . \tan \tfrac{1}{2} \varepsilon$$

d. h. wenn man den Halbmeſſer OC = CH = r nennt, ſo hat man

$$Cq = r . \tan \tfrac{1}{2} \varepsilon .$$

§. 67.

II. Für die Lage der Sehne Dd des Bogens Dqd, gegen CH.

1. Weil die beyden größten Kreiſe dHDT, PdQD ſich in einem Durchmeſſer Dd der Kugel durchſchneiden, ſo geht die gerade Linie Dd durch den Mittelpunkt C der Kugel, und alſo auch des Kreiſes HDTd, und der Winkel HCD am Mittelpunkte, durch welchen die Lage der Linie Dd gegen HC beſtimmt wird, hat zu ſeinem Maaße den Bogen HD, in

dem ſphäriſchen Dreyecke HQD.
gen HD, als das Maas des Wi
= φ, kan man aus dem ſphäriſch
HQD berechnen, worinn QHD =
die Ebenen HQWO und HdTD
der ſenkrecht ſtehen), HQ = 90°
der Winkel HQD gleich iſt der
des Winkels DQW, oder des U
der Mittagskreiſe QD, QW, zu 180
man alſo dieſen Unterſchied der M
= λ, ſo iſt HQD = 180° — λ
den Regeln der ſphäriſchen Trigono

$$\text{tang}\,HD = \frac{\text{ſin}\,HQ\;.\;\text{tang}\,H}{\text{coſ}\,HQ\,\text{coſ}\,DHQ\,\text{tang}\,HQ}$$

oder wegen DHQ = 90°

$$\text{tang}\,HD = \text{ſin}\,HQ\,.\,\text{tang}\,HQD$$

d. h.

$$\text{tang}\,\varphi = -\,\text{coſ}\,\varepsilon\,.\,\text{tang}\,\lambda.$$

2. Man ſieht hieraus, daß
HCD = φ ſtumpf iſt, ſo lange λ
weil die Tangente des Winkels φ neg

Für den Winkel HCd hat ma

$$HCd = 180° - \varphi$$

und dieſer iſt ſpitzig, ſo lange λ ſp

Zuſ. Man ſtelle ſich vor, der punctirte Kreis AE ſey der Aequator, auf welchem von dem Punkte o nach der Richtung oE, alſo von Weſten nach Oſten, die Längen der Oerter gerechnet werden. Schneiden nun die Meridiane QV, QE, bey u und E in den Aequator, und heißt des Meridians QE, in welchem der Ort W liegt, auf deſſen Horizont man den Meridian QV ſtereographiſch entwerfen will, geographiſche Länge oE = L, und des zu projicirenden Meridians QV geographiſche Länge ou = l, ſo iſt der Winkel VQE = λ = L — l, demnach für den Winkel HCD, innerhalb deſſen die Projection qD des Bogens QD fällt

$$\tang \varphi = - \cos \varepsilon \tang (L - l).$$

§. 68.

Anmerkung.

Hier in der Figur iſt der Bogen QD, deſſen Projection qD iſt, weſtlicher, als QW. Wäre nun z. E. QD der Meridian von Paris, und QW der von Petersburg, ſo würde, wenn man dieſe Meridiane auſſen auf einem Erdglobo betrachtete, der Pariſer Meridian linker Hand des Petersburger fallen. Gedenkt man ſich nun aber das Auge auf der Kugel bey O, alſo im Nadir von Petersburg, und in die Höhlung der Halbkugel HWT,

 in

in der jene beyde Meridiane liegen, hineinſehend, ſo würde dieſem Auge alles umgekehrt erſcheinen, es würde ihm nemlich der Pariſer Meridian QD (alſo der weſtliche) rechter Hand des Petersburger QW erſcheinen, wie denn auch würklich die Projection qD des Pariſer Meridians hier rechter Hand der geraden Linie qC, oder der Projection des Petersburger fällt, wenn man die Tafel HT von der Seite O betrachtet. Da man nun aber bey dem Gebrauche der Landcharten, die Längen der Oerter, oder der Meridiane, allemahl von der linken Hand gegen die rechte zählt, ſo daß die öſtlichern Meridiane rechter Hand der weſtlichern zu liegen kommen, ſo ſieht man leicht, daß, wenn qD, alſo die Projection des weſtlichern Meridians, auch linker Hand qC, der Projection des öſtlichern, zu liegen kommen ſollte, man die aus dem Augenpunkte O geſchehene Entwerfungen qC, qD der Meridiane QW, QD, nicht von der Seite O, ſondern von der entgegengeſezten W betrachten müſſe, gleichſam als wenn man das Blatt Papier, worauf die Projectionen qC, qD gezeichnet worden, umkehrte, und gegen das Licht hielte, oder auch vor einem Spiegel betrachtete, da denn dem Beobachter in W ebenfalls qD linker Hand qC erſcheinen würde, ſo wie man auf der Kugel, QD linker Hand qW hat, wenn man ſie, wie gewöhnlich, von der convexen Seite anſieht. Man begreift,

daß

daß in der Natur der Projection Dqd im weſentlichen nichts geändert wird, ob man z. E. den Kreisbogen Dqd von der Seite O, aus dem wahren Standpunkte O, oder von der entgegengeſetzten W anſieht, man hat alsdann in der Zeichnung nur das zur linken, was man, indem man ſie aus O anſah, zur rechten hatte.

§. 69.

III. Für den Halbmeſſer des zu zeichnenden Meridians Dqd.

1. Es ſey nunmehr, wie bisher, der Kreis dHDT (Fig. LI.) die Tafel, oder eigentlich ihr Durchſchnitt mit der Erdkugel, C ihr Mittelpunkt, und die gerade Linie TCH, die Projection des bisher betrachteten Meridians HWT, in deſſen Ebene man ſich das Auge O gedenkt. q in der Linie CH ſey die Projection des Poles Q, und der Kreisbogen dqD die Projection eines Meridians, der um den Winkel λ von dem erſten HWT (Fig. L.) abſtehe, ſo iſt erſtlich $Cq = r \tan \frac{1}{2} \varepsilon$, welches die Lage des Punktes q auf CH beſtimmt.

2. Ferner für den Winkel qCD, oder $HCD = \varphi$ iſt

$$\tan \varphi = - \cos \varepsilon \tan \lambda$$

welches die Lage der Linie Dd = 2r, als Sehne des zu beſchreibenden Bogens Dqd, beſtimmt. Zieht man nun durch C, als dem Mittel der Sehne Dd, ein Perpendikel μc, ſo liegt der Mittelpunkt c des zu beſchreibenden Bogens Dqd in der geraden Linie μc, und der Halbmeſſer dc = qc des Bogens dqD iſt = $\frac{r}{\text{coſ}\,\psi}$, wenn ψ den Neigungswinkel des zu projicirenden Kreiſes dQD (Fig. L.) gegen die Tafel dHD bedeutet, weil für die gegenwärtige Projection alle die Umſtände eintreten, unter welchen oben (§. 63. Zuſ III.) der Schnitt des optiſchen Kegels betrachtet worden iſt.

3. Um alſo den Halbmeſſer der Projection dqD des Meridians dQD zu finden, ſo muß der gedachte Neigungswinkel ψ, alſo in gegenwärtiger Figur der ſphäriſche Winkel HDQ, berechnet werden.

Dieſer ergiebt ſich aus dem ſphäriſchen Drenecke HQD, in welchem der Winkel bey H = 90°, der Winkel HQD = 180° — λ, und der Bogen HQ = 90° — ε bekannt ſind.

4. Aus der ſphär. Trigonometrie iſt coſ HDQ = coſ HQ ſin DHQ ſin HQD — coſ DHQ coſ HQD

alſo

$$\text{coſ}\,\psi = \text{ſin}\,\varepsilon\ \text{ſin}\,\lambda$$

Folg-

Folglich der Halbmeſſer der Projection $Dqd = \frac{r}{\text{ſin}\,\varepsilon\,\text{ſin}\,\lambda}$, welcher demnach aus ε und λ gefunden werden kan.

5. Nimmt man demnach (Fig. LI.) dc $= Dc = qc = \frac{r}{\text{ſin}\,\varepsilon\,\text{ſin}\,\lambda}$, ſo kan, indem man über der Sehne Dd das gleichſchenklichte Dreyeck Dcd beſchreibt, der Mittelpunkt c des zu ziehenden Bogens Dqd gefunden werden.

Zuſ. I. Der Winkel Ccd am Mittelpunkte c, welcher der halben Sehne $Cd = \frac{1}{2}\, Dd$ zugehört, iſt nach (§. 63. Zuſ. IV.) $= 90° - \psi$. Ferner der Winkel $HC\mu = HCD - 90° = \varphi - 90° = cCT$.

Zuſ. II. In dem rechtwinkl. ſphäriſchen Dreyecke DHQ (3) iſt auch

$$\cot HDQ = \cot HQ\ \text{ſin}\ HD$$

oder

$$\cot \psi = \text{tang}\ \varepsilon\ \text{ſin}\ \varphi.$$

Zuſ. III. Man fälle auf HT, oder deren Verlängerung, von c ein Perpendikel cK, ſo hat man

$$KC = Cc\,.\,\text{coſ}\,KCc = Cc\,.\,\text{ſin}\,\varphi \quad (\text{Zuſ. I.})$$

und $Kc = Cc\,.\,\text{ſin}\,KCc = -\,Cc\,.\,\text{coſ}\,\varphi$

 oder

oder wegen Cc = Cd cot Ccd =

$$= \frac{r}{\cot \psi} = \frac{r}{\text{tang}\,\varepsilon\,\text{ſin}\,\varphi}$$ (Zuſ. II.

$$KC = \frac{r}{\text{tang}\,\varepsilon}$$ und

$$Kc = -\frac{r\,.\,\text{coſ}\,\varphi}{\text{tang}\,\varepsilon\,.\,\text{ſin}\,\varphi} = -\frac{r}{\text{tang}}$$

$$= -\frac{r}{\text{tang}\,\varepsilon\,\text{tang}\,\varphi} = \frac{r}{\text{tang}\,\varepsilon\,\text{coſ}}$$

$$= \frac{r}{\text{ſin}\,\varepsilon\,\text{tang}\,\lambda}.$$

Es kan alſo auch der Mittelp
zu beſchreibenden Kreiſes Dqd beſt
den, wenn man CK, Kc von den
Werthen nimmt; Da denn mit dem
ſer cq, durch den gegebenen Pun
verlangte Kreis, oder die Projection
benen Meridians, beſchrieben werden

Zuſ. IV. Es iſt auch Kq =
$= r\,(\cot\varepsilon + \text{tang}\,\frac{1}{2}\,\varepsilon) = r$ c
$\frac{r}{\text{ſin}\,\varepsilon}$ und (Zuſ. III.)

$$Kc = Kq \cot \lambda.$$

Zuſ. V. Da der Werth von KC $= \frac{r}{\text{tang}\,\varepsilon}$ gar nicht von λ, oder von dem Unterſchiede der beyden Meridiane QD und QW (Fig. L.) abhängt, ſo iſt klar, daß KC für alle zu beſchreibenden Meridiane unveränderlich bleibt, und nur die Werthe von Kc von dem Unterſchiede der Meridiane abhängen, das will ſagen, die Mittelpunkte c aller durch q zu beſchreibenden Bögen, welche die Projectionen der Meridiane vorſtellen, liegen in einer geraden Linie $\pi\rho$, welche man durch K, in dem Abſtande CK (Zuſ. III.) vom Mittelpunkte C, ſenkrecht auf CK zieht, wo denn CK blos in dem Verhältniſſe der Cotangente von ε, d. h. der Tangente der geographiſchen Breite des Orts W (Fig. L.) abhängt, deſſen Projection C in den Mittelpunkt der Tafel fällt.

Zuſ. VI. Für ein gegebenes λ iſt es leicht, zu beurtheilen, ob der Mittelpunkt c des zu beſchreibenden Meridians Dqd, linker oder rechter Hand der Linie HCK falle. So lange nemlich $\lambda = L - l$ bejaht, und kleiner als 90° iſt, fällt c linker Hand HK. Iſt aber $L - l$ verneint, oder $> 90°$, ſo iſt c rechter Hand KC zu nehmen, und ſo in allen Fällen, wo für Kc ein verneinter Werth kömmt.

§. 70.

Synthetiſcher Beweis des Satzes (Zuſ. V).

Daß die Mittelpunkte c aller zu entwerfenden Meridiane, oder aller Bögen durch q, wie Dqd (Fig. LII.), deren Sehnen Dd, durch den Mittelpunkt C des Kreiſes HDdH gehen, und dem Durchmeſſer dieſes Kreiſes gleich ſind, nothwendig in einer einzigen geraden Linie $\pi\varrho$ liegen müſſen, welche auf HqT ſenkrecht ſteht, kan auch auf folgende Art erwieſen werden.

1. Man ziehe durch C einen andern Durchmeſſer NM ſenkrecht auf den HT, und gedenke ſich durch N, q, M einen Kreisbogen NqM, welcher die Projection eines gewiſſen Meridians, ſo wie Dqd die eines beliebigen andern vorſtelle.

2. Der Mittelpunkt K des Bogens NqM wird in der Verlängerung von qC ſelbſt liegen, weil NM auf qC ſenkrecht, und NC = CM.

3. Iſt nun c der Mittelpunkt von dqD, und zieht man c, K zuſammen, ſo iſt zu beweiſen, daß der Winkel cKC = 90°.

4. Dies erhellet ſo:

Man ziehe durch q die geraden Linien DqV, dqL, NqR, MqS, und qo ſenkrecht auf Dd. So

So iſt aus der Geometrie erſtlich der Winkel Vqd, welchen die Sehne dq, mit der Verlängerung der Sehne Dq, macht, gleich dem Winkel CcD am Mittelpunkte c des Bogens Dqd, weil CcD der halben Sehne Dd zugehört, und zu ſeinem Maaße den halben Bogen Dqd hat, den auch der Winkel Vqd = qdD + qDd zu ſeinem Maaße hat.

5. Ferner der Winkel dVD im Halbkreiſe = 90°. Auch ſteht Cc auf der Sehne Dd ſenkrecht, weil Cd = CD, alſo iſt auch cCD = 90°.

6. Hieraus folgt, daß die beyden Dreyecke Vqd und CcD einander ähnlich ſind.

7. Eben ſo findet ſich auch leicht die Aehnlichkeit der beyden Dreyecke NSq, NCK.

8. Alſo Vd : Vq = CD : Cc, und NS : Sq = NC : CK = CD : CK, oder

$$\frac{Vd}{Vq} : \frac{NS}{Sq} = CK : Cc.$$

9. Wegen der ähnlichen Dreyecke Dqo und DVd iſt

$$Dq : qo = Dd : Vd$$

und nach den Eigenſchaften des Kreiſe
$= Vq \,.\, Dq$ alſo

$$Hq : Dq = Vq : Tq$$

Mithin

$$Hq : qo = Dd \,.\, Vq : Vd \,.$$

$$= \frac{Dd}{Tq} : \frac{Vd}{Vq}.$$

10. Eben ſo iſt wegen der
Dreyecke NSM, CqM, die Linie M

$$Dd : NS = Mq : Cq$$

und vermöge der Eigenſchaften des

$$Sq \,.\, Mq = Hq \,.\, Tq \quad \text{oder}$$
$$Sq : Tq = Hq : Mq$$

Demnach

$$Dd \,.\, Sq : NS \,.\, Tq = Hq : Cq$$

$$Hq : Cq = \frac{Dd}{Tq} : \frac{NS}{Sq} \quad \text{Aber nach}$$

$$qo : Hq = \frac{Vd}{Vq} : \frac{Dd}{Tq} \quad \text{alſo}$$

$$qo : Cq = \frac{Vd}{Vq} : \frac{NS}{Sq} = CK : Cc$$

11. Da nun überdem der W
= KCc, weil qo parallel iſt mi

muß der Triangel Cqo ähnlich ſeyn dem KCc; alſo der Winkel CKc = Coq. Aber Coq = 90°, alſo auch CKc = 90°. D. h. Kc ſteht auf Kq ſenkrecht, welches zu erweiſen war.

§. 71.

II. Aufgabe. Wenn die Ebenen HWTO, HRTr (Fig. LIII.) die bisherige Bedeutung haben, auf der Ebene der Tafel RHrT, einen beliebigen Parallelkreis, deſſen Abſtand vom Pole Q, d. h. Qa = Qb = η iſt, zu entwerfen.

Aufl. 1. Man gedenke ſich wieder einen Kegel bOa, deſſen Grundfläche der Kreis ab, und die Spitze in dem Punkte O iſt, wo das Auge angenommen wird, ſo iſt die Durchſchnittsfigur BZAB dieſes Kegels mit der Ebene HT, die verlangte Projection des Parallels ab.

2. Daß dieſe Durchſchnittsfigur auch jetzt ein Kreis ſey, erhellet ſo:

Erſtlich iſt die Ebene der Tafel ſenkrecht auf der Ebene des Meridians OHWT.

Man ziehe nun nach den Punkten a, b, wo der gedachte Meridian den Parallelkreis

durchſchneidet, aus O die geraden
Ob, ſo ſind dies ein paar Seit
optiſchen Kegels bOa; ab iſt ein
des Parallels, und die Ebene de
Oba, ſteht ſenkrecht auf der Ebe
rallels, weil dies Dreyeck in der
Meridians HWTO liegt, und all
auf den Ebenen der Parallelkrei
ſtehen.

3. Dies Dreyeck Oba iſt
ſchnittsfigur der Ebene des Meridian
mit der krummen Seitenfläche des K

4. Die Ebene HRTr iſt alſo
recht auf der Ebene des Dreyecks

5. Weil nun die Ebene Oab
auf der Ebene des Kreiſes ab,
Oba aber durch die Spitze des K
durch den Mittelpunkt g ſeiner
geht, ſo iſt nothwendig Oba die
Neigungswinkels der Axe Og des
gen die Grundfläche deſſelben.

6. Alſo iſt erſtlich die Ebene
recht auf der Ebene Oab, des M
kels Ogb der Axe des Kegels
Grundfläche deſſelben; Die erſte
welche ſtatt finden muß, wenn

7. Nun muß aber auch noch bewieſen werden, daß die Winkel OAB und Oba von gleicher Größe ſind, und alſo die Durchſchnittsfigur AZBA eine Sectio ſubcontraria des Kegels ſey.

8. Dies erhellet ſo:

Man ziehe Wa, ſo iſt der Winkel OaW im Halbkreiſe = 90° = OCH oder OCA. Da nun überdem der Winkel AOC den beyden Dreyecken AOC, OaW gemeinſchaftlich iſt, ſo ſind beyde Dreyecke einander ähnlich, und man hat

$$Oa : OW = OC : OA$$

und eben ſo wegen der ähnlichen Dreyecke ObW, OBC

$$OW : Ob = OB : OC$$

Demnach

$$Oa : Ob = OB : OA$$

Da nun überdem der Winkel BOA den beyden Dreyecken OAB und Oba gemeinſchaftlich iſt, ſo ſind ſie beyde einander ähnlich, woraus der Winkel OAB = Oba folgt.

Demnach iſt die Durchſchnittsfigur eine Sectio ſubcontraria des Kegels, mithin ein Kreis.

9. Vermöge deſſen, was w
der Sectione ſubcontraria bengeb
erhellet, daß der Mittelpunkt F i
BZA, in der geraden Linie AB
AB ſelbſt der Durchmeſſer des S
des Kreiſes BZA ſeyn müſſe.

10. Dieſen Durchmeſſer zu
erſtlich

$$CA = OC . \text{tang } WOa$$
$$CB = OC . \text{tang } WOb.$$

11. Aber OC=r und die W
WOb haben zu ihrem Maaße die
gen Wa, Wb; wo Wa = QW
$\varepsilon - \eta$, und Wb = QW + Qb =

12. Demnach

$$CA = r \text{ tang } \tfrac{1}{2} (\varepsilon - \eta)$$
$$CB = r \text{ tang } \tfrac{1}{2} (\varepsilon + \eta)$$

13. Alſo der Halbmeſſer AF de
$= \frac{1}{2}(CB - CA) = \frac{1}{2} r(\text{tang} \frac{1}{2}(\varepsilon + \eta) - \text{t}$
welchen ich mit ϱ bezeichnen will.

Anm. Weil überhaupt, wen
ein paar Winkel bedeuten, tang $\alpha -$
$\frac{\text{ſin } \alpha}{\text{coſ} \alpha} - \frac{\text{ſin } \beta}{\text{coſ} \beta} = \frac{\text{ſin } \alpha \text{ coſ} \beta - \text{ſin}}{\text{coſ } \alpha \text{ coſ}}$

$\frac{\sin(\alpha - \beta)}{\cos\alpha \cos\beta}$, ſo kan, wenn man $\alpha = \frac{1}{2}(\varepsilon + \eta)$ und $\beta = \frac{1}{2}(\varepsilon - \eta)$ ſetzt, die Formel für ϱ auch ſo ausgedrückt werden

$$\varrho = r \frac{\sin \eta}{2\cos\frac{1}{2}(\varepsilon+\eta)\cos\frac{1}{2}(\varepsilon-\eta)} = \frac{r\sin\eta}{\cos\varepsilon+\cos\eta}$$

14. Endlich iſt auch für den Abſtand des Mittelpunktes F der Projection, vom Mittelpunkte C der Tafel,

$CF = CA + AF$, d. h.

$$CF = \frac{1}{2} r \left(\tan\frac{1}{2}(\varepsilon+\eta) + \tan\frac{1}{2}(\varepsilon-\eta)\right)$$

Anm. Wenn man wie in (13. Anm.) verfährt, ſo kan der Werth von CF auch ſo dargeſtellt werden

$$CF = \frac{r\sin\varepsilon}{2\cos\frac{1}{2}(\varepsilon+\eta)\cos\frac{1}{2}(\varepsilon-\eta)}$$

$$= \frac{r\sin\varepsilon}{\cos\varepsilon+\cos\eta} \text{ (Tr. S. XIII. 13.)}$$

15. Die bisherigen Schlüſſe nahmen $\varepsilon > \eta$ an. Die Anwendung der gefundenen Formeln hat aber gar keine Schwürigkeit, wenn auch $\varepsilon < \eta$ wäre; weil alsdann $\varepsilon - \eta$ blos negativ, mithin auch die Tangente von $\frac{1}{2}(\varepsilon - \eta)$ negativ zu ſetzen iſt.

16. Zuſ. Für $\eta = 90°$,
Projection des Aequators, wäre

$$CF = \tfrac{1}{2} r \,(\text{tang}(45° + \tfrac{1}{2}\epsilon) - \text{tang}($$
$$= r \,\text{tang}\, \epsilon$$

nach den bekannten trigonometriſche
Und eben ſo

$$\varrho = \tfrac{1}{2} r \,(\text{tang}\,(45° + \tfrac{1}{2}\epsilon) + \text{tang}\,($$
$$= r \,\text{ſec}\, \epsilon.$$

§. 72.

III. Aufgabe. Es ſey numm
LIV.) z ein beliebiger Ort in de
kreiſe bza, deſſen Durchſchnittslin
Ebene des Kreiſes OHW, die g
ba ſey, und QzP ein Meridian dur
cher mit dem Meridiane des Orts
deſſen Horizontalfläche HT die ſter
Projection gemacht werden ſoll, d
zQW = λ mache. Des Orts
Qz = Qa vom Pole ſey, wie bis
und Z in der Projection BZA de
bza, ſey des Punktes z perſpectiv
es liege alſo Z auf der Tafel da,
rade Linie zO die Tafel durchbo
verlangt den Punkt Z auf
kreiſe BZA des projicirten P
bza zu beſtimmen.

Aufl. I. Man gedenke ſich

ſenkrecht auf die Tafel HRT, und RCr ſey beyder Ebenen, oder Kreiſe, gemeinſchaftliche Durchſchnittslinie, auf welcher demnach HC ſenkrecht ſtehen wird, ſo wie auch die Ebene OHW auf ORW ſenkrecht ſeyn wird.

II. Ferner ſey HzK ein größter Kreis, ſenkrecht auf den ORW, und zy ein Perpendikel auf die Ebene ORW; Von y fälle man yc ſenkrecht auf CW, ſo iſt, wie aus der Lehre von der Lage der Linien und Ebenen bekannt iſt, auch zc ſenkrecht auf CW (Käſtn. Geom. 46 S. 7 Zuſ.).

III. Durch c errichte man auch in der Ebene OHW eine ſenkrechte Linie cx auf CW, und x ſey ihr Durchſchnitt mit dem in der gedachten Ebene OHW liegenden Durchmeſſer ba, des Parallels bza.

IV. Weil nun die Ebene OHW ſelbſt auf ORW ſenkrecht ſteht, CW aber beyder Ebenen Durchſchnitt iſt, ſo muß auch cx auf der Ebene ORW ſenkrecht ſeyn (Käſtn. Geom. 47 S. 1 Zuſ.).

V. Alſo iſt cx parallel mit zy (Käſtn. Geom. 46 S.), und zy mit cx in einer Ebene zxyc, ſenkrecht auf ORW (Käſtn. Geom. 46 S.).

VI. Aber eben dieſe Ebene yczx muß auch ſenkrecht auf der OHW ſeyn, weil ycC und ycx rechte Winkel ſind (II. IV.) (Käſtn. Geom. 45. S.).

VII. Da nun überdem auch die Ebene des Parallels bza auf der Ebene OHW ſenkrecht ſteht, ſo muß beyder Ebenen yzcx und bza gemeinſchaftlicher Durchſchnitt zx ſenkrecht auf der Ebene OHW ſeyn (Käſtn. Geom. 48 S.).

VIII. Alſo zx auch ſenkrecht auf dem Durchmeſſer ba des Parallels bza.

IX. Ferner iſt die Ebene yzcx parallel mit der Ebene RHr, weil beyde auf OHW ſenkrecht ſtehen, und die Linien yc und Rr gleichlaufend ſind.

X. Gedenkt man ſich demnach durch O, z, x eine Ebene, welche die RHr in ZX durchſchneidet, ſo ſind ZX und zx, als Durchſchnittslinien zweyer parallelen Ebenen (IX), mit einer dritten Ozx ebenfalls gleichlaufend, und da zx ſenkrecht iſt auf der Ebene OHW (VII), ſo muß auch die mit ihr parallele ZX ſenkrecht ſeyn auf OHW, folglich auch auf der Linie CH, welche in der Ebene OHW durch X geht (Käſtn. Geom. 46 u. 45 S.).

XI. Ge-

XI. Gedenkt man ſich endlich auch noch die Ebene Ozy ſenkrecht auf ORW, und ihren Durchſchnitt ZY mit der Ebene RHr, die gleichfalls ſenkrecht iſt auf ORW, ſo iſt auch ZY ſenkrecht auf der geraden Linie Rr, und man ſieht leicht, daß ZY das Bild von dem Perpendikel zy, und ZX das Bild von zx ſeyn wird, und daß, ſo wie zxyc ein rechtwinklichtes Parallelogramm iſt, auch CYZX eines dergleichen ſeyn wird.

XII. Weis man nun für den Punkt Z, als das Bild von z, anzugeben, die Werthe von CX als Abſciſſe, und XZ als Ordinate, ſo iſt der Punkt Z hiedurch vollkommen beſtimmt. Es kommt alſo darauf an, nach den bisherigen Vorbereitungen, CX und XZ zu finden.

XIII. Dies geſchieht auf folgende Art:

Erſtlich ſind YC und yc parallel, alſo in dem Dreyecke Ocy

Oc : OC = cy : CY, aber cy = zx in dem Parallelogramme yczx (XI.), und eben ſo ZX = CY, alſo

Oc : OC = zx : ZX.

XIV. Ferner iſt, wie leicht einzuſehen,

zy : ZY = Oy : OY = Oc : OC

oder Oc : OC = zy : CX, weil ZY = CX.

XV. Nun iſt zy in der Ebene des gröſsten Kreiſes HZK (II), deſſen Durchſchnitt mit der Ebene ORK, die gerade Linie CyK iſt; Folglich iſt zy der Sinus des Bogens Kz, oder der Coſinus des Bogens Hz, für den Halbmeſſer CK = CH = r.

XVI. Alſo zy = r coſ Hz, wo coſ Hz für den Sin. tot. = 1 zu nehmen iſt.

XVII. Ferner iſt zx, ſenkrecht auf ba (VIII), der Sinus des Winkels zga am Mittelpunkte g des Parallelkreiſes, für den Halbmeſſer gz = ga, und dieſer Winkel zga iſt das Maas des ſphäriſchen zQa = λ (Kästn. G. 52 S. 3 Z.).

Alſo zx = gz ſin λ.

Aber der Halbmeſſer gz des Parallels bza iſt gleich dem Halbmeſſer der Kugel OHW multiplicirt in den Sinus des Abſtandes des Parallelkreiſes vom Pole, alſo gz = r ſin η. Demnach

zx = r ſin η ſin λ.

XVIII. Weiter iſt, weil zc ſenkrecht auf CW (II.), dieſe Linie zc für den Halbmeſſer CW = r, der Sinus des Bogens Wz, eines gröſsten durch z und W gelegten Kreiſes, und Cc der Coſinus dieſes Bogens. Demnach Cc = r coſ. Wz.

XIX.

XIX. Nun iſt in dem ſphäriſchen Dreyecke QWz gegeben der ſphäriſche Winkel zQa $= \lambda$, die Seite $Qz = Qa = \eta$, und $QW = \varepsilon$. Alſo nach den Regeln der ſphäriſchen Trigonometrie, für die dritte Seite Wz

$$\cos Wz = \sin\varepsilon \sin\eta \cos\lambda + \cos\varepsilon \cos\eta.$$

XX. Ferner in dem ſphäriſchen Triangel HQz, findet ſich aus $HQ = 90° - \varepsilon$, $Qz = \eta$, und dem eingeſchloſſenen Winkel $HQz = 180° - \lambda$

$$\cos Hz = \sin\varepsilon \cos\eta - \cos\varepsilon \sin\eta \cos\lambda.$$

XXI. Demnach (XVI)

$$zy = r\,(\sin\varepsilon \cos\eta - \cos\varepsilon \sin\eta \cos\lambda)$$

und (XVIII)

$$Cc = r\,(\sin\varepsilon \sin\eta \cos\lambda + \cos\varepsilon \cos\eta)$$

XXII. Folglich in der Proportion (XIV), worin $Oc = r + Cc$, $OC = r$, und zy aus (XXI) bekannt ſind

$$CX = \frac{\sin\varepsilon \cos\eta - \cos\varepsilon \sin\eta \cos\lambda}{1 + \sin\varepsilon \sin\eta \cos\lambda + \cos\varepsilon \cos\eta} \cdot r$$

und aus (XIII) und (XVII)

$$ZX = \frac{\sin\eta \sin\lambda}{1 + \sin\varepsilon \sin\eta \cos\lambda + \cos\varepsilon \cos\eta} \cdot r$$

 Be-

Berechnet man demnach dieſe Wer
gebene ε, η, λ, ſo kan dadurch
Z in der Projection des Parallel
werden.

Zuſ. I. Dieſe Formeln ſind
rechnung dieſer Werthe von CX un
nicht ſehr bequem.

Ich will daher ſuchen, ſie hier
quemer, wobey vortheilhaft die
angewandt werden können, einzurich
will den Bogen Wz $= \alpha$, und de
nennen.

Weil nun $\text{ſin}\,\eta = \text{tang}\,\eta\,.\,\text{co}$
auch (XX.)

$$\text{coſ}\,\beta = \text{ſin}\,\varepsilon\,\text{coſ}\,\eta - \text{coſ}\,\varepsilon\,\text{tang}\,\eta$$

und (XIX.)

$$\text{coſ}\,\alpha = \text{ſin}\,\varepsilon\,\text{tang}\,\eta\,\text{coſ}\,\eta\,\text{coſ}\,\lambda +$$

Man ſuche nun einen Winkel
Tangente $= \text{tang}\,\eta\,\text{coſ}\,\lambda$ iſt, oder ſe

$= \text{tang}\,\eta\,\text{coſ}\,\lambda$, ſo iſt, wegen tang u

$$\text{coſ}\,\beta = (\text{ſin}\,\varepsilon - \frac{\text{coſ}\,\varepsilon\,\text{ſin}\,u}{\text{coſ}\,u})\,\text{coſ}\,\eta$$

$$= \frac{\text{ſin}\,\varepsilon\,\text{coſ}\,u - \text{coſ}\,\varepsilon\,\text{ſin}\,u}{\text{coſ}\,u}\,.$$

$$= \frac{\text{ſin}\,(\varepsilon - u)}{\text{coſ}\,u}\,\text{coſ}\,\eta \quad (\text{Tr. S. XII. 2.})$$

welches ſich bequem durch Logarithmen rechnen läßt. Und nach einer ähnlichen Rechnung

$$\text{coſ}\,\alpha = \frac{\text{coſ}\,(\varepsilon - u)\,\text{coſ}\,\eta}{\text{coſ}\,u} = \text{coſ}\,\beta\,\text{cot}\,(\varepsilon - u)$$

Weil nun eigentlich

$$CX = \frac{r\,\text{coſ}\,\beta}{1 + \text{coſ}\,\alpha} \text{ und } 1 + \text{coſ}\,\alpha = 2\,\text{coſ}\,\tfrac{1}{2}\,\alpha^2$$

ſo iſt

$$CX = \frac{r\,\text{coſ}\,\beta}{2\,\text{coſ}\,\tfrac{1}{2}\,\alpha^2}$$

und eben ſo

$$ZX = \frac{r\,\text{ſin}\,\eta\,\text{ſin}\,\lambda}{2\,\text{coſ}\,\tfrac{1}{2}\,\alpha^2}$$

Kürzer kan man die Rechnung nicht anſtellen.

Exempel. Es ſey $r = 1$; $\lambda = 1°$; $\eta = 50°$; $\varepsilon = 67°.\ 30'$, ſo iſt

$$\begin{array}{rl} \log \text{tang}\,\eta = & 10{,}0761865 - 10 \\ l\,\text{coſ}\,\lambda = & 9{,}9999338 - 10 \\ \hline \text{alſo}\quad l\,\text{tang}\,u = & 10{,}0761203 \\ \text{Und}\quad u = & 49°.\ 59'.\ 44'' \\ \varepsilon - u = & 17\ .\ 30\ .\ 16 \end{array}$$

log

$$\log \sin(\varepsilon - u) = 9,4782486 - 10$$
$$\log \cos \eta = 9,8080675 - 10$$

$$\text{Summe} = 19,2863161 - 20$$
abgez. $\log \cos u = 9,8081076 - 10$

$$\log \cos \beta = 9,4782085 - 10$$
$$\log \cot(\varepsilon - u) = 10,5011603 - 10$$

$$\log \cos \alpha = 9,9793688$$
und $\alpha = 17^\circ.\ 31'.\ 16''$
$$\tfrac{1}{2}\alpha = 8 . 45 . 38$$

Alſo

$$2 \log \cos \tfrac{1}{2}\alpha = 9,9898036 - 10$$
$$+ \log 2 = 0,3010300$$

Alſo $\log 2 \cos \frac{1}{2}\alpha^2 = 10,2908336 - 10$

Dieſen Logarithmus ziehe man ab von $\log \cos \beta$, der bereits oben ſteht, ſo erhält man

$$\log CX = 0,1873740$$
alſo $CX = 0,153948$

Ferner iſt $\log \sin \eta = 9,8842540 - 10$
$$\log \sin \lambda = 8,2418553 - 10$$

$$8,1261093 - 10$$

Hievon ziehe man ab obigen Logarithmen von $2 \cos \frac{1}{2}\alpha^2$, ſo erhält man

$$\log ZX = 0,8352757 - 3$$
alſo $ZX = 0,006843$

Dies

Dies Exempel ſteht in Karſtens Lehr-
egriff der Math. 7 Th. im 23ten Ab-
hnitt der Perſpectiv §. 347. Meine Rech-
ung halte ich noch für kürzer, als die Kar-
tenſche, weil ich weniger Proportionaltheile
u berechnen habe. Auch iſt das Verfahren,
wodurch die Formeln für CX und XZ gefun-
den worden, gewiß das einfachſte, welches
tatt finden kan.

§. 73.

Zuſ. Unter welchen Umſtänden die Wer-
the von CX und ZX negativ werden, d. h.
der Punkt X unterhalb des Mittelpunkts C,
und der Punkt Z rechter Hand von CB (die
Projection nemlich von der Seite W angeſe-
hen) falle, hier umſtändlich aus einander zu
ſetzen, iſt für den, der mit trigonometriſchen
Formeln umzugehen weis, unnöthig. Meine
Formeln ſind ſo beſchaffen, daß ſie in einem
jeden Falle beſtimmen, ob die zur Berechnung
nöthigen Werthe von u, β, α kleiner oder
größer, als 90° ausfallen. Woraus ſich denn
zugleich ergiebt, wie CX und XZ bejaht oder
verneint werden.

Z. E. Wenn λ nicht, wie in dem gege-
benen Beyſpiele, bejaht, ſondern verneint
wäre, d. h. der ſphäriſche Winkel zQa, nicht

genommen würde, d. h. z ſich in der Halbku-
gel jenſeits der Ebene OHW befände, ſo würde coſ λ in der Formel für tang u dennoch bejaht bleiben, ſo lange nicht λ größer, als 90° würde, weil eines negativen Bogens Coſinus bejaht bleibt, ſo lange als er nicht über 90° iſt. Alſo bleibt tang u ebenfalls bejaht, mithin u ſpitzig. Iſt nun u < ε, ſo iſt ε — u, alſo auch ſin (ε — u) bejaht. Da nun auch coſ u bejaht iſt, ſo wird coſ β bejaht, folglich auch coſ α, und man ſieht alſo, daß auch CX bejaht bleiben müſſe. Aber der Werth von ZX wird, weil λ negativ angenommen, und alſo ſin λ negativ iſt, ſelbſt negativ werden müſſen.

Ferner ſey z. E. λ bejaht, aber > 90°, ſo iſt coſ λ verneint, alſo u verneint (u bedeutet allemahl den Bogen, welchen ein von z auf HQW ſenkrecht gefällter Bogen, von Q an auf HW abſchneidet, wo man denn leicht einſieht, daß, wenn λ > 90° iſt, das erwähnte Perpendikel über Q hinaus nach H zu, in HQW einſchneiden muß, wodurch denn u verneint wird). — Demnach verwandelt ſich ε — u in ε + u, und coſ β wird bejaht, ſo lange ε + u nicht über 180° groß wird; Ob alsdann α < oder > als 90° wird, ergiebt ſich daraus, ob der Werth von coſ α bejaht oder verneint ausfällt. Der Werth von CX wird aber bejaht werden, auch wird ZX be-

jaht

jahꝫt bleiben, weil ſin λ bejaht iſt, wenn auch $\lambda > 90°$ genommen wird. Und ſo wird ſich in andern Fällen leicht entſcheiden, wie CX und ZX bejahte oder verneinte Werthe bekommen.

Für Parallelkreiſe, welche in die ſüdliche Halbkugel fallen, wird $\eta > 90°$, wornach man ſich denn ebenfalls in der Rechnung zu richten hat, ſo wie denn auch, wenn W in die ſüdliche Halbkugel fällt, alſo ε über 90° groß wird, die beſondern aus der allgemeinen Formel herzuleitenden Werthe von CX und XZ, mit Zuziehung einiger Betrachtung der Figur, keinen Anſtand haben.

§. 74.

1. Dieſes Verfahren, Punkte eines Parallelkreiſes durch Abſciſſen und Ordinaten, wie CX, XZ, zu beſtimmen, kan dienen, einen Parallelkreis zu verzeichnen, wenn der Halbmeſſer deſſelben etwa zu groß wäre, als daß man ihn unmittelbar aus ſeinem Mittelpunkte F beſchreiben könnte. In dieſem Falle könnte man die Werthe von CX, XZ etwa von einzelnen zu einzelnen, oder je nachdem man es nöthig findet, auch nur von 5 zu 5 Graden der Länge λ berechnen, und dann durch die gefundenen Punkte Z, entweder aus freyer Hand, oder vermittelſt der Werkzeuge

(§.

(§. 18. X.), den verlangten Parallel ausziehen.

2. Statt der Werthe CX, XZ, könnte man zur Entwerfung des Punktes Z eines Parallelkreiſes, auch die Diſtanz CZ vom Mittelpunkte der Tafel, und den Winkel ZCF, den CZ mit CH machte, und welcher dem ſphäriſchen Winkel zWQ gleich ſeyn muß, gebrauchen.

Dieſen Werth von CZ zu berechnen, überlege man, daß, weil CZ, ſo wie auch cz, nothwendig auf der geraden Linie OCW ſenkrecht ſtehen (§. 72. II.)

$$CZ = OC \,.\, \mathrm{tang}\, ZOC = r \,.\, \mathrm{tang}\, WOz$$

ſeyn muß. Aber der Winkel WOz hat zu ſeinem Maaſe den halben Bogen $Wz = \frac{1}{2}\alpha$, Demnach

$$CZ = r\, \mathrm{tang}\, \tfrac{1}{2}\alpha,$$

wo denn α entweder nach der Formel (§.72.XIX)

$$\mathrm{coſ}\,\alpha = \mathrm{ſin}\,\varepsilon\, \mathrm{ſin}\,\eta\, \mathrm{coſ}\,\lambda + \mathrm{coſ}\,\varepsilon\, \mathrm{coſ}\,\eta$$

oder nach der bequemern (daſ. Zuſ. I.)

$$\mathrm{coſ}\,\alpha = \frac{\mathrm{coſ}\,(\varepsilon - u)\, \mathrm{coſ}\,\eta}{\mathrm{coſ}\,u}$$

berechnet werden kan. So wäre z. E. in dem obi-

obigen Benſpiele, wo $\frac{1}{2}\alpha = 8°.\ 45'.\ 38''$ gefunden wurde, für $r = 1$

$$CZ = r \tan \tfrac{1}{2}\alpha = 0{,}15410.$$

Für den Winkel ZCF = zWQ hätte man in dem ſphäriſchen Drenecke zQW

$$\sin Wz : \sin\lambda = \sin Qz : \sin zWQ \text{ oder}$$

$$\sin zWQ = \frac{\sin\eta \sin\lambda}{\sin\alpha}.$$

3. Macht man demnach den Winkel $FC\mu = zWQ$, und trägt auf den Schenkel $C\mu$ deſſelben das gefundene CZ, ſo iſt der Punkt Z in dem zu verzeichnenden Parallele beſtimmt.

Sehr oft iſt es hinreichend, bey der Berechnung derjenigen Dinge, welche zur Beſtimmung eines Punktes, wie Z, nöthig ſind, die Secunden wegzulaſſen, wodurch denn die Rechnungen freylich um ein merkliches abgekürzt werden.

Zuſ. I. Wäre der Fall, daß die Projection BZA eines vorgegebenen Parallels, ſich aus ihrem Mittelpunkte F ſelbſt hätte beſchreiben laſſen, ſo kan die Projection Z eines vorgegebenen Ortes z gefunden werden, wenn man für Z nur den Abſtand CZ vom Mittelpunkte C der Tafel, nach (2) berechnet, und mit

dieſem CZ aus C den verlangten Ort Z auf dem bereits beſchriebenen Parallele BZA abſchneidet.

Zuſ. II. Man ſieht leicht, daß CZ den perſpectiviſchen Entwurf des Bogens Wz, oder des Abſtandes des Ortes W, von dem z vorſtellt.

Zuſ. III. Im 15ten §. iſt gezeigt worden, wie man auch den Abſtand $Wz = \alpha$ zweyer Oerter W und z (für welche gegeben ſind die Weiten vom Pole Q, nemlich $QW = \varepsilon$, $Qz = \eta$, und der Unterſchied λ ihrer Mittagskreiſe zQ, WQ), durch eine leichte Conſtruction finden könne. — Wendet man alſo das dortige Verfahren auf die gegenwärtige Aufgabe an, ſo kan man die Rechnung (§. 72.) erſparen, und CZ ziemlich genau durch Zeichnung finden. Man würde demnach auf den einen Schenkel eines Winkels $= \lambda$, den man auf dem Papiere gezeichnet hätte, nach einem beliebigen, aber nicht gar zu kleinen tauſendtheiligten Maasſtabe, die Summe der beyden Sinuſſe von $\frac{1}{2}(\varepsilon + \eta)$ und $\frac{1}{2}(\varepsilon - \eta)$ tragen, und auf den andern Schenkel die Differenz dieſer Sinuſſe, ſo würde ſich, nach (§. 15.), die Sehne des Bogens α durch Zeichnung ergeben. — Dieſe meſſe man auf dem tauſendtheiligten Maasſtabe, und halbire die für dieſe Sehne gefundene

dene Anzahl von Tauſendtheilchen des Maaſ⸗ ſtabes, ſo hat man den Sinus von $\frac{1}{2}\alpha$, wel⸗ chen man in den Tafeln aufſchlagen, und da⸗ durch den Bogen $\frac{1}{2}\alpha$ in Graden und Minu⸗ ten erhalten kan. Dann nehme man aus den Tafeln die Tangente von $\frac{1}{2}\alpha$ (verſteht ſich für den Halbmeſſer 1), und multiplicire ſie in den Halbmeſſer OC = r, welchen man am bequemſten durch Meilen ausdrückt, ſo hat man CZ in Meilen, oder wenn man dies nicht will, ſondern CZ in Decimaltheilen des Halbmeſſers OC ausdrücken und abfaſſen will, ſo muß für die Projection insbeſondere erſt der Halbmeſſer OC in 1000, oder wenn es angeht, in noch kleinere Theile getheilt wor⸗ den ſeyn.

Zuſ. IV. Wenn der Halbmeſſer OC zur Projection nicht gar zu groß iſt, daß man die Sehnen, wie (Zuſ. III.), von ihm ſelbſt abfaſſen kan, ſo kan dieſer Halbmeſſer OC ſelbſt den tauſendtheiligten Maaſſtab, für die Be⸗ ſtimmung der Sehne des Bogens α durch Conſtruction, abgeben. Gewöhnlich iſt aber OC zu groß, und man muß daher zu die⸗ ſer Conſtruction einen kleinern Maaſſtab ge⸗ brauchen.

Aber alsdann iſt ein unvermeidlicher Feh⸗ ler von einigen Minuten, der in der Beſtim⸗ mung des Bogens α durch Conſtruction ſehr

 leicht

leicht begangen werden kan, deſ
in dem Werthe von CZ, der al
Theilchen des Halbmeſſers
faßt wird, je größer OC ſel
men worden iſt, und je kleinere
ben alſo auf dem Papiere noch
fallen.

Geſetzt demnach, OC wäre ſ
z. E. $\frac{1}{1000}$ Theilchen deſſelben, a
ner Meile, d. h. ohngefähr ein
dem Papiere, noch eine ſichtbare
machte, und man habe durch ob
ction, wie leicht möglich, die T
$\frac{1}{2}\alpha$ um einige Tauſendtheilchen d
brauchten Sehnenmaasſtabes unr
den, ſo würde dies in dem Wert
wenn man ihn in Meilen abfaßte,
Fehler von einigen Meilen betragen
daher der Meilenmaasſtab ſo groß
ein paar Meilen noch eine ſichtbar
trügen, ſo wäre es in allen Fällen
Werth von CZ durch Rechnung
men, die doch übrigens ſo gar
nicht iſt. Bey dieſer Rechnung
ſelten nöthig, kleinere Theile, a
100000 Theilchen des Halbmeſſers
trachtung zu ziehen, ja in den me
reichen 10000 Theilchen vollkomme

Zuſ. V. Je einen größern Theil der Erdfläche man ſtereographiſch entwerfen will, deſto kleiner iſt man genöthigt, den Halbmeſſer OC auf dem Papiere anzunehmen. Deſto mehr iſt es alsdann verſtattet, eine Conſtruction, wie (Zuſ. III.), anzuwenden, um die Berechnung der tang $\frac{1}{2}\,\alpha$ (2) zu erſparen.

Zuſ. VI. Iſt der Halbmeſſer OC ſehr groß, ſo würde es beſchwerlich ſeyn, ihn ganz, in ſeine kleinern Theile eingetheilt, vor ſich zu haben. Man bedient ſich alsdann nur eines ſolchen Stückes dieſes Halbmeſſers zum Abtragen der berechneten Werthe von CZ (oder auch von ZX und CX in (§. 72.), als höchſtens, nach Maasgabe des zu entwerfenden Stücks der Erdfläche, die Werthe von CZ, oder von CX und ZX ausfallen können.

Geſetzt, man wolle ein Stück der Erdfläche ſtereographiſch entwerfen, für einen Halbmeſſer OC von 60 Schuhen. Hier würde man für den ganzen Halbmeſſer OC keinen Raum auf dem Papiere haben. Er würde aber auch nicht ganz nöthig ſeyn, weil bey einem ſo großen Halbmeſſer, wohl nur ein mäßig großes Stück der Erdfläche, auch auf einem der größten Royalbogen, oder Kupferplatten, verzeichnet werden kan. Wäre daher z. E. das Blatt Papier, worauf ein Stück der Erdfläche ſtereographiſch entworfen

werden ſollte, etwa 3 Schuh lang und breit, ſo darf, weil C in dem Mittelpunkte des Blatt Papieres gewöhnlich angenommen wird, der Werth von CX oder ZX nie größer, als $1\frac{1}{2}$ Schuh ausfallen, welches den 40ten Theil des Halbmeſſers OC von 60 Schuhen betragen würde. Der Werth von CZ = $\sqrt{(ZX^2 + CX^2)}$ kan aber höchſtens etwas über 2 Schuh groß ausfallen, und dies wäre der 30te Theil des Halbmeſſers OC. Für ein größeres CZ würde Z auſſerhalb des Papieres fallen. Geſetzt nun, man wollte auf dem Papiere 100000 Theilchen des Halbmeſſers verzeichnen, ohne daß man den ganzen Halbmeſſer ſelbſt vor ſich hätte, ſo überlege man, daß, weil jene 2 Schuh dem 30ten Theile des Halbmeſſers OC gleich ſind, ſie $3333\frac{1}{3}$ Hunderttauſendtheilchen deſſelben betragen müßten, daß man alſo jene zwey Schuh auf dem Papiere in $3333\frac{1}{3}$ Theile, alſo einen Schuh auf dem Papiere in 1666 Theile theilen müßte, um beym Abfaſſen der Werthe von CZ, 100000 Theilchen des Halbmeſſers OC vor ſich zu haben.

Da es aber beſchwerlich ſeyn würde, zu dieſer Abſicht einen Schuh in 1666 Theile zu theilen, ſo überlege man, daß, weil 1000 ſolcher Theile betragen würden $\frac{1000}{1666}$ eines Schuhes,

hes, oder 0,6002 deſſelben, man nur nöthig haben wird, etwa 0,6 eines Schuhes, alſo 6 Decimalzoll in 1000 Theile einzutheilen, und jede ſolche 1000 Theile, ſo weit es die Größe des Papiers verſtattet, nach Art eines verjüngten Maasſtabes nach einander hinzutragen; Da würden denn die Theilchen dieſes Maasſtabes ſich auf 100000 Theilchen des Halbmeſſers OC beziehen.

Zuſ. VII. Wenn die Größe eines Blatt Papieres, worauf die Projection von einem Stücke der Erdfläche gemacht werden ſoll, vorgegeben iſt, und man hat den Werth von CZ für den von der Mitte C der Charte am weiteſten weg zu liegen kommenden Punkt Z berechnet, ſo kan man daraus die ohngefähre Größe des Halbmeſſers OC beurtheilen. Es ſey die halbe Breite des Papieres $= a$, die halbe Höhe $= b$, ſo iſt $\surd\,(a^2 + b^2)$ die größte Linie, welche von der Mitte des Papieres aus gezogen werden kan. Hätte man nun das größte $CZ = \mu \,.\, OC$ (wo μ einen Decimalbruch, wie den 0,15410 in dem Beyſpiele (2) bedeute) gefunden, und ſoll dies CZ auf dem Papiere Platz haben, ſo darf CZ nicht größer, als $\surd\,(a^2 + b^2)$ ſeyn, alſo

$$OC = \frac{\surd\,(a^2 + b^2)}{\mu}$$

Geſetzt, es wäre a =

CZ = 0,125 . OC, ſo mu

$= \frac{1,4142}{0,125}$, oder = 11,1

man alſo die Projection für ei
von 10 Fußen machte, ſo w
vollkommen auf das vorgege
fallen, ſondern auch noch
faſſung und den Rand
bleiben.

Dieſe Betrachtungen
übung wichtig, weil ſie zei
Größe des Papiers, wora
der Erdfläche entwerfen will
meſſer OC der Projection,
nung des zu entwerfenden
tet, oder auch, wie der H
jection, nach der Größe de
des zu entwerfenden Stücks
den kam, damit keine Punk
wie Z, auſſerhalb des Papi

Zuſ. VIII. Da der
859,430 Theile getheilt wer
man den Werth einer M
entwerfende Charte bekomme
ſtellet, daß, wenn OC z. E.

eingetheilt worden wäre, man nur $\frac{100000}{859}$, d. h. 116,35 ſolcher Theile abfaſſen müßte, um auf dem Papiere die Größe einer Meile zu erhalten. Da es aber nicht rathſam ſeyn würde, dieſe Größe mehrere male neben einander auf das Papier hinzutragen, um einen ganzen Meilenmaasſtab zu erhalten, ſo faßt man lieber ſogleich 11635 Theile des Halbmeſſers OC, als den Werth von 100 Meilen ab, und theilt den Raum in 100 Theile, ſo bekömmt man die einzeln Meilen, ſo wie den ganzen Maasſtab, genauer, als durch das Aneinanderſetzen der einzeln Meilen, welches nie das Ganze richtig geben kan.

Zuſ. IX. Wenn man, nach dem Verfahren (Zuſ. I.), auf den Projectionen verſchiedener Parallelkreiſe, die Punkte, wie Z, beſtimmt hat, welche einer und derſelben geographiſchen Länge λ zugehören, ſo liegen dieſe ſämmtlich in der Projection qZn eines Meridians QzU, welcher um den Winkel λ, von dem mittelſten HQW, deſſen Projection durch die gerade Linie HC abgebildet wird, abſteht. Man darf alſo dieſe Punkte Z, nur durch einen zuſammenhängenden Zug aus freyer Hand, oder vermittelſt der obigen Werkzeuge (§. 18. X.) verbinden, ſo kan durch ſieche

Kreisbogen qZn, oder die Pro
vorgegebenen Meridians QzU
werden.

Dieſes Verfahren dient, eine
qZn zu entwerfen, der ſich aus
telpunkte ſelbſt nicht bequem beſch
Die Projectionen der Parallelkreiſ
wöhnlich kleinere Halbmeſſer, als
ridiane, und laſſen ſich alſo eher
Mittelpunkten ziehen. Aber wen
nicht angienge, ſo würde doch
obige Verfahren, wodurch (§.
Punkte, wie Z, ſowohl zur Verze
Parallelen, als Meridiane, gefun
können, ſich anwenden laſſen.

Zuſ. X. Freylich wird dieſe
beſchwerlich ausfallen. Indeſſen bl
Formeln zur Beſtimmung der Werth
man die Punkte Z verzeichnen kan,
wiſſe Größen während der Rechnun
derlich. Z. E. in der Formel (§.

$$\cos\alpha = \sin\varepsilon \sin\eta \cos\lambda + \cos$$

bleiben die Produkte $\sin\varepsilon \sin\eta$; c
und folglich auch ihre Logarithmen
dieſelben, als man Punkte Z auf
demſelben Parallelkreiſe, und nur
terſchiedenen Werthe von λ ſucht

Zuſ. XI. Hätte man die Parallelkreiſe aus ihren Mittelpunkten ſelbſt beſchreiben können, ſo müſſen dennoch zur Ziehung der Meridiane, wie qZn, Punkte Z in dieſen Parallelkreiſen beſtimmt werden, welche einerley Längen, oder gleichen Werthen von λ zugehören. Allein man braucht alsdann etwa nur auf den beyden äuſſerſten und dem mittelſten Parallelkreiſe des zu entwerfenden perſpectiviſchen Netzes, ſolche zu einerley Länge λ gehörigen Punkte Z zu beſtimmen, ſo kan durch jede 3 ſolche zuſammengehörige ein Meridian, vermittelſt des Werkzeugs (§. 18. X. α.) durchgeführt werden, und dieſer Meridian wird denn auch die übrigen Parallelkreiſe in den gehörigen Punkten Z, welchen gleichen λ entſprechen, durchſchneiden, und folglich auch dieſe Parallelen in ihre Grade der Länge abtheilen. Bey dem Gebrauche des Werkzeugs (§. 18. X. β.) mögten drey Punkte wohl nicht hinlänglich ſeyn. Man könnte alsdann etwa auf 5 Parallelen ſolche zuſammengehörige Punkte verzeichnen, und die Meridiane durchführen.

§. 75.

Indeſſen kan man die Zeichnung eines Meridians, welcher um λ Grade von dem mittelſten der Charte abſteht, und folglich alle Parallelkreiſe in Punkten Z durchſchneidet, welche

ſämmt-

ſämtlich gleichen Längen zugehören, vielleicht noch bequemer auf folgende Art bewerkſtelligen.

1. Es ſey (Fig. LIV.) qZn die Projection von dem Theile QzU eines Meridians, welcher um λ Grade von dem QWT, deſſen Projection auf der Tafel die gerade Linie HCT iſt, abſtehe, und n ſey auf der Durchſchnittslinie Rr der Tafel, mit der Ebene ORW, die Projection des Punktes U des Meridians, wo ſolcher in den größten Kreis ORW einſchneidet.

2. Man heiße den Bogen UW, welcher ſich aus dem rechtwinkl. ſphäriſchen Dreyecke UWQ, in welchem der Winkel bey $W = 90°$, der Bogen $QW = \varepsilon$, und der Winkel UQW $= \lambda$ iſt, ergiebt $= \vartheta$, ſo iſt nach der ſphäriſchen Trigonometrie tang WU, oder

$$\text{tang}\ \vartheta = \text{tang}\ \lambda\ \text{ſin}\ \varepsilon.$$

3. Nun ſey (Fig. LV.) qZn der zu zeichnende Meridian, und die Bedeutung der Buchſtaben q, C, n, wie die in der LIVten Figur.

4. Man gedenke ſich in n eine Tangente des Meridians, und nγ darauf ſenkrecht, ſo liegt der Mittelpunkt c der Projection qZn, in der geraden Linie nγ. nc ſey alſo der

Halb-

Halbmeſſer der Projection qZn, ſo iſt nach (§. 69. 4.)

$$cn = \frac{r}{\sin \varepsilon \sin \lambda} = \frac{r}{\cos \psi} \text{ (daſ. 3.)}$$

5. Man ziehe weiter cK ſenkrecht auf die Verlängerung von qC, und ck ſenkrecht auf die Verlängerung von nC, ſo iſt nach (§. 69. Zuſ. III.)

$$kc = KC = \frac{r}{\tan \varepsilon}$$

6. Ferner Cn (Fig. LIV.) = OC . tang COn, weil OCn ein rechtwinkl. Dreyeck iſt. Aber OC = r, und der Winkel COn = WOU = $\frac{1}{2}\vartheta$, weil er als ein Peripheriewinkel zu ſeinem Maaße den halben Bogen UW = ϑ hat, worauf er ſteht. Demnach

$$Cn = r \,.\, \tan \tfrac{1}{2}\vartheta.$$

7. Auch (Fig. LV.) in dem rechtwinklichten Dreyecke nkc;

$$\sin knc = \frac{kc}{cn} = \frac{KC}{cn} = \frac{\cos \psi}{\tan \varepsilon} \text{ (4. 5)}$$

oder cos ψ aus (§. 69. 4.) genommen, und den Winkel knc oder Cnc = ζ geſetzt

$$\sin \zeta = \frac{\sin \lambda \sin \varepsilon}{\tan \varepsilon} = \cos \varepsilon \sin \lambda$$

8. Die-

8. Dieſer Winkel ζ beſtimmt nun die Lage des Halbmeſſers nc gegen die Linie Cn (6), und iſt alſo leicht aus λ und ε berechnet.

9. Nun ſey Z ein beliebiger Punkt des Meridians, und auf den Halbmeſſer cn die Linie ZG ſenkrecht, ſo wie Zu ſenkrecht auf die an n gezogene Tangente nτ, ſo iſt, wenn man GZ = nu = y, Zu = Gn = x, und den Halbmeſſer nc = R ſetzt, aus den Eigenſchaften des Kreiſes

$$2R - x : y = y : x \text{ oder}$$
$$y^2 = 2Rx - x^2.$$

10. Man kan demnach für jedes auf der Tangente nτ angenommene nu = y den zugehörigen Werth von x = Zu berechnen, oder auch, wenn man will, x nach Gefallen annehmen, und daraus y berechnen.

11. Gewöhnlich iſt der Halbmeſſer nc ſo groß, daß man gegen das Product 2Rx ohne merklichen Fehler das x^2 weglaſſen kan, und alſo beynahe

$$y^2 = 2Rx$$

oder $x = \frac{y^2}{2R}$ ſetzen kan.

12. Der letztere Fall eräugnet ſich allemahl, wenn der Meridian qZn aus ſeinem Mittel-

Mittelpunkte c ſelbſt nicht beſchrieben werden kan, wenn c zu weit hinaus fällt, und alſo der Bogen qZn nur wenig Krümmung hat, wie z. E. der Fall iſt, wenn man kein großes Stück der Erdfläche, z. E. nur ein einzelnes Land, und zwar für einen ziemlich großen Halbmeſſer r, ſtereographiſch entwerfen will. Wird ein großes Stück der Erde entworfen, und ſoll ſolches auf einem vorgegebenen Blatt Papiere Raum haben, ſo wird der Halbmeſſer r nie ſehr groß angenommen werden dürfen, und die meiſten Meridiane, auſſer denen, die etwa zunächſt um den mittelſten qC zu liegen kommen, werden ſich aus ihren Mittelpunkten ſelbſt beſchreiben laſſen.

13. Uebrigens brauchen nur für wenige Punkte die Abſciſſen nu, und Ordinaten Zu berechnet zu werden, nur für ſo viele, daß man den Bogen qn mit hinlänglicher Genauigkeit, vermittelſt der oben beſchriebenen Werkzeuge, verzeichnen kan.

14. Begreiflich braucht man nur allemahl $nu' = nu$ und ſenkrecht darauf $u'z = uZ$ zu nehmen, ſo iſt auch z ein Punkt in dem zu beſchreibenden Bogen.

15. Uebrigens kan man auch aus der von n nach dem zu beſtimmenden Punkte Z angenommenen Sehne nZ die Abſciſſe Gn berech-

rechnen, und Z durch Gn und
nen, wie oben (§. 18. X. 29.) gez
Heißt man nemlich den Halbme

zeichnenden Bogens Zn = R =

(4), ſo iſt nach (a. a. O. X. 30.)

$$Gn = \frac{Zn^2}{2R} = \frac{\frac{1}{2} Zn^2 . \sin \varepsilon \sin}{r}$$

Nun nehme man $nZ = \frac{m}{1000} r,$
(§. 18. X. 31.), ſo hat man

$$Gn = \frac{\frac{1}{2} m^2 . \sin \varepsilon}{1000000} . r . \sin \lambda$$

d. h. Gn faßt ſo viele Milliont
Halbmeſſers r, als das Produkt $\frac{1}{2}$ m
ganze Einheiten enthält.

16. Es ſey $\mu A \nu$ die Proje
Parallels. Schneidet nun der Me
dieſen Parallel in S, ſo iſt der
die Projection von ſo vielen Graden
lels, als um ſo viele der Meridian
mittelſten Meridian qC der Cha
Wenn man alſo $\lambda = 1°; 2°; 3°$
ſetzt, ſo werden die projicirten Mer
Projectionen der Parallelkreiſe, v
zu Graden eintheilen.

Zuſatz. Dieſe Eintheilung der Parallel-
eiſe in perſpectiviſche Grade kan auch durch
ülfe der ſogenannten Theilkreiſe be-
erkſtelligt werden, welches Verfahren ins-
eſondere Hr. Haſe (*Sciagraphia integri tract.*
e conſtructione mapparum &c. et in ſpecie de
rojectionibus ſphaerarum. Lipſ. 1717.) als
ortheilhaft empfohlen hat. Daher ich hier
uch einen Begriff davon beybringen muß;

1. Es ſey (Fig. LVI.) die Bedeutung
der Buchſtaben H, O, Q, W, C, T, a,
z, b, wie in (Fig. LIV.), und $\alpha\zeta\beta$ ſey
ein Kreis, deſſen Pol O, und deſſen Abſtand
von O, dem des Kreiſes azb von ſeinem Pole
Q gleich iſt. $\alpha\beta$ ſey der Durchmeſſer, und
zugleich die Durchſchnittslinie der Ebene des
Kreiſes $\alpha\zeta\beta$ mit dem größten Kreiſe OHWT,
ſo liegt das Centrum γ des Kreiſes $\alpha\zeta\beta$ in
dem Durchſchnitte des Halbmeſſers OC, mit
dem Durchmeſſer $\alpha\beta$, und OC ſteht ſenkrecht
auf $\alpha\beta$, ſo wie CQ ſenkrecht auf ba.

Durch die drey Punkte Q, z, O lege
man einen Kreis, welcher die Ebene OHQWT
in der geraden Linie QO, und den Kreis $\alpha\beta$
in ζ durchſchneide. Ich behaupte, die Bögen
$\alpha\zeta$ und az, auf den beyden Kreiſen $\alpha\zeta\beta$ und
azb, werden von gleicher Größe ſeyn.

2. Um dies zu beweiſen, ſey
Durchſchnittspunkte der geraden
mit den beyden Durchmeſſern ba
ziehe von m, μ nach z und ζ die g
mz, $\mu\zeta$, ſo wie nach z und ζ di
gz, $\gamma\zeta$, ſo ſind $\mu\zeta$, mz die
linien der Ebene des Kreiſes Qz
beyden Kreiſen $\alpha\zeta\beta$, azb.

3. Hier ſind nun erſtlich die
ecke Qgm, O$\gamma\mu$ einander gleich,
Qg (wegen des gleichen Abſta
Kreiſe von ihren Polen), dann
COQ = CQO (in dem gleichſc
ecke OCQ) und O$\gamma\mu$ = Qgm =
ſind auch die beyden Winkel Qm
und mg = $\mu\gamma$.

4. Man gedenke ſich nun bey
perliche Ecke, welche durch die
Winkel, Qma, amz und Qmz ge
und nun aus der Spitze dieſes
Winkels, welcher bey (Fig. LV
ders gezeichnet iſt, mit einem belie
meſſer, die drey Kreisbogen ks, s
Maaße der ebenen Winkel, welche
liche Ecke bilden, beſchrieben, ſo h
ſphäriſches Dreyeck ksr, in welchen
kel rks dem Neigungswinkel der E
d. h. der Ebene des Kreiſes Qz
die Ebene des größten Kreiſes WH
iſt: Dieſer Neigungswinkel heiſe

ſphäriſche Winkel ksr iſt = 90°, weil die Ebene Qma auf der amz, oder auf der Ebene des Kreiſes azb ſenkrecht ſteht; Der Winkel Qma, deſſen Maas der Bogen ks iſt, heiße m, ſo hat man in dem rechtw. ſphäriſchen Dreyecke ksr

$$\text{tang rs} = \text{tang rks} . \sin \text{ks} \quad \text{oder}$$
$$\text{tang amz} = \text{tang k} . \sin \text{m}.$$

Völlig auf eine ähnliche Art hat man für die körperliche Ecke bey μ, mit der man eben ſo, wie mit der bey m verfahre,

$$\text{tang}\ \alpha\mu\zeta = \text{tang k} . \sin \mu$$

wo μ den Winkel O$\mu\alpha$ (ſo wie m den Qma) bedeute.

Aber die eben genannten Winkel Qma und O$\mu\alpha$ ſind einander gleich (3), alſo m = μ, mithin tang amz = tang $\alpha\mu\zeta$, folglich die beyden Winkel amz, $\alpha\mu\zeta$ einander gleich.

5. Nunmehr hat man in den beyden Dreyecken gmz, $\gamma\mu\zeta$; $\gamma\mu$ = mg (3), $\gamma\zeta$ = gz (als Halbmeſſer gleicher Kreiſe) und die Winkel bey m und μ einander gleich (4); alſo $\Delta\gamma\mu\zeta$ = Δgmz; und die Winkel $\mu\gamma\zeta$, mgz, am Mittelpunkte beyder Kreiſe $\alpha\zeta\beta$, azb einander gleich, folglich auch deren Maaße, die Bögen $\beta\zeta$, bz, welche überdem mit gleichen Halbmeſſern beſchrieben ſind. Daraus denn end-

lich auch die Bögen $\alpha\zeta$, az, al
zungen jener zu 180°, mithin a
kel $\alpha\gamma\zeta$, agz einander gleich ſeyn

6. Nunmehr gedenke man ſich
einen jeden Punkt des Umfangs de
gerade Linien bis an die Tafel gezog
ſich auf der Ebene dieſer Tafel
LIV.) eine Projection von dem K
den, welche ebenfalls ein Kreis ſey
die Tafel auch den Punkt O zum P
alſo mit der Ebene des Kreiſes $\alpha\zeta$
laufend iſt. Dieſer Projection Ha
die Linie C𝔄 (Fig. LVI.) ſeyn,
längerung von Oα in die verläng
ſchneidet. Iſt nun des Kreiſes
vom Pole O, dem des Kreiſes az
Pole Q gleich (1), alſo = η (§.
der Halbmeſſer $\gamma\alpha$ dieſes Kreiſes
und Cγ = r coſ η, alſo Oγ = r
Demnach wegen Oγ : $\gamma\alpha$ = OC

$$1 - \cos\eta : \sin\eta = r : C$$

$$C\mathfrak{A} = \frac{r \sin\eta}{1 - \cos\eta} = r \cot \tfrac{1}{2}\eta$$

(Trig. S. XII.

7. Mit dieſem Halbmeſſer
(Fig. LVIII.) ein Kreis beſchrie
demnach die Projection des Kreiſ

ſtelle, und A ſey auf dieſem Kreiſe insbeſondere die Projection des Punktes α, ſo wie denn der Durchmeſſer ACL die Durchſchnittslinie des Meridians OHWT (Fig. LIV.) mit der Ebene dieſer Projection ſey. Der Punkt Z im Umfange des Kreiſes, ſey des Punktes ζ Projection, ſo muß der Winkel ACZ = $\alpha\gamma\zeta$ ſeyn, wie leicht einzuſehen iſt.

8. In dieſer Linie CL, muß nun auch der Punkt q, die Projection des Poles Q (Fig. LIV.), ſich befinden.

9. Man gedenke ſich ferner von O (Fig. LVI.), in der Ebene des Kreiſes OζzQ, gerade Linien nach Q, z, ζ gezogen; und nun die Durchſchnittslinie der Ebene dieſes Kreiſes mit der Tafel, ſo wird man leicht einſehen, daß dieſes eine gerade, durch q und Z (Fig. LVIII.) gehende Linie ſeyn muß, weil q und Z beyde in der Ebene der Tafel liegen, und q, Z die Projectionen von den Punkten Q und ζ ſind.

10. Da nun auch der Punkt z in dem Umfange des Kreiſes QzζO iſt, ſo wird auch deſſen Projection in die gerade Linie qZ (9) fallen müſſen.

11. Iſt nun F auf der Linie CL (8) der Mittelpunkt der Projection des Parallels azb,

ſo beſchreibe man mit dem Halbmeſſer FA = $\frac{1}{2}$r (tang $\frac{1}{2}$ ($\varepsilon + \eta$) — tang $\frac{1}{2}$ ($\varepsilon - \eta$)) = ϱ (§. 71. 13., wo man zugleich die dortige Figur mit der gegenwärtigen vergleiche) einen Kreis, um dieſe Projection vorzuſtellen, ſo wird bey Z, wo q$\mathfrak{Z}$ in dieſen Kreis einſchneidet, die Projection von dem Punkte z des Parallels azb (1) ſeyn.

12. Auf eine ähnliche Art kan man die Projection eines jeden andern Punktes des Parallels azb (1) auf dem mit dem Halbmeſſer FA auf der Tafel beſchriebenen Kreiſe beſtimmen, wo denn zu überlegen iſt, daß allemahl der Winkel A C $\mathfrak{Z}$ = $\alpha\gamma\zeta$ = agz (5. 7) = λ = dem Unterſchiede des Mittagskreiſes des Punktes z von dem mittelſten Meridian der Charte, welcher durch die gerade Linie HT abgebildet wird, genommen werden muß.

13. Man theile demnach den Umfang des Kreiſes A$\mathfrak{Z}$L auf die gewöhnliche Art in Grade ein, und ziehe aus q, durch alle Theilpunkte gerade Linien; Wo dieſe in den Umfang des mit dem Halbmeſſer FA beſchriebenen Kreiſes, als der Projection des Parallels azb, einſchneiden, da theilen ſie dieſe Projection in perſpectiviſche Grade ein, und jeder Bogen, wie AZ, ſtellt die Projection des Bogens az des Parallels vor, welcher demnach ſo viel perſpectiviſche Grade der Länge aus-

ausdrückt, als um ſo viele der Punkt z von dem mittelſten Meridian der Charte entfernt iſt. In ſo ferne demnach dieſer Kreis AZL dient, den perſpectiviſchen Parallel BAZ in ſeine Grade der Länge einzutheilen, nennt man AZL den **Theilungskreis** (*Circulus diviſor*).

Dieſer Theilungskreis hat zu ſeinem Mittelpunkte C, den Mittelpunkt der Tafel; Man kan aber auch einen andern Theilungskreis, deſſen Mittelpunkt nicht in die Mitte der Tafel, ſondern in einen beliebigen andern Punkt c der geraden Linie AL fällt, auf folgende Art beſtimmen.

14. Man ziehe durch c bis an qZ die Linie cξ parallel mit CZ, wo CZ eine beliebige Anzahl von Graden auf dem Kreiſe AZL abſchneide, ſo wird die Weite cξ der Halbmeſſer des verlangten Theilkreiſes hξs ſeyn. Denn wegen der Winkel hcξ = ACZ = λ ſind die beyden Bögen hξ, AZ einander ähnlich, und faſſen eine gleiche Anzahl von Graden. Um demnach den Punkt Z in dem Parallele um F zu finden, iſt es einerley, ob man auf dem Kreiſe um C, von A nach Z eine Anzahl von Graden = λ nimmt, und qZ ziehet, oder auf dem Kreiſe um c, von h nach ξ, λ Grade abzählt, und qξ zieht, weil q, Z, ξ, Z in einer einzigen geraden Linie liegen. Es kommt

 alſo

alſo darauf an, den Halbmeſſer $c\xi$ durch Rechnung zu finden.

14. Man ſetze demnach des Punktes c (13) Weite von C, oder dem Mittelpunkte der Tafel $= e$, den Halbmeſſer $c\xi$, oder $ch = u$, ſo iſt erſtlich $cq = Cq - e = r \tan \frac{1}{2} \varepsilon - e$; Nun ferner

$$Cq : C\mathfrak{Z} = cq : c\xi \text{ oder } u,$$

Alſo wegen $Cq = r \tan \frac{1}{2} \varepsilon$; und $C\mathfrak{Z} = C\mathfrak{A} = r \cot \frac{1}{2} \eta$ (6) der Werth von

$$u = \frac{(r \tan \frac{1}{2} \varepsilon - e) \cot \frac{1}{2} \eta}{\tan \frac{1}{2} \varepsilon}.$$

15. Wollte man lieber den Punkt h, durch welchen der Theilungskreis gehen ſollte, als gegeben anſehen, ſo ſetze man $hC = f$, alſo Cc oder $e = hc - f = u - f$, ſo wird (14)

$$u \tan \tfrac{1}{2} \varepsilon = (r \tan \tfrac{1}{2} \varepsilon - (u - f)) \cot \tfrac{1}{2} \eta$$

woraus ſich findet

$$u = \frac{(r \tan \frac{1}{2} \varepsilon + f) \cot \frac{1}{2} \eta}{\tan \frac{1}{2} \varepsilon + \cot \frac{1}{2} \eta}$$

16. Dieſe allgemeine Formel für den Halbmeſſer des Theilungskreiſes auf einige beſondere Fälle anzuwenden, ſo ſetze man

Z. E.

Z. E. α) Es ſolle der Theilungs-
kreis durch den Mittelpunkt C der
Tafel gehen, ſo wäre f = 0. Demnach
für dieſen Fall

$$u = \frac{r \tang \frac{1}{2} \varepsilon \cot \frac{1}{2} \eta}{\tang \frac{1}{2} \varepsilon + \cot \frac{1}{2} \eta}$$

welches ſich, wenn man $\tang \frac{1}{2} \varepsilon$ durch $\frac{\sin \frac{1}{2} \varepsilon}{\cos \frac{1}{2} \varepsilon}$, und $\cot \frac{1}{2} \eta$ durch $\frac{\cos \frac{1}{2} \eta}{\sin \frac{1}{2} \eta}$ ausdrückt, in

$$u = \frac{r \sin \frac{1}{2} \varepsilon \cos \frac{1}{2} \eta}{\cos \frac{1}{2} (\varepsilon - \eta)}$$

verwandelt, und ſich leicht durch Logarithmen berechnen läßt.

β) Sollte der Theilungskreis durch den Punkt A gehen, ſo muß man Ch, oder f = CA, aber negativ ſetzen, weil A und h auf entgegengeſetzten Seiten von C liegen; Dies giebt wegen $CA = r . \tang \frac{1}{2} (\varepsilon - \eta)$ (§. 71. II.)

$$u = \frac{r (\tang \frac{1}{2} \varepsilon - \tang \frac{1}{2} (\varepsilon - \eta)) \cot \frac{1}{2} \eta}{\tang \frac{1}{2} \varepsilon + \cot \frac{1}{2} \eta}$$

Nun iſt $\tang \frac{1}{2} \varepsilon - \tang \frac{1}{2} (\varepsilon - \eta) = \frac{\sin \frac{1}{2} \eta}{\cos \frac{1}{2} \varepsilon \cos \frac{1}{2} (\varepsilon - \eta)}$, wie man leicht findet, wenn

man die Tangenten, durch Sinus
dividirt, ausdrückt (§. 71. 13).

$$\text{tang}\,\tfrac{1}{2}\,\varepsilon + \cot\,\tfrac{1}{2}\,\eta = \frac{\cos\tfrac{1}{2}\,(\varepsilon-}{\cos\tfrac{1}{2}\,\varepsilon\,\sin\,}$$

Demnach

$$u = \frac{\sin\tfrac{1}{2}\eta\;\cos\tfrac{1}{2}\eta}{\cos\tfrac{1}{2}\,(\varepsilon-\eta)^2} = \frac{\sin\,\eta}{2\cos\tfrac{1}{2}\,(\varepsilon-}$$

(Trig. S. XII. 2

17. Wenn man dieſen Werth
meſſers u des durch A gehenden T
ſes, mit dem Halbmeſſer AF = ϱ
cirten Parallels (§. 71. 13.)
gleicht, ſo hat man

$$u : \varrho = \frac{1}{\cos\tfrac{1}{2}\,(\varepsilon-\eta)} : \frac{1}{\cos\,\tfrac{1}{2}\,(\varepsilon+}$$

$$= \cos\tfrac{1}{2}\,(\varepsilon+\eta) : \cos\tfrac{1}{2}\,(\varepsilon-$$

Weil nun $\cos\tfrac{1}{2}\,(\varepsilon+\eta)$ kleiner
$\cos\tfrac{1}{2}\,(\varepsilon-\eta)$, ſo iſt auch u <
man demnach aus F den Parallel
ſchreiben können, welches der Fall
ϱ nicht zu groß ausfällt, ſo kan
ſo mehr auch mit dem Halbmeſſer
man von A nach L zu trägt, den
kreis unmittelbar beſchreiben, und
durch Hülfe deſſelben, den Paralle
perſpectiviſchen Grade eintheilen.

18. Wollte man mit dem Halbmeſſer CA = r cot $\frac{1}{2}$ η (6) aus C den Theilungskreis beſchreiben, ſo mögte dies wohl nicht angehen, wenn CA ſehr groß würde, wie ſich ereignet, wenn η klein iſt. In dieſem Falle zieht man alſo lieber den Theilungskreis (17), deſſen Halbmeſſer, nach (16. β), ſich leicht durch Logarithmen berechnen läßt.

19. Ließe ſich aber auch der Theilungskreis (17) nicht aus ſeinem Mittelpunkte beſchreiben, ſo müßte man ihn, vermittelſt der Werkzeuge (§. 18. X.), durch Punkte verzeichnen, welches auch bey dem einzutheilenden Parallel der Fall wäre, wenn deſſen Halbmeſſer zu groß ausfiele. Gewöhnlich ſind in ſolchen Fällen nur Stücke von dieſen Kreiſen zu beſchreiben, wie bey Charten, die ſich nur über einzelne Länder erſtrecken. Man braucht aber bey der Anwendung des Theilungskreiſes doch immer den Punkt q, oder die Projection des Poles; Wenn demnach dieſer ſehr weit über das Reisbrett hinausfiele, ſo würde auch die Beſchreibung der erwähnten Bögen durch Punkte, nicht viel nützen. Ueberhaupt ſind die Theilungskreiſe nur alsdann in der Ausübung brauchbar, wenn man ſie unmittelbar aus ihren Mittelpunkten beſchreiben kan, da hingegen, wenn man ſie erſt durch Punkte verzeichnen muß, dies zu weitläuftig und mühſam iſt, und das Verfah-

ren (§§. 73. 74.) kürzer zu dem
Zweck führet.

20. Die bisherigen Sätze en
Vorſchriften zur Zeichnung per
Netze, welche wir nunmehr im
hange durch die Aufgaben des folg
pitels erläutern wollen.

Fünftes Kapit

Vorſchriften zur Zeichnung der ſt
ſchen Projectionen, nach den verſchiede
punkten des Auges auf der Oberfläche
Polarprojection, Aequatori
ction, Horizontalproject
entweder von einzelnen Stücken
Erdfläche, oder von der völli
gen Halbkugel.

§. 76.

Aufgabe I. Für eine Ha
der Erde
reographiſche Polarproject
zeichnen.

Aufl. 1. Wenn man (Fig. LIV.) annimmt, daß das Auge O ſich in einem der beyden Erdpole befände, W alſo der gegenüberſtehende Erdpol, mithin die Tafel RHrT die Ebene des Aequators wäre, ſo würden die Punkte Q und P, mit O und W, und alſo auch q mit C zuſammenfallen, und man erhielte nunmehr die ſtereographiſche Polarprojection der Halbkugel HWT. Dieſe alſo auf der Ebene HRrT des Aequators zu entwerfen, ſo beſchreibe man (Fig. LIX.) mit dem Halbmeſſer der Erde CH, einen Kreis RHrT, welcher die Ebene des Aequators, und alſo hier zugleich die Tafel vorſtelle. Man ziehe ein paar Durchmeſſer Rr, HT ſenkrecht auf einander, und theile den Umfang des Kreiſes in ſeine einzeln Grade, wenn es die Größe deſſelben verſtattet, auſſerdem aber nur von 5 zu 5, oder wie hier geſchehen iſt, von 10 zu 10 Graden, in a, b, c, d ꝛc., und ziehe nach allen Theilpunkten Halbmeſſer aus C, ſo ſind dies die Meridiane der Projection, ſo wie C die Projection desjenigen Poles, welcher in die abzubildende Halbkugel fällt.

2. Man ziehe aus dem Endpunkte R des Durchmeſſers Rr, blinde Linien nach den Theilpunkten a, b, c, d ꝛc., und bemerke ihre Einſchnitte bey α, β, γ, δ ꝛc. auf dem Halbmeſſer CH, ſo ſind Cα, Cβ, Cγ, Cδ ꝛc.

die Halbmeſſer der zu entwerfenden Parallelkreiſe. Wenn nun dieſe beſchrieben worden, ſo iſt das perſpectiviſche Netz fertig, und man darf nur noch an r, a, b, c, d ꝛc. Zahlen für die Grade der Länge, und an α, β, γ, δ ꝛc. dergleichen für die Grade der Breite ſchreiben, um demnächſt in jedes einzelne Viereck dieſes Netzes jeden Ort nach Maasgabe ſeiner geographiſchen Länge eintragen zu können, welches auf eine ähnliche Art, wie bisher bey andern Netzen ſchon gezeigt worden, bewerkſtelligt wird.

3. Beweis. Daß bey dieſer Projection erſtlich der Pol in die Mitte C der Tafel fallen muß, iſt aus (1) klar, ſo wie denn auch, daß die projicirten Meridiane hier gerade Linien ſeyn müſſen, daraus erhellet, daß das Auge in dieſem Falle in der Ebene eines jeden Meridians ſelbſt iſt, und alſo die Durchſchnittslinien dieſer Meridiane mit dem Aequator, nothwendig die Projectionen der Meridiane auf die Ebene des Aequators darſtellen müſſen. Daß endlich die aus C zu beſchreibenden Parallelkreiſe, die Halbmeſſer Cα, Cβ, Cγ ꝛc. haben müſſen, folgt daraus, daß für gegenwärtigen Fall in der allgemeinen Formel für den Halbmeſſer der Projection (§. 71. 13.) ε = 0 geſetzt werden muß, weil W (Fig. LIV.) mit Q zuſammen-

menfallend iſt (1), und alſo jeder Halbmeſſer des zu projicirenden Parallels, oder

$$\varrho = \tfrac{1}{2} r \,(\text{tang}\, \tfrac{1}{2}\eta - \text{tang}\,(-\tfrac{1}{2}\eta))$$

d. h. $\varrho = \tfrac{1}{2} r \,(\text{tang}\, \tfrac{1}{2}\eta + \text{tang}\, \tfrac{1}{2}\eta)$

$$= r\, \text{tang}\, \tfrac{1}{2}\eta$$

wird. Nimmt man alſo jeden Bogen, z. E. ra, rb, rc ꝛc., allemahl dem Abſtande η des zu entwerfenden Parallels vom Pole gleich, ſo ſind die Winkel rRa, rRb ꝛc. am Umkreiſe $= \tfrac{1}{2}\eta$, und mithin in den rechtwinklichten Dreyecken RCα, RCβ ꝛc., die Werthe Cα, Cβ, Cγ ꝛc. $= r\, \text{tang}\, \tfrac{1}{2}\eta$, wie für die Halbmeſſer der projicirenden Parallelen ſeyn muß.

4. Setzt man in die Formel (§. 69. 4.) für den Halbmeſſer der Projection eines Meridians ebenfalls $\varepsilon = 0$, ſo wird dieſer Halbmeſſer unendlich, alſo erhellt auch hieraus, daß die Meridiane auf der Polarprojecion gerade Linien ſeyn müſſen.

§. 77.

Zuſ. Ein Stück einer ſolchen Polarprojection, z. E. ABEF, wo ct der mittlere Meridian deſſelben ſey, zu zeichnen, wird zwar nicht oft vorkommen, es müßte denn das Stück nahe um den Pol ſelbſt

ſeyn,

ſeyn, indeſſen hat es gar keine Schwürigkeit, weil die Halbmeſſer C5, C4, C3, C2, mit denen man aus C die Parallelkreiſe mn...kl ꝛc. beſchreiben muß, aus den Abſtänden η dieſer Parallelkreiſe vom Pole, d. h. aus den Ergänzungen ihrer geographiſchen Breiten, nach der Formel $\varrho = r \tang \frac{1}{2} \eta$ ſich berechnen laſſen, wo, wenn man will, die Werthe von ϱ in geographiſchen Meilen, oder in Decimaltheilen des Halbmeſſers der Erde ausgedrückt werden können. Fiele C ſo weit hinaus, daß man die Kreiſe aus ihren Mittelpunkten C nicht ſelbſt beſchreiben könnte, ſo hat man doch erſtlich auf dem Meridiane CT die Punkte 2, 3, 4, 5, durch welche die Parallelkreiſe gehen müſſen, indem man den Punkt 2, durch welchen der unterſte Parallel kl gehen ſoll, wo man es am bequemſten findet, in CT annimmt, und darauf die Weiten von 2 nach 3 = C2 — C3; von 2 nach 4 = C2 — C4 ꝛc. nimmt, wo C2, C3 ꝛc. ſich aus der Formel $r \tang \frac{1}{2} \eta$ berechnen laſſen. Da nun für die durch 2, 3, 4 ꝛc. zu ziehenden Parallelkreiſe die Halbmeſſer bekannt ſind, ſo kan man ſo viel Punkte in jedem Parallel nach den ſchon oft gezeigten Methoden beſtimmen, daß ſich ſich jeder Bogen, wie mn, kl ꝛc. entweder aus freyer Hand, oder durch die Werkzeuge (§. 18. X ꝛc.) beſchreiben läßt. Da bey dieſer Projectionsart zugleich die Winkel der Meridiane an C, den wahren auf der Kugel gleich

gleich ſind, ſo iſt z. E. für jeden Punkt k, oder auch l, welcher in einem Parallele kl, (deſſen Abſtand vom Pole = η), um λ Grade der Länge vom mittelſten Meridiane CT abſteht, der Winkel lC2 oder kC2 = λ, mithin das Perpendikel von l oder k auf CT, als Ordinate für den Punkt l oder k, d. h. $kv = lv = Ck . \sin \lambda = r \tang \frac{1}{2} \eta \sin \lambda$, und die Abſciſſe von 2 nach $v = r \tang \frac{1}{2} \eta - r \tang \frac{1}{2} \eta \cos \lambda = r \tang \frac{1}{2} \eta (1 - \cos \lambda) = 2r \tang \frac{1}{2} \eta \sin \frac{1}{2} \lambda^2$ bekannt. Das übrige bedarf keiner weitern Erläuterung. Durch die drey Punkte k, 2, l könnte man nun, z. E. vermittelſt des Werkzeugs (§. 18. X. α), den Bogen k2l beſchreiben, den man hierauf nur in ſo viel gleiche Theile oder Grade der Länge, eintheilen dürfte, als zwiſchen k und l enthalten ſind.

§. 78.

Aufgabe II. Für eine Halbkugel der Erde eine ſtereographiſche Aequatorialprojection zu zeichnen (F. LIV.).

Aufl. 1. In dieſem Falle befindet ſich das Auge O irgendwo in der Ebene des Aequators; Wenn nun HRTr wieder die Tafel vorſtellet, welche allemahl auf dem Halbmeſſer OC durchs Auge, ſenkrecht angenommen wird, ſo muß, wenn jetzt OUW den Aequator be-

deutet, der Bogen WQ bis zum Pole = 90° ſeyn, alſo der Pol Q in H, und eben ſo der entgegengeſetzte P in T, oder in den Umfang der Tafel HRTr, welche jetzt zugleich einen Meridian vorſtellen wird, fallen, und die gerade Linie HCT wird die Projection des Meridians OHWT ſeyn, in deſſen Ebene ſich das Auge, oder der Punkt O des Aequators befindet.

2. Hieraus erhellet denn, daß auch der Punkt q, oder die Projection des Poles Q, in dieſem Falle mit H zuſammenfallen muß; ſo wie denn der Punkt T zugleich die Projection des entgegengeſetzten Poles ſeyn wird. Auf der ſtereographiſchen Aequatorialprojection fallen demnach die Pole und ihre Bilder in den Umfang des größten Kreiſes RHrT, in welchem die Tafel die Oberfläche der Kugel durchſchneidet. HWT iſt nun die halbe Kugelfläche, welche mit ihren Meridianen und Parallelen, ſo weit ſie in dieſe halbe Kugelfläche fallen, auf der Ebene der Tafel RHrT abgebildet werden ſoll.

3. Man ſieht leicht, daß, da die Projectionen der Pole jetzt in H und T fallen, ein jeder projicirter Meridian auf der Tafel HRTr, ein durch H und T gehender Kreisbogen ſeyn muß. Von jedem Parallelkreiſe wird die eine Hälfte in die Halbkugel HWT,

und die andere in die Halbkugel HOT fallen, daher denn auf der Ebene der Tafel in dieſem Falle, nur allemahl die eine Hälfte eines jeden Parallels abgebildet werden kan, diejenige nemlich, welche in die Halbkugel HWT zu liegen kommt.

4. Um nun erſtlich die Halbmeſſer für die durch H und T zu ziehenden Kreisbogen oder Projectionen der Meridiane zu finden, ſo ſtelle (Fig. LX.) der mit dem Halbmeſſer HC beſchriebene Kreis RHrT die Ebene der Tafel vor, und die auf einander ſenkrechten Durchmeſſer HT, Rr ſeyen von der bisherigen Bedeutung. So ſtellen H und T die Projectionen der Pole vor (2), und die gerade Linie Rr wird die Projection des Aequators, in deſſen Ebene ſich das Auge befindet, ſeyn müſſen; Man theile wieder, wie in der vorhergehenden Aufgabe, den Umfang des Kreiſes HRTr, oder jeden Quadranten deſſelben, wie rH, HR ꝛc., in ſeine einzeln Grade, oder wie hier geſchehen iſt, von 10 zu 10 Graden ab.

5. Man ziehe wieder, wie im vorigen (§. 77.), von R die punktirten Linien nach a, b, c, d ꝛc., und bemerke ihre Einſchnitte auf CH, bey α, β, γ, δ ꝛc. Trage hierauf die Entfernungen $C\alpha$, $C\beta$, $C\gamma$, $C\delta$ ꝛc. aus C in o, p, q, r ꝛc., aus C in i, k, l, m,

 n ꝛc.,

n ꝛc., und aus C in ω, π, $\varkappa$, ϱ ꝛc., ſo daß die vier Halbmeſſer CH, CR, CT, Cr einerley Eintheilung bekommen, ſo ſind die Punkte α, β, γ ꝛc., i, k, l ꝛc. diejenigen, durch welche die Parallelkreiſe, und o, p, q ꝛc., ω, π, ϱ ꝛc. diejenigen, durch welche die Meridiane von 10 zu 10 Graden geriſſen werden müſſen.

6. Um nun die Projection eines beliebigen Parallels, z. E. desjenigen, deſſen Abſtand vom Pole H $= 50^\circ$ ſeyn würde, zu zeichnen, ſo ziehe man aus dem Mittelpunkte C durch d, dem 50ten Grade des Abſtandes vom Pole, einen Halbmeſſer Cd, und verlängere ihn, bis er bey y, in eine unbeſtimmt durch H gezogene Tangente oder Parallele mit Rr, einſchneidet, und trage Cy, aus C in F, auf die Verlängerung von CH, ſo iſt F das Centrum für den durch d zu reiſſenden Parallelkreis. Man faſſe nun die Weite Fδ (5), oder auch Fd, ſo kan man damit den Parallel d$\delta\vartheta$, durch den 50ten Grad des Abſtandes vom Pole, oder dem 40ten Grad der geographiſchen Breite beſchreiben. Nimmt man Cf $=$ CF, ſo iſt auf eine ähnliche Art f das Centrum zu dem Parallelkreiſe, welcher 50 Grade vom entgegengeſetzten Pole T abſteht. Auf dieſelbe Weiſe werden die Mittelpunkte und Halbmeſſer für alle übrigen Parallelkreiſe durch Zeichnung gefunden; Die

Theile,

Theile, welche auf dem mittelſten Meridiane TH ſich befinden, nemlich $C\alpha$, $\alpha\beta$; Ci, kl ꝛc., ſtellen allemahl 10 Grade der Breite vor, ſo wie Co, op, pq; $C\omega$, $\omega\pi$, $\pi\varkappa$ ꝛc. 10 Grade der Länge auf dem projicirten Aequator Rr.

7. Um einen gegebenen Meridian, z. E. durch ϱ den 40ten Grad der Länge, von dem mittlern HT angerechnet, zu zeichnen, ſo zähle man von H nach a, auf dem Umfange des Halbkreiſes TrH, 80 Grade ab, doppelt ſo viel, als nemlich der Unterſchied des zu zeichnenden Meridians von dem mittlern HT beträgt, und ziehe von H durch a eine gerade Linie, welche den Durchmeſſer Rr, oder deſſen Verlängerung in x durchſchneide, ſo iſt x das Centrum des durch ϱ, H, T, mit dem Halbmeſſer $xH = x\varrho$ zu zeichnenden Meridians $H\varrho T$. Auf dieſelbe Art kan jeder andere Meridian beſchrieben werden.

8. Trägt man Cx aus C in x′, ſo iſt x′ das Centrum zu dem gleichnahmigten Meridiane HrT, auf der andern Seite des mittelſten HT.

9. Hat man ſolchergeſtalt alle Meridiane und Parallelen gezogen, ſo erhält man das ſtereographiſch äquatoriſche Kugelnetz, und man darf jetzt nur an die Punkte a, b, c ꝛc. Zahlen für die Grade der Breite, und an

ω, π, $\varkappa$ ꝛc., o, p, q ꝛc. dergleichen für die Grade der Länge hinſchreiben, um demnächſt jeden Ort, nach Maasgabe ſeiner geographiſchen Länge und Breite, in jedes einzelne Viereck dieſes Netzes eintragen zu können.

10. **Beweis.** α) **Für die Parallelkreiſe.** Wenn η des zu entwerfenden Parallels $d\delta\vartheta$ Abſtand vom Pole bezeichnet, ſo iſt auf der gegenwärtigen Projection, für welche ε (§. 66. 2.) $= 90°$ (1), der Abſtand des Mittelpunktes F dieſes Parallels von C, oder

$$CF = \frac{r}{\text{coſ}\,\eta} = r\,.\,\text{ſec}\,\eta \text{ (§. 71. 14. daſ. Anm.)}$$

Wenn man nun den Bogen $Hd = \eta$ nimmt, und durch d den Halbmeſſer Cd bis y an die Tangente HY verlängert, ſo iſt in dem rechtwinklichten Dreyecke HCy; $Cy = r\,\text{ſec}\,\eta =$ dem gefundenen Werthe von CF. Alſo wenn man CF = Cy nimmt, ſo iſt F das verlangte Centrum zu dem Parallel $\vartheta\delta d$. Daß nun dieſer Parallel durch den, nach (5. 6), beſtimmten Punkt δ gehen, alſo $F\delta$ der Halbmeſſer deſſelben ſeyn müſſe, erhellt daraus, weil hier $C\delta = RC\,.\,\text{tang}\,CR\delta = r\,\text{tang}\,\frac{(90° - \eta)}{2}$ $= r\,\text{tang}\,(45° - \frac{1}{2}\eta)$; und dies gerade den Werth von CA (Fig. LIV. und (§. 71. 12.) ausdrückt, wenn man dorten, wo der Punkt A

A mit dem gegenwärtigen δ einerley Bedeutung hat, $\varepsilon = 90^\circ$ ſetzt. Daß nun der Parallel auch durch die Punkte d und ϑ gehen, alſo auch $Fd = F\vartheta = F\delta$ ſeyn müſſe, ergiebt ſich aus der Gleichheit der beyden Dreyecke FCd, CHy, in welchen der Winkel FCd beyden gemein, FC = Cy und Cd = CH, mithin auch $Fd = Hy = r \tan \eta = \varrho$ (§. 71. 13. Anm. dorten $\varepsilon = 90^\circ$ geſetzt) wird. Man ſieht alſo zugleich hieraus, daß die Tangente Hy, der Halbmeſſer des zu projicirenden Parallels iſt.

β) Für die Meridiane. 1. Wenn man wieder in den Formeln (§. 69. 5.) $\varepsilon = 90^\circ$ ſetzt, ſo wird für einen Meridian, der um λ Grade von dem mittelſten HT abſteht, z. E. HrT, oder HϱT, der Halbmeſſer der Projection $= \frac{r}{\text{ſin } \lambda} = r \text{ coſec } \lambda$.

Ferner (daſ. Zuſ. III.) der Werth von KC (Fig. LII.) $r \cot \varepsilon = 0$. Alſo geht bey der ſtereographiſch äquatoriſchen Projection die Linie Kc (Fig. LII.), in welche der Mittelpunkt c des zu projicirenden Meridians fällt, durch den Mittelpunkt C der Tafel, oder c fällt in den Durchmeſſer MN, welcher auf HT ſenkrecht ſteht, alſo (Fig. LX.) in den Durchmeſſer Rr, oder deſſen Verlängerung.

2. Wenn nun HrT die Projection des erwähnten Meridians, und x′ das zugehörige Centrum iſt, ſo wird Cx′ = dem Werthe von Kc (Fig. LII. und §. 69. Zuſ. III.) für $\varepsilon = 90^\circ$, d. h. $Cx' = r \cot \lambda$; Dann iſt ferner Cr = dem Werthe von Cn (§. 75. 6. und Fig. LV.) für $\varepsilon = 90^\circ$, d. h. $Cr = r \operatorname{tang} \frac{1}{2} \lambda$, weil das dortige ϑ in dieſem Falle $= \lambda$ iſt.

3. Um demnach den Punkt r durch Zeichnung zu finden, durch welchen der Meridian HrT, deſſen Abſtand vom mittlern HT $= \lambda$ ſey, geriſſen werden muß, ſo wird auf dem eingetheilten Quadranten Hr, von r nach d, der Bogen rd $= \lambda$ genommen, und hierauf Rd gezogen, welche CH in δ durchſchneidet. Dann iſt $C\delta = r \operatorname{tang} \frac{1}{2} \lambda$, alſo dem Werthe von Cr gleich; daher denn nur Cδ aus C in r getragen werden darf, um auf dem Aequator Rr den Punkt r, welcher der geographiſchen Länge λ zugehört, zu erhalten. Dies zeigt erſtlich den Grund, warum die Eintheilungen auf beyden Halbmeſſern CH, Cr völlig auf einerley Art beſchaffen ſeyn müſſen.

4. Um nun den Halbmeſſer Cx′ = Cx, womit der Meridian HrT, oder auch HϱT geriſſen werden muß, durch Zeichnung zu finden, ſo nehme man den Bogen Hda $= 2\lambda$, und ziehe durch a, wie oben gezeigt worden, die

die Linie Hax, ſo iſt deſſen Ergänzung zu 180°, oder der Bogen Ta = 180° — 2λ, mithin der zugehörige Winkel am Umkreiſe THx = 90° — λ, und folglich in dem rechtwinkl. Dreyecke CHx, die Hypothenuſe Hx = CH ſec CHx = r ſec (90°—λ) = r coſec λ, alſo = dem Halbmeſſer (1) des zu projicirenden Meridians HϱT, mithin x das Centrum deſſelben, und wenn man Cx′ = Cx nimmt, auf eine ähnliche Art x′ das Centrum zu dem gleichnahmigten Meridian HrT, auf der andern Seite des mittlern HT.

§. 79.

Zuſatz. Ein Stück einer ſolchen Projection, z. E. BGEL zu zeichnen, deſſen äuſſerſte Meridiane BG, EL, von dem mittelſten βφ, um eine beliebige Anzahl von Graden der Länge, ſo wie die äuſſerſten Parallelen GL, BE, um eine gegebene Zahl von Graden der Breite, von einander abſtehen, kan keine Schwürigkeit haben, da für die durch β, γ, δ ꝛc. zu reiſſenden Parallelkreiſe, die Halbmeſſer aus den geographiſchen Breiten ſich durch Rechnung nach der allgemeinen Formel ϱ = r tang η beſtimmen, und ſich alſo die Kreiſe durch β, γ ꝛc. aus ihren Mittelpunkten, welche ſämtlich in den mittelſten Meridian, oder in die gerade Linie βF fallen, beſchreiben laſſen, wenn die Halbmeſſer ϱ nicht

zu

zu groß ausfallen. Für die Punk
durch welche die Parallelen zu zieh
man die Entfernungen $C\beta$, $C\gamma$
der allgemeinen Formel r tang (
$= r \tan \frac{1}{2} \sigma$ (wo $\sigma = 90^\circ$ —
graphiſchen Breiten jedes Punktes
ꝛc. bezeichnet), mithin auch die
$= C\gamma - C\beta$; $\gamma\delta = C\delta - C\gamma$
z. E. von einzeln, oder von 5 z
der Breite u. dgl., je nachdem m
findet, berechnen und auftragen k
aus β, γ, δ ꝛc. die Halbmeſſer
ſchreibenden Parallelen nach F,
die Breiten ſüdlich ſind, nach f z
Lieſſen ſich dieſe Parallelen aus i
punkten nicht ſelbſt beſchreiben,
ſie, nach der bereits öfters er
durch Punkte verzeichnen. Man
hiebey zu Rathe ziehen, was obe
von Verzeichnung eines beliebige
durch Punkte, gelehrt worden iſt
die Formeln für die dortigen Werth
XZ (§. 72. XXII ꝛc.), leicht auf
wärtigen Fall anwendet, wenn man
$\epsilon = 90^\circ$ ſetzet. Andere hiehergehö
mittel ſind oben umſtändlich erläut
und bedürfen hier keiner Wiederh
wie auch über die Zeichnung der
im Falle ſie ſich aus ihren Mittelp
ſelbſt beſchreiben ließen, bereits obe
geredet worden iſt. — Kan ma

rallelen durch ihre Theilkreiſe (§. 75. Zuſ.) in perſpectiviſche Grade eintheilen, ſo laſſen ſich die Meridiane ziehen, ohne daß man ihre Halbmeſſer u. dgl. nöthig hat (§. 74. Zuſ. XI.). Indeſſen ſetzt der Gebrauch der Theilkreiſe die Projection des Poles H auf dem Papiere, worauf das Netz BEGL zu entwerfen iſt, zum voraus, oder doch, daß der Pol nicht zu weit auſſerhalb des Papieres falle. Da nun gewöhnlich wohl kein anderes Stück einer äquatoriſchen Projection zu zeichnen ſeyn wird, als welches etwa nahe um den Aequator ſelbſt fällt, ſo wird H meiſtens immer zu weit hinausfallen, als daß ſich die Anwendung der Theilkreiſe machen ließe. Man kan in dieſem Falle, ſo wie überhaupt zur Zeichnung der Meridiane, vortheilhaft das Verfahren (§. 75.) anwenden, zumahl da für die Projection eines nahe um den Aequator fallenden Stücks BGEL, der Mittelpunkt C der Tafel entweder auf BGEL ſelbſt, oder doch nicht weit auſſerhalb BGEL fallen wird.

§. 80.

Aufgabe III. Für einen gegebenen Ort W, zu welchem (Fig. LIV.) der gröſte Kreis HrTR als Horizontalfläche gehört, eine ſtereographiſche Horizontalprojection zu zeichnen, d. h. wenn HrTR für die perſpe-

ctivi-

ctiviſche Tafel angenommen wird, auf dieſer Tafel die halbe Kugelfläche HQWT, in deren Mitte der Ort W fällt, mit allen Meridianen und Parallelkreiſen zu entwerfen; Das Auge wird in O, dem Orte W gegenüber, angenommen.

Aufl. I. Man beſchreibe (Fig. LXI.) mit dem Halbmeſſer der Erde einen Kreis RHrT, welcher die Tafel vorſtellt, ſo wird erſtlich deſſen Mittelpunkt C, die Projection des Orts W ſeyn, für welchen die Horizontalprojection zu verfertigen iſt.

II. Man ziehe auf einander ſenkrecht die Durchmeſſer HT, Rr, und laſſe HT den projicirten Meridian des Orts W, dem der Punkt C entſpricht, bedeuten, ſo wird Rr den Durchſchnitt der beyden Ebenen RHrT, ORWr der LIVten Figur vorſtellen.

III. Um nun erſtlich die Projection des Poles Q auf CH (I) zu erhalten, ſo nehme man von H nach q′ die geographiſche Breite des Orts W, für welchen die Horizontalprojection zu verfertigen iſt, und ziehe von R nach q′ eine blinde Linie, welche HT in q ſchneidet, ſo iſt q die Projection des Poles. Hier iſt z. E. angenommen worden, daß des Orts W geographiſche Breite 30° ſey, daher Hq′ = 30° genommen worden.

IV. Ge-

IV. Geſetzt nunmehr, es ſolle ein Parallel gezeichnet werden, welcher 40 Grade von dem Pole abſtehe, deſſen geographiſche Breite alſo 50° ſey, ſo nehme man die Bögen q′a = q′b = 40° = dem erwähnten Abſtande vom Pole, und ziehe wiederum von R nach a und b blinde Linien, welche bey α und β in TH einſchneiden, ſo iſt $\beta\alpha$ der Durchmeſſer des zu entwerfenden Parallels; Man halbire alſo $\alpha\beta$ in φ, ſo iſt φ das Centrum, und $\varphi\alpha$ der Halbmeſſer, mit welchem man aus φ den Bogen $\mu\alpha\nu$ beſchreibe, um die Projection des vorgegebenen Parallels, ſo weit ſolche von dem Umfange der Tafel RHrT durchſchnitten wird, zu erhalten.

V. Wolte man den Aequator entwerfen, ſo müßte man von q′, nach e und d, 90 Grade abzählen, hierauf aus R nach e und d gerade Linien ziehen, den Abſtand $\delta\varepsilon$ in ψ halbiren, und aus ψ den Aequator Rεr beſchreiben. Allein man darf, um das Centrum ψ zu finden, nur von R bis i den Bogen RHi = dem doppelten Abſtande des Orts W (III) vom Pole, alſo hier 2.60° = 120°, nehmen (in welchem Falle hier i mit q′ zuſammenfallen würde), und aus r durch i (oder hier q′) eine gerade Linie ziehen, ſo wird ſolche bey ψ das Centrum zu dem zu projicirenden Aequator Rεr beſtimmen, welchen man demnach mit dem Halbmeſſer $\psi\varepsilon$ beſchreiben kan.

kan. In gegenwärtigen F
Aequator auch zugleich durch R,

VI. Um nun einen beliebi
zu zeichnen, ſo ſetze man, es ſo
jenige entworfen werden, welch
rechter Hand des mittelſten,
zugehörigen Meridians HT, fal

VII. Wir haben im vorher
69. Zuſ. V.) bewieſen, daß (Fi
zu entwerfenden Meridiane ihre M
einerley geraden, auf HT (ode
längerung) ſenkrecht gezogenen Lin
kommen. Dieſer Linie (Fig. L
CK vom Mittelpunkte C der Ta
ſo mache man den Bogen rek =
hier = 60° (III), oder weil
Bogen re = Hq′ = 30°, ſo t
aus e in k, und ziehe Rk, wel
HT einſchneidet, ſo wird $\pi\varrho$ ſe
K auf HT gezogen, oder auch
mit Rr, diejenige Linie ſeyn, in
telpunkte aller Meridiane (mithin
verzeichnenden (V)) zu liegen ko

VIII. Weil nun der zu entw
ridian von dem mittelſten HT un
hen, und zwar rechter Hand
gen kommen ſoll, ſo zähle man lin
HT, auf dem eingetheilten Boge

T in C, 20 Grade ab (die Ergänzung von 70 zu 90), und ziehe mit CC durch q eine Parallele qc bis an $\pi\varrho$, ſo iſt c das Centrum, und cq der Halbmeſſer des zu entwerfenden Meridians $\sigma q \tau$, und wenn man Kγ = Kc nimmt, ſo iſt γ eben ſo das Centrum zu dem Meridiane tqs, welcher um dieſelbe Anzahl von Graden linker Hand des mittelſten HT zu verzeichnen wäre.

IX. Auf eine ähnliche Art kan man alle übrigen Meridiane und Parallelkreiſe projiciren, welches denn ein Netz für die Halbkugel geben wird, wie ſolches (Fig. LXII.) mit Weglaſſung der Conſtructions-linien abgebildet iſt. Die Meridiane und Parallelen ſind hier von 10 zu 10 Graden entworfen, und der Mittelpunkt dieſer Projection entſpricht einem Orte, der unter dem 30ten Grad der geographiſchen Breite liegt.

X. Beweis der bisherigen Conſtructionen.

a) Für die Parallelkreiſe. 1. Es ſey überhaupt die geographiſche Breite des Orts, deſſen Horizont die perſpectiviſche Tafel iſt $= 90^\circ - \varepsilon$, alſo ε des Orts Abſtand vom Pole, und η des zu entwerfenden Parallels Abſtand vom Pole. So hat man erſtlich für den Abſtand Cq des projicirten Poles

Poles vom Mittelpunkte der Tafel, nach (§. 66.), die Formel Cq = r tang $\frac{1}{2}\varepsilon$; Wenn man demnach überhaupt auf dem Umfange der Tafel den Bogen Hq′ = 90° — ε, alſo der geographiſchen Breite des erwähnten Ortes gleich nimmt, ſo iſt die Ergänzung zu 90°, oder der Bogen q′r = ε, und der Winkel q′Rr = $\frac{1}{2}\varepsilon$, und Cq (in dem rechtwinklichten Dreyecke RCq) = RC . tang q′Rr = r tang $\frac{1}{2}\varepsilon$, wie erfordert wird, wenn q die Projection des Poles ſeyn ſoll. Daher denn erſtlich die Conſtruction (III) für die Projection des Poles erwieſen iſt.

2. Wenn man nunmehr die Bögen q′a = q′b = η nimmt, und Ra, Rb zieht, welche bey α und β in CH einſchneiden, ſo iſt des Winkels rRa Maas die Hälfte des Bogens ar, d. h. $\frac{q'r - q'a}{2} = \frac{\varepsilon - \eta}{2}$; und eben ſo der Bogen $\frac{1}{2}$. bq′r = $\frac{\varepsilon + \eta}{2}$ das Maas des Winkels bRr; Hieraus in den rechtwinklichten Dreyecken CRα, CRβ; Cα = RC . tang rRa = r . tang $\frac{1}{2}(\varepsilon - \eta)$, und Cβ = r . tang $\frac{1}{2}(\varepsilon + \eta)$; Demnach ſind hier α, β diejenigen Punkte, welche (Fig. LIV.) mit A und B bezeichnet waren, weil die Werthe von Cα, Cβ, nach dieſer Conſtruction, eben diejenigen ſind, welche oben (§. 71. 12.) für CA und CB gefunden

funden worden; daher denn auch der Abſtand $\alpha\beta$, halbirt bey φ, das Centrum zu dem zu projicirenden Parallel $\mu\alpha\nu$ geben muß, ſo wie F (Fig. LIV.) und (§. 71. 9.) dergleichen für den projicirten Parallel BZA war. In gegenwärtigen Falle fällt nur der Punkt β auſſerhalb des Umfangs der Tafel, ſo wie B und A (Fig. LIV.) beyde innerhalb derſelben fielen. Es iſt alſo klar, daß die Conſtruction (IV) nothwendig das Centrum und den Halbmeſſer des zu entwerfenden Parallels geben muß.

3. Auch würde hier $C\varphi = \frac{C\alpha + C\beta}{2} = \frac{1}{2} r\,(\text{tang}\,\frac{1}{2}\,(\varepsilon + \eta) + \text{tang}\,\frac{1}{2}\,(\varepsilon - \eta))$ der Werth, der oben für CF (§. 71. 14.) gefunden worden.

4. Für $\eta = 90°$, d. h. für den zu entwerfenden Aequator würde des Mittelpunkts ψ Abſtand von C, oder

$$C\psi = \tfrac{1}{2}\, r(\text{tang}(45° + \tfrac{1}{2}\,\varepsilon) - \text{tang}(45° - \tfrac{1}{2}\,\varepsilon))$$

oder $C\psi = r\ \text{tang}\ \varepsilon$, wie auch aus (§. 71. 14. Anm.) folgt. Hieraus iſt klar, daß, wenn man den Bogen RHi, wie oben (IV) $= 2\varepsilon$ nimmt, man nur aus r durch i eine gerade Linie ziehen, und ſie bis an HT verlängern dürfe, um ſogleich bey ψ das Centrum zu dem projicirenden Aequator Rεr zu finden;

 Denn

Denn nun iſt der Winkel Rri
$C\psi$ = Cr. tang Rri (in dem rec
ψCr) = r tang ε, wie erforder

β) Für die Meridiane.
haupt des zu entwerfenden M
Abſtand von dem mittelſten HT
ſo iſt für die Linie πϱ, in welche
punkte aller Meridiane, und folg
zu projicirenden, zu liegen komm
fernung CK = r cot ε, und des
c Abſtand von K auf der Linie π
= Kq. cot λ (§. 69. Zuſ. IV.).
demnach den Bogen rek = 2. Hq′=
ſo iſt der Winkel rRk = 90° –
dem rechtwinklichten Dreyecke RC
RC. tang rRk = r cot ε, d.
Linie von R nach k gezogen,
CT in K, würklich den Werth CK
ab, und beſtimmt alſo den Punk
welchen man πϱ ſenkrecht auf HT
Nimmt man nun den Bogen T𝔈 =
wie oben geſchehen iſt, ſo iſt auch
TC𝔈 am Mittelpunkte C = 90°
man hierauf qc parallel mit C𝔈,
der Winkel Kqc = 90° — λ,
rechtw. Dreyecke cKq, Kc = Kq
= Kq cot λ, wie erfordert wir
der Mittelpunkt des zu entwerfe
dians σqr ſeyn ſoll. Man darf d
mit dem Halbmeſſer cq den Bog

hen, ſo iſt $\sigma q \tau$ die Projection eines Meridians, deſſen Unterſchied von dem mittelſten HT, λ Graden gleich ſeyn wird.

§. 81.

Zuſatz. Um die Conſtructionen, welche zur Findung der Mittelpunkte φ und c der Parallelkreiſe und Meridiane angewandt wurden, zu erſparen, ſo kan man, nach den angegebenen Formeln, auch die Werthe von Cφ, Cα, CK, Kc und Cq berechnen, und ſie in Theilen des Halbmeſſers r, oder wenn man will, auch in Meilen, dergleichen 859 den Halbmeſſer r betragen müſſen, auftragen, dann erhält man die Punkte φ, α; q, K, c, welche zur Verzeichnung der Parallelen und Meridiane erforderlich ſind, viel ſicherer und ſchärfer, als durch Zeichnung, weil ſich bey obigen Conſtructionen ſehr oft eräugnet, daß gewiſſe Punkte, wie z. E. δ, ſehr weit hinausfallen, und daher theils nicht mit der gehörigen Genauigkeit gefunden werden können, theils auch wohl gar nicht einmal mehr auf die Verlängerung, welche man etwa dem Reisbrette gäbe (§. 18. VII.), fallen. Die Formeln zur Berechnung der erwähnten Gröſſen, ſind übrigens ſo einfach, daß man die Berechnung wohl nicht ſcheuen, und ſobald der Halbmeſſer r nur einigermaaßen groß iſt, ſie einer jeden Conſtruction vorziehen wird.

Ex. Für r = 1, und ε =
= tang ½ ε = tang 30° = 0,57
wenn man den Halbmeſſer CR in
theilte, ſo nähme man Cq =
Theile, oder nur = 577 Theilen
CR nur in 1000 eintheilte. Näh
auf dem Papiere eine gewiſſe Gr
geograph. Meile an, ſo würde
0,5773.. × 859 Meilen nehmen
wenn man Cq durch Logarithme
wegen log Cq = log tang 30°
9,7614394 — 10 + 2,9342139 (
= 2,6956533; Cq = 496,2 M

So findet ſich dann ferner fü
rallel μαν, deſſen geographiſche B
alſo Abſtand vom Pole = 40°
ſoll, ebenfalls in Meil. Cα = r. ta
= r. tang 10° = 151,5 Meile
r tang ½ (ε + η) = r tang 50° =

Alſo Cφ = $\frac{1024 + 151,5}{2}$ = 587,

nahe 588 Meilen. Den Halbme
$\frac{1024 - 151,5}{2}$ = 436,7, alſo b
Meilen.

Weiter CK = r cot ε = r ta
496,2 Meil. Alſo Kq = CK + C
Meilen. Wäre nun des zu entwerf

ridians Länge, von dem mittelſten HT ange rechnet, 70°, alſo $\lambda = 70°$, ſo iſt $Kc = Kq . \cot \lambda = 992,4 \tang 20° = 361,2$ M.

Man kan Kc auch nach der Formel

$$qc . \sin cqK = qc . \cos \lambda = \frac{r}{\sin \varepsilon \sin \lambda} . \cos \lambda$$

$= r \operatorname{coſec} \varepsilon \cot \lambda$ berechnen, weil $qc = \frac{r}{\sin \varepsilon \sin \lambda}$ der Halbmeſſer des projicirten Meridians iſt (§. 69. 4.). Den Halbmeſſer qc ſelbſt fände man $= r \operatorname{coſec} \varepsilon \operatorname{coſec} \lambda = r \sec 30° . \sec 20° = 1056$ Meilen.

§. 82.

Wenn man ein Stück einer ſolchen Horizontalprojection zu einer Charte eines einzelnen Landes zeichnen ſollte, ſo iſt gewöhnlich der Halbmeſſer r ſo groß, daß ſich die zu projicirenden Meridiane und Parallelen, aus ihren Mittelpunkten ſelbſt nicht beſchreiben laſſen. In dieſem Falle müſſen für die Meridiane und Parallelen ſo viel Punkte durch Abſciſſen und Ordinaten gefunden werden, daß man ſie entweder aus freyer Hand, oder durch Hülfe der oben (§. 18. X.) angegebenen Werkzeuge verzeichnen kan. Am beſten verfährt man hiebey, wenn man zuerſt die Parallelen beſchreibt, und

Punkte derſelben, etwa von einzeln zu einzeln Graden der Länge, von dem mittelſten Meridian der Charte, der allemahl durch eine gerade Linie abgebildet wird, angerechnet, nach den Formeln (§. 72. XXII.) beſtimmt. Die Meridiane ergeben ſich alsdann durch das Zuſammenhängen derjenigen Punkte, welche in den verzeichneten Parallelen, gleichen geographiſchen Längen zugehören. Dieſes Verfahren ſetzt aber viel Rechnung zum voraus, welche zwar nicht ſchwer (§. 74. Zuſ. X), aber doch mühſam iſt. Ehe man daher zu dieſem Hülfsmittel ſchreitet, wird man lieber erſt den Halbmeſſer jedes zu beſchreibenden Parallels berechnen, und nachſehen, ob ſich der Parallel etwa aus ſeinem Mittelpunkte ſelbſt, vermittelſt eines Stangenzirkels, beſchreiben läßt, welches der Fall iſt, wenn der Halbmeſſer deſſelben z. E. nicht über 7 bis 8 Schuh groß wird. Z. E. in (§. 81. Zuſ.) fand ſich der Halbmeſſer $\varphi\alpha$ des zu beſchreibenden Parallels $\mu\alpha\nu = 437$ Meilen, oder 437 ſolcher Theile, dergleichen 859 auf den Halbmeſſer r gehen. Wenn nun z. E. eine ſolche Meile auf dem Papiere, worauf der Parallel $\mu\alpha\nu$ zu verzeichnen wäre, 6 pariſer Linien betragen ſollte, ſo würde $\varphi\alpha = \frac{437}{6} = 72\frac{5}{6}$ pariſer Linien, alſo beyläufig 6 pariſer Schuh. Es ließe ſich alſo gar wohl der Parallel $\mu\alpha\nu$ noch aus ſeinem

Mittel-

Mittelpunkte ziehen, wenn man dem Reißbrette, worauf die Zeichnung zu machen wäre, den Anſatz (§. 18. VII.) gäbe. Wenn auf dieſe Art die Parallelen aus ihren Mittelpunkten beſchrieben werden können, ſo laſſen ſich die Meridiane, z. E. von einzeln zu einzeln Graden der Länge, vortheilhaft nach (§. 75.) entwerfen, oder man kan auch von einzeln zu einzeln Graden der Länge, die Punkte der Parallelen, durch welche nachher die Meridiane gezogen werden können, nach (§. 74. Zuſ. I.) beſtimmen. Das Verfahren (§. 75.) mögte aber wohl den Vorzug verdienen, weil die Formeln ſehr einfach ſind, aus denen ſich für einen zu zeichnenden Meridian, wie qnz (Fig. LV.) erſtlich der Werth von Cn, und dann der Winkel Cnγ für die Lage des Halbmeſſers nc ergiebt, durch deſſen Ende n das Perpendikel nτ auf nγ geſetzt werden muß, um die Lage der Tangente nτ, des durch Punkte zu beſchreibenden Meridians (§. 75. 11—16.) zu erhalten. Können Theilkreiſe (§. 75. Zuſ.) angewandt werden (daſ. 19.), ſo kan man ſich auch dieſer zur Eintheilung der Parallelen in perſpectiviſche Grade bedienen. Da alle hieher gehörigen Bemerkungen und Hülfsmittel oben von (§. 74. bis §. 76.) ſchon umſtändlich erläutert worden ſind, ſo wäre es zu weitläuftig, ſie hier noch einmahl zu wiederholen, und man muß in jedem Falle aus Beſchaffenheit der Umſtände beurtheilen, welches von

den beygebrachten Verfahren am v
ſten zur Zeichnung der Meridiane
len anzuwenden iſt.

. Ueberhaupt wird man aber f
auch, in Abſicht auf die Leichtigkei
nung, mehrere oben (Kapitel I
brachte Entwerfungsarten der ſter
weit vorzuziehen ſind.

§. 83.

Anmerkungen.

I. Die LXIIIte Figur ſtellt
gen Data ein Stück einer Horizon
vor, mit der gewöhnlichen Einfaſſ
deren die Grade der Länge und
merkt werden. Der Mittelpunkt
alſo hier einem Orte unter dem
nördlicher Breite; Sollte der M
ſelben ef dem 120ten Grad öſtliche
der Inſel Ferro entſprechen, ſo w
ſes Netz gerade ganz Aſien hin
werden können. Ueberhaupt iſt be
reographiſchen Projection zu beme
beyläufig des Landes, was man ent
Mittelpunkt auch ohngefähr in die
Netzes zu liegen komme. Sollte
Europa ſtereographiſch entworfen n
würde man etwa den Parallel unter

Grad der Breite durch die Mitte des Netzes gehen laſſen, und der Meridian, welcher durch die gerade Linie ef abgebildet iſt, müßte dem 50ten Grade öſtlicher Länge entſprechen. Man würde alſo, um Europa zu entwerfen, ſich den Ort des Auges auf der Kugel, dem 50ten Grad der Länge und 55ten Grad nördlicher Breite gegenüber gedenken müſſen, alſo in obige Formeln für dieſen Fall $\varepsilon = 90° - 55 = 35°$ ſetzen.

Die Polarprojection ſtellt die Gegenden um den Pol am natürlichſten vor; Sie iſt daher für ſolche Gegenden mehrmahl gebraucht worden. Zu Gegenden um den Aequator dient die Aequatorialprojection, wo denn das Auge am beſten demjenigen Theile der Erde gegenüber angenommen wird, der ſich auf der Projection am natürlichſten abbilden ſoll. Projectionen von völligen Halbkugeln heiſſen auch Planiſphären, dergleichen der Pater Chryſologue 1774 zwey herausgegeben, zu welchen der Horizont von Paris die Tafel iſt. Auf Hrn. Prof. Bode im J. 1783 herausgegebenen zwey Weltcharten iſt der Horizont von Berlin zur Tafel angenommen. Die zwey Weltchärtchen, welche derſelbe ſeiner Anleitung zur allgemeinen Kenntnis der Erdkugel beygefügt hat, ſind aber, wie ich ſchon oben (§. 53.) erwähnt habe, keine perſpectiviſchen Projectionen. Dieſe Charten

ſind ſehr brauchbare Beyſpiele zur Anwendung der bisher vorgetragenen Lehren.

Zu Himmelscharten werden die Polar- und Aequatorialprojectionen ebenfalls vortheilhaft angewandt. Hieher gehören die Planiſphären von R. v. Vaugondy (Paris 1764), vom P. Chryſologue de Gy, von Senex u. a. Auf denen von Senex finden ſich alle Sternbilder und Geſtirne des Flamſteediſchen Catalogs. Zwey dieſer Planiſphären von Senex ſind auf die Ebene des Aequators, und zwey derſelben auf die Ebene der Ecliptik entworfen. Die Planiſphären von Vaugondy enthalten auch die neuen Sternbilder um den Südpol. Sie ſtellen aber die Sternbilder ſo vor, wie ſie auf der äuſſern oder converen Seite einer Himmelskugel erſcheinen würden, welches etwas unbequem iſt, wenn man die Vergleichung mit dem Himmel anſtellen will, weil man auf dieſen Planiſphären dasjenige zur Rechten hat, was dem Beobachter des Himmels zur linken erſcheint. Hr. Prof. Funk in Leipzig hat zu ſeiner Anweiſung zur Kenntnis der Geſtirne dieſe Vaugondyſchen Planiſphären nachſtechen laſſen, aber nach der beſſern Vorſtellung, wie die Geſtirne an der innwendigen Fläche des Himmels erſcheinen. Hrn. Prof. Bodens (Beſchreibung und Gebrauch einer allgemeinen Himmelscharte, mit einem

nem durchſcheinenden Horizont, Berlin 1786) ſtellt auf einer einzigen, 23 Reinl. Zoll im Durchmeſſer haltenden Scheibe, einen ſtereographiſchen Entwurf der hohlen Himmelskugel vom Nordpole bis zum 38ten Grad ſüdlicher Abweichung, mit mehr als 3000 Sternen dar. Eben dieſe Charte auch als Beylage zur 5ten Ausgabe ſeiner Anleitung zur Kenntnis des geſtirnten Himmels, Berlin 1788.

Unter allen Himmelscharten ſind diejenigen, welche insbeſondere den Thierkreis und die benachbarten Geſtirne abbilden, am häufigſten im Gebrauche. Wir haben ſehr gute Zodiacalcharten dieſer Art von Senex auf zwey großen Bögen, welche gegen das Ende des vorigen Jahrhunderts, unter Halley's Aufſicht verfertigt, zu London herausgekommen ſind. Ferner gehört hieher eine Zodialcharte, die in Frankreich 1755 von le Monnier beſorgt, und von Dheulland geſtochen worden iſt; Sie iſt mit einem Catalog von Zodiacalſternen begleitet, welche Flamſteed beobachtet, und deren Längen auf das Jahr 1755 reducirt worden ſind.

II. Das Eintragen eines Orts in ein Netze, wie (Fig. LXIII.) geſchieht in der Hauptſache völlig nach dem Verfahren, was ſchon bey andern Entwerfungsarten gezeigt wor-

worden, und bedarf hier keiner beſondern Erläuterung weiter.

III. Der Meilenmaasſtab iſt zur Meſſung der Diſtanzen auf Landcharten, nach der ſtereographiſchen Projection, veränderlich, und diejenigen Meilen, welche z. E. um die Mitte der Charte herum ſtatt finden, können an dem Rande der Charte nicht mehr gebraucht werden, ſo bald ſich das Netz derſelben, auf ſehr viele Grade der Länge und Breite erſtreckt. Ueberhaupt aber läßt ſich überall der in jedem einzeln Vierecke des Netzes, z. E. ikml, ſtatt findende Meilenmaasſtab erhalten, wenn man die Größe des Meridiangrades daſelbſt, z. E. ik oder ml, in 15 ohngefähr gleiche Theile, oder da ik, ml, hier 10 Meridiangrade bedeuten, die Räume ik, oder ml, in 150 gleiche Theile eintheilt, und mit denſelben, als geographiſchen Meilen, die Diſtanzen der Oerter innerhalb eines ſolchen Vierecks mißt. Uebrigens wird aber wohl Niemand verlangen, auf einer ſtereographiſchen Projection, zumahl große Diſtanzen, ſehr genau meſſen zu wollen.

IV. Indeſſen hat die ſtereographiſche Projection das eigen, daß ſich die wahre Diſtanz eines Orts, z. E. z (Fig. LIV.), von demjenigen W, deſſen Projection C in die Mitte der Charte fällt, oder für deſſen Horizont die

Pro-

Projection gemacht worden iſt, durch eine leichte Rechnung finden läßt.

Man meſſe auf der Charte die projicirte Diſtanz CZ der beyden Oerter W und z nach einem beliebigen Maasſtabe; Und nun auch nach eben dem Maasſtabe, eines andern Orts A, der in den mittlern Meridian der Charte fällt, Diſtanz von dem Orte C, für welchen die Projection verfertigt worden iſt. Da nun des Orts A Unterſchied der geographiſchen Breite von C ſich auf der Charte leicht angeben läßt, ſo ſey ſolche $= \mu$, ſo hat man $CA = r \tang \frac{1}{2} \mu$, wo denn r den Halbmeſſer OC, und μ hier das $\varepsilon - \eta$ (§. 71. 12.) bezeichnet.

Hieraus ergiebt ſich erſtlich nach jenem Maasſtabe der Halbmeſſer $r = \frac{CA}{\tang \frac{1}{2} \mu} = b \cot \frac{1}{2} \mu$, wenn der Kürze halber $CA = b$ geſetzt wird.

Heißt nun der Bogen Wz eines größten Kreiſes auf der Kugel, dem die Diſtanz CZ als Projection zugehört, $= \alpha$, ſo iſt $CZ = r \tang \frac{1}{2} \alpha$ (§. 74. 2.). Alſo das gemeſſene $CZ = c$ geſetzt, ſo iſt $\frac{c}{r} = \tang \frac{1}{2} \alpha$,

oder $\frac{c}{b} \tang \frac{1}{2} \mu = \tang \frac{1}{2} \alpha$.

Da

Da demnach c, b, μ bekannt ſind, ſo findet man daraus $\frac{1}{2}\alpha$, und folglich auch α, alſo den Abſtand beyder Oerter z, W auf der Kugel, dem das CZ auf der Projection zugehöret, in Graden und Theilen derſelben, welche nun, nach (§. 14. u. f.), leicht noch in geographiſche Meilen verwandelt werden können.

V. Man ſieht hieraus zugleich die Aufgabe aufgelößt, den Halbmeſſer r derjenigen Kugel zu finden, für welche eine vorgegebene Projection verfertigt worden iſt, welches nützlich ſeyn kan, wenn man etwa eine ſolche Projection copiren wollte.

VI. Wenn man zur Zeichnung einer Projection den Halbmeſſer r in ſo viel Theile, als der würkliche Halbmeſſer der Erde geographiſche Meilen enthält, alſo ohngefähr in 860 gleiche Theile, eingetheilt hätte, ſo wäre dies zwar ein Meilenmaasſtab für die Verfertigung der Projection, wie (§. 81.), aber nicht zur Meſſung der Diſtanzen auf der bereits verfertigten. Denn wenn man z. E. Diſtanzen, wie CZ, CA u. ſ. w., in Theilen, dergleichen 860 auf r = OC giengen, nach den Formeln CZ = r tang $\frac{1}{2}\alpha$; CA = r tang $\frac{1}{2}\mu$ aufgetragen hätte, ſo könnten nachher dieſe CZ, CA, nicht die wahren Diſtanzen der zugehörigen Oerter auf der Kugel

gel ausdrücken, ſondern man müßte zur Meſſung dieſer Diſtanzen auf der Charte, ſich eines Meilenmaasſtabes bedienen, der ſich aus der Eintheilung eines Meridiangrades zwiſchen C und A, nach (II), ergeben würde, vorausgeſetzt übrigens, daß auf der Projection die Meridiangrade zwiſchen C und Z, oder C und A, ſelbſt nicht gar zu verſchieden ausfallen. Denn ſonſt müßte man ſelbſt auf dieſe Verſchiedenheit, und die daraus entſtehende verſchiedene Meilengröße (III) Rückſicht nehmen, und CZ etwa theilweiſe, nach den verſchiedenen zwiſchen C und Z ſtatt findenden Meilenmaasſtäben zu beſtimmen ſuchen, welches aber immer ſehr läſtig ſeyn würde. Sicherer verfährt man alsdann nach (IV). Doch verſteht ſich, daß ſelbſt dieſes Verfahren nur anwendbar iſt, wenn von der Diſtanz eines Ortes Z vom Mittelpunkte C der Projection die Rede iſt. In allen andern Fällen muß die Diſtanz, ſo bald ſie ſo groß iſt, daß man ſie nicht nach einerley Maasſtabe meſſen dürfte, aus den bekannten geographiſchen Breiten und Längen der Oerter, die ſich auf der Projection leicht beſtimmen laſſen, vermittelſt der ſphäriſchen Trigonometrie (§. 14. III Fall) gefunden werden, wozu auch die Conſtruction (§. 15. u. 16.) vermittelſt der Sehnen gebraucht werden kan, wenn keine allzugroße Schärfe nöthig iſt.

VII. Man kan leicht beweiſe[n]
der ſtereographiſchen Projection d
Meilen, zur Meſſung der Diſt
herum, ohngefähr halb ſo groß ſi
jenigen Meilen, die man erhalten
man den Halbmeſſer OC oder
gleiche Theile theilte, als der wü
meſſer der Erde geographiſche Me
Man nenne den 859,43ſten Theil vo
ſo iſt OC oder $r = 859{,}43 \cdot m$, u
ſtanz, wie CA, um die Mitte d
herum $= r \tan \frac{1}{2}\mu = 859{,}43 \cdot$
wenn der Unterſchied der geograp
ten zwiſchen C und $A = \mu$ heißt.
dieſer Unterſchied μ in Graden au
iſt derſelbe in Meilen $= \mu . 15$,
alſo eine Meile auf CA die Größe
wäre $CA = \mu . n . 15$; Demnach

$$859{,}43 . m \tan \tfrac{1}{2}\mu = \mu . n . 1$$

$$\frac{859{,}43 . m}{15 . \mu} \tan \tfrac{1}{2}\mu = n \text{ ſeyn.}$$

Wenn nun CA nicht ſehr
enthält, alſo μ nicht groß iſt,
wenn μ in Graden gegeben iſt,
chen Fehler in Decimaltheilen des
ſetzen $\tan \frac{1}{2}\mu = \frac{\frac{1}{2}\mu}{\ldots}$, weil

. VII.) der Halbmeſſer eines Kreiſes 57,29
rade enthält. Alſo wird

$$\frac{859,43 \cdot \frac{1}{2}\mu}{15 \cdot 57,29 \ldots \mu} \cdot m = n \quad \text{oder}$$

eil $859,43 \ldots = 15 \cdot 57,29 \ldots$ (§. 34.
II.), ſo wird ſchlechtweg

$$\tfrac{1}{2}\, m = n.$$

lſo muß ein Theil auf dem Meilenmaasſtabe, orauf die Diſtanz CA ihren richtigen Meilen- erth bekommen ſoll, halb ſo groß ſeyn, als er 859,43ſte, oder ohngefähr 860te Theil des albmeſſers OC. Hat man demnach die Pro- ection nach Meilen oder Theilen verzeichnet, eren 859,43, oder ohngefähr 860 den Halb- neſſer OC ausmachen, ſo ſind alsdann die vahren Meilen zur Meſſung nicht allzu- großer Diſtanzen um den Mittelpunkt der Pro- jection herum, ohngefähr halb ſo groß, als jene Theile auf OC, und wenn man demnach . E. $7\frac{1}{2}$ der erwähnten Theile von OC ab- faßte, ſo würde dies die Größe eines Meri- diangrades auf der Diſtanz CA geben, wel- chen man in 15 gleiche Theile eintheilen müßte, um den wahren Meilenmaasſtab zur Meſſung der Diſtanzen um die Mitte der Projection herum zu erhalten.

VIII. Eine ſchöne Eigenſchaft der ſtereographiſchen Projection iſt, daß

alle Meridiane derſelben
men ſenkrecht auf den
ſtehen, wie auf der Kuge
Fall iſt, und daß alſo wenigſte
hung der Winkel, die einzeln
ſolchen Netzes, denen auf der
ſind. Den Beweis davon kan
tiſch in Hrn. Prof. Klügels
gramm ſeines Lehramtes in Hall
triſche Entwickelung der
ten der ſtereographiſchen
Halle 1788. §. 18. ꝛc., und a
Hrn. Hofr. Käſtners *Theori*
ſtereographicae horizontalis, in de
mathem. et phyſicis pag. 188
1771. finden, ſo wie denn übe
Schriftſteller die Lehre von den
auf eigenen Wegen muſterhaft vo
ben. Sehr umſtändlich hat au
Karſten die Lehre von den Pr
Kugelfläche in dem 7ten Theile
begrifs der Mathematik
Mich deucht aber, daß der Weg
dieſe oder jene Formeln gefunden
immer der kürzeſte iſt. —
Schriftſteller, z. E. Clavius,
Wolf u. a. von den Projectione
ben, iſt ſehr unvollſtändig. H
Mayer und Lowiz haben zwa
charten nach der ſtereographiſche
verfertigt, aber von der Theorie

nig bekannt gemacht. Hrn. Hofr. Käſtner gebührt das Lob, über dieſen Gegenſtand zuerſt etwas befriedigendes geliefert zu haben. Synthetiſch finde ich die Beweiſe der ſtereographiſchen Projection auch ſehr bündig in *John Harris M. A. F. R. S. Lexicon technicum or an univerſal engliſh dictionary of arts and ſciences &c.* London 1704. unter den Artikeln *Projection* und *ſpherik Geometry.* Was in meines Vaters Mathematiſchen Atlas vom Zeichnen der Landcharten vorkömmt, reicht zur Ausübung nicht hin.

Sechstes Kapitel.

Von der orthographiſchen und Centralprojection.

---

§. 84.

I. Wenn man ſich das Auge bey der perſpectiviſchen Entwerfung der Erdfläche, oder eines Stücks derſelben, in einer unendlichen Entfernung gedenkt, ſo werden alle Lichtſtrahlen, die von der Oberfläche der Erde nach dem Auge gezogen werden, ſich in parallele Linien verwandeln, und man wird

 ſtatt

ſtatt eines Strahlenkegels, wie bisher der Fall war, einen Strahlencylinder erhalten, deſſen Durchſchnitt mit einer auf jene Parallelſtrahlen ſenkrechten Ebene, auf dieſer Ebene, als perſpectiviſcher Tafel, die ſogenannte orthographiſche Projection der Erdfläche geben wird, von der wir nunmehr, wegen ihres Gebrauchs in der Aſtronomie, auch noch das allgemeinſte beybringen wollen.

II. Es kommt hiebey vorzüglich darauf an, wie ſich auf der Tafel (I) die verſchiedenen Meridiane und Parallelkreiſe der Erde, orthographiſch abbilden werden, wenn ein orthographiſches Netz für eine Halbkugel, oder ein beliebiges Stück derſelben, zu dieſem oder jenem Gebrauche verlangt würde, und da erhellet nunmehr leicht, daß die Vorſchriften dazu ſich aus den oben (§. 61.) beygebrachten allgemeinen Unterſuchungen müſſen herleiten laſſen, wenn man in denſelben ſich die Spitze des Strahlenkegels, z. E. BOA (Fig. XLV.), unendlich weit weggedenkt, damit BO und AO, und ſo alle übrigen vom dem Umfange des Kreiſes nach dem Auge O gezogenen geraden Linien, oder Lichtſtrahlen, ſich in paralleie Linien verwandeln, mithin BOA zu einem Strahlencylinder werde, deſſen Grundfläche der Kreis BDA iſt, und der nunmehr von einer Ebene kEie, welche keiner von den

Seiten-

Seitenlinien BO, AO parallel iſt, durchſchnitten werde.

§. 85.

I. Daß in dieſem Falle die Durchſchnittsfigur kEie, alſo die orthographiſche Projection des Kreiſes BDA (Fig. LXIV. Man vergleiche hiebey die Buchſtaben dieſer Figur mit den gleichbedeutenden der XLVten Figur), weder eine Parabel noch Hyperbel ſeyn könne, iſt daraus klar, daß ein Schnitt, wie der (§. 84.) erwähnte, alle Seitenlinien des Strahlencylinders durchſchneiden, und daher nothwendig eine nach allen Seiten zu begränzte krumme Linie geben muß, welche keine andere, als ein Kreis oder eine Ellipſe ſeyn kan, weil ſich aus einem Kegel, und folglich auch aus einem Cylinder (den man als einen Kegel, deſſen Spitze unendlich weit wegliegt, betrachten kan), keine andere krumme Linien von begränzten Umfange, als Kreiſe oder Ellipſen herausſchneiden laſſen.

§. 86.

I. Bey dieſer Vorausſetzung wird demnach in obigen Formeln (§. 61. X.), z. E. für die Axe Ee der Ellipſe kEie, als der orthographiſchen Projection des Kreiſes BDA, $\nu = 180^\circ - \mu$, alſo $\sin \nu = \sin \mu$ geſetzt,

weil, ſobald (Fig. XLV.) die
AO, wie (Fig. LXIV), ein
werden, die Winkel OBA $= \nu$ un
einander zu 180° ergänzen. Di
nach (§. 61. X.), den Halbmeſ
ſes BDA $= \varrho$ genannt,

$$Ee = a = \frac{(\varrho + f) \sin \mu}{\sin (\mu + \zeta)} + \frac{(\varrho}{\sin(1}$$

oder auch

$$Ee = a = \frac{2\varrho \sin \mu}{\sin (\mu + \zeta)}.$$

Aber wegen (§. 84. I.) muß
wenn die Schnitt-ebene kEie die
L durchſchneidet, der Triangel
rechtwinklicht ſeyn, alſo der Win
90° — OCF = 90° — OAB,
90° — μ, alſo $\mu + \zeta = 90°$ un
= 1. Demnach iſt die Formel
Ee der Ellipſe kEie

$$a = 2\varrho \sin \mu$$

wo denn jetzt unter μ auch der W
kel der Axe OC gegen den Dur
verſtanden werden kan.

II. Für den Winkel kFE =

die mit ki parallelen Sehnen halbirt, haben wir oben die allgemeine Formel (§. 60. X. 5.)

$$\text{tang}\,\delta = \frac{\text{tang}\,\beta}{\text{coſ}\,\varkappa\ \text{ſin}\,\psi}$$

gefunden, welche auch auf den Strahlencylinder (Fig. LXIV.) angewandt werden kan, wenn man ſich nur den Punkt O (Fig. XLV.) unendlich weit hinaus gedenkt, daß BO und AO parallele Linien werden. Nun iſt klar, daß, wenn man die Ebene kEie ſenkrecht auf die Axe OC annimmt (§. 84. I.), dieſelbe auch ſenkrecht ſtehen wird auf der Ebene OCS, ſo wie auf allen übrigen, welche man ſich durch die Axe OC gelegt vorſtellet; Nun iſt aber OS ein Perpendikel auf die Ebene BDA (§. 60. XI). Alſo ſteht die Ebene BDA ebenfalls auf der Ebene OCS ſenkrecht. Da demnach beyde Ebenen kEie und BDA auf der Ebene OCS ſenkrecht ſind, ſo wird auch ihr gemeinſchaftlicher Durchſchnitt ki ſenkrecht auf der Ebene OCS, mithin auch auf CS, ſtehen. Alſo wird der Winkel iwC oder FwC, d. h. $\varkappa$ (§. 60. XI. 1.) = 90° ſeyn, d. h. die Linien CS und CF werden zuſammenfallen. Aber wenn $\varkappa = 90°$, ſo muß wegen $\text{coſ}\,\varkappa = 0$ nothwendig $\text{tang}\,\delta$ unendlich, mithin $\delta = 90°$ werden. D. h. wenn die Schnittebene Ee auf die Axe des Kegels oder Cylinders ſenkrecht angenommen wird, ſo hat die Durchſchnittslinie ki dieſer Ebene mit der

Grundfläche des Kegels oder Cylinders allemahl eine ſolche Lage, daß 1) ki auf der Ebene OCF des Neigungswinkels der Axe gegen die Grundfläche ſenkrecht ſteht, und dann 2) derjenige Durchmeſſer Ee, welcher die mit ki parallel laufenden Sehnen des Kegel- oder Cylinderſchnitts halbiret, ſie alle ſenkrecht halbirt. Es iſt demnach in der Formel (I) für den Durchmeſſer Ee $= a = 2\varrho \sin\mu$ des Cylinderſchnitts, unter dem Winkel μ, auch der Neigungswinkel OCF $= \beta$ der Axe des Cylinders gegen die Grundfläche ſelbſt, zu verſtehen, d. h. $\mu = \beta$, alſo $a = 2\varrho \sin\beta$ zu ſetzen.

III. Unter den angeführten Umſtänden iſt demnach in den Formeln (§. 60. XI. 1.) wegen $\varkappa = 90^\circ$, ferner $\cos\vartheta = \cos\beta$, alſo $\vartheta = \beta$; Weiter $\cot\omega = 0$ (daſ. 1.), alſo $\omega = 90^\circ$; dann $\zeta = \psi$ (daſ. 4.), oder (I) $90^\circ - \mu = \psi$, oder (II) $90^\circ - \beta = \psi$. D. h. der Neigungswinkel ψ der Schnittebene kEie gegen die Grundfläche BDA, iſt der Ergänzung des Neigungswinkels β der Axe OC zu 90° gleich.

IV. Weiter verwandelt ſich für den Cylinderſchnitt das Produkt a.b (§. 61. XI.) was dorten mit c bezeichnet wurde, (wegen $\nu - \zeta = 180^\circ - (\mu + \zeta)$ und alſo wegen $\sin(\nu - \zeta) = \sin(\mu + \zeta) = 1$, und wegen

gen ſin ν = ſin μ = ſin β (II) in a.b = $\frac{2\varrho}{\text{ſin}\,\beta}$ = 2ϱ coſec β; und die Gleichung für die Ellipſe des Cylinderſchnitts kEie iſt (§. 61. XII.) (wegen b = $\frac{ab}{a} = \frac{2\varrho}{\text{ſin}\,\beta} : 2\varrho\ \text{ſin}\,\beta$ = coſec β^2)

$$y^2 = 2\varrho\ \text{coſec}\,\beta . x - \text{coſec}\,\beta^2 . x^2$$

wo ϱ den Halbmeſſer der Grundfläche des Cylinders bedeutet. Dieſe Gleichung iſt für Ordinaten y, welche wegen $\delta = 90°$ (II.) auf den Abſciſſen ſenkrecht ſtehen, alſo für rechtwinklichte Coordinaten.

V. Man heißt die Zwergaxe einer Ellipſe diejenige, welche durch den Mittelpunkt derſelben ſenkrecht auf den oben durch die Formel a = 2ϱ ſin β beſtimmten Durchmeſſer Ee geſetzt wird. Sie iſt der doppelten Ordinate y gleich, welche einer Abſciſſe x = $\frac{1}{2}$ a = ϱ. ſin β zugehören würde. Man ſetze alſo in obige Gleichung (IV) x = ϱ. ſin β = $\frac{\varrho}{\text{coſec}\,\beta}$, ſo wird das zugehörige y = ϱ; Alſo die Zwergaxe jener Ellipſe = 2ϱ; Dieſe iſt allemahl größer, als a = 2ϱ ſin β, welcher Durchmeſſer a daher in dem Cylinderſchnitte kEie die kleine Axe ſeyn wird. Die Zwerg-

axe der Ellipſe kEie iſt alſo a
Durchmeſſer der Grundfläche BDA
ders gleich. Aus dem bisherigen
mehr leicht, die Vorſchriften für d
phiſchen Projectionen der Parallel
tagskreiſe herzuleiten.

§. 87.

Aufgabe. Man gedenke ſ
(Fig. L. und Fig. LIII.) das A
endlich weit weg, dem Orte W
deſſen Horizontalfläche der größte K
ſey, ſo daß alle gerade Linien ode
len, welche von dem Umfange
Parallelkreiſes, wie bza (Fig. LI
Meridians, wie QuP (Fig. L.)
Auge O gezogen werden, als par
zu betrachten ſind. Man ſoll au
fel RHrT, die orthographi
jection BZA des Parallelkr
und Meridians dQD verzeic

Auflöſ. α) Für die P
des Parallelkreiſes bza (Fi
deſſen Abſtand vom Pole Q = η,
des Orts W vom Pole = ε heiße

I. Hier wird nun ſogleich erh
der Strahlenkegel bOa, in einen

Og iſt, wenn g das Centrum des Parallels bza bedeutet, und die Linien Oa, Ob, Og jetzt als gleichlaufende mit OCW betrachtet werden. Da nun OW auf der Ebene der Tafel RHrT ſenkrecht iſt, ſo werden auch alle übrigen, wie Ob, Og, Oa, auf RHrT ſenkrecht ſtehen. Die Tafel RHrT ſchneidet alſo die Axe Og des Strahlencylinders bOa ſenkrecht, und die Schnittfigur BZA, oder die orthographiſche Projection des Parallels bza iſt alſo eine Ellipſe, deren kleine Axe die Linie AB ſeyn muß, die Durchſchnittslinie der Tafel RHrT mit der Ebene des Neigungswinkels Ogb der Axe Og, gegen die Grundfläche bza. Nennt man dieſen Neigungswinkel β, ſo iſt, wenn der Halbmeſſer gb $=$ ga $= \varrho$; AB $= 2\varrho \sin \beta$. Weil aber Og parallel mit OW, ſo iſt $\beta =$ dem Neigungswinkel der Linie OW gegen die Ebene des Parallels bza, und dieſer Winkel iſt, wenn man ſich durch W eine gleichlaufende Linie Wτ mit ab gezogen vorſtellt, wie man leicht finden wird, $=$ OWτ, welcher zu ſeinem Maaße den halben Bogen Oτ, oder die halbe Ergänzung des Bogens WQτ zu 180° hat; Weil nun dieſer Bogen WQτ $=$ WQ $+$ Qb $+$ bτ $=$ WQ $+$ Qb $+$ Wa $= \varepsilon + \eta + \varepsilon - \eta = 2\varepsilon$,

alſo der Winkel OWτ $= \dfrac{180^\circ - 2\varepsilon}{2} =$

$90^\circ - \varepsilon$, ſo hat man AB$=2\varrho \sin (90^\circ - \varepsilon)$ $= 2\varrho \cos \varepsilon$; Aber $\varrho = r . \sin \eta$ (§. 47. V.),

wenn

wenn r den Halbmeſſer OC, ode
Erdkugel bedeutet; Demnach die
der Projection AZB, oder AB = 2
Die große Axe, ſenkrecht auf A
ſeyn = 2ϱ = $2r \sin \eta$ (§. 86.
die Gleichung für die Ellipſe AZB

$$y^2 = 2\varrho \sec \varepsilon . x - \sec \varepsilon^2 .$$
$$= 2r \sin \eta \sec \varepsilon . x - \sec \varepsilon^2 .$$

wo demnach x jede Abſciſſe, wie
LIV.), und y jede zugehörige O
bedeutet.

II. Um die Entfernung des
von welchem die Abſciſſen angerech
von dem Mittelpunkte C der Tafel
ſo iſt, weil die Linie aAO paralle
gedacht werden muß, das Perpend
dem Perpendikel, was von a auf
meſſer OW würde herabgefället we
= r ſin Wa = r ſin ($\varepsilon - \eta$),
CB = r ſin ($\varepsilon + \eta$); woraus de
AB = r (ſin ($\varepsilon + \eta$) — ſin (
2r ſin η coſ ε folgt. Auch wird C
welches die Projection des Poles

β) Für die Meridiane

I. Wenn des orthographiſch
fenden Meridians dQD (Fig. L.)
von dem HOW des Orts W

der Tafel durch die gerade Linie CH abgebildet wird, $= \lambda$ iſt, und man ſich nun von allen Punkten des Umfangs dQDP, wieder Parallellinien mit WO gedenkt, ſo erhält man einen Strahlencylinder, deſſen Grundfläche ein größter Kreis, nemlich der Meridian dQDP iſt, deſſen Halbmeſſer alſo $= r$, und die Axe die Linie OW ſelbſt iſt. — Da nun wieder die Tafel ſenkrecht ſteht auf der Axe OC, ſo muß auch des Meridians orthographiſche Projection eine Ellipſe ſeyn, deren kleine Axe $a = 2r \sin \beta$, wenn jetzt β den Neigungswinkel der Axe OC des Strahlencylinders gegen die Ebene des zu projicirenden Meridians QU bedeutet (§. 86. II.). Dieſer Neigungswinkel iſt $= 90° - \psi$, wenn ψ den Neigungswinkel der Durchſchnittsebene, oder der Tafel RHTr, gegen die Ebene des Meridians QUP, als Grundfläche des Strahlencylinders bedeutet (§. 86. III.). Nun iſt aber oben für dieſen Neigungswinkel gefunden worden $\cos \psi = \sin \varepsilon \sin \lambda$ (§. 69. 4.). Alſo iſt $\sin \beta = \sin \varepsilon \sin \lambda$, und alſo die kleine Axe a der Ellipſe, welche die orthographiſche Projection des Meridians auf der Tafel abbildet, $= 2r \sin \varepsilon \sin \lambda$. Die große Axe iſt $= 2r =$ dem Durchmeſſer des Meridians (§. 86. 5).

II. Wenn jetzt (Fig. L. u. LI.) dqD die orthographiſche Projection des Meridians DQd, ſo weit derſelbe hinter die Tafel fällt, vorſtellt,

wo DCd die Durchſchnittslinie der
mit der Ebene der Tafel TDHd
iſt ſogleich dieſe Durchſchnittslinie
die große Axe der Ellipſe dqD, o
jicirten Meridians dQD, weil
Die kleine Axe wird nunmehr a
μc, welche ſenkrecht auf Dd ge
von e nach ε, ſo daß Ce = Cε
den kleinen Axe genommen werden
len, und für den Winkel HCμ =
(§. 69. Zuſ. I.), den dieſe Linie
macht, wird, wie oben, da dqD d
phiſche Projection eines Meridians
die Formel tang φ = — coſ ε tang
werden können, wo denn φ den W
bezeichnet, den die große Axe Dd
dqD mit HT macht. Die Gleich
Ellipſe dqD wird ſeyn

$$y^2 = 2r \operatorname{coſec}\beta . x - \operatorname{coſec}\beta^2 \ldots$$

welche wegen coſec $\beta = \frac{1}{\sin\beta} = \ldots$
= coſec ε coſ λ, ſich in

$$y^2 = 2r \operatorname{coſec}\varepsilon \operatorname{coſec}\lambda . x - \operatorname{coſec}\varepsilon^2 \ldots$$

verwandelt, wo denn die Abſciſſen x
Punkte D, oder d auf dem Durc
angerechnet, und die Ordinaten p
μc, alſo ſenkrecht auf Dd genomn
müſſen.

§. 88.

Aus dem bisherigen wird hinlänglich erhellen, wie die orthographiſchen Projectionen der Parallelen und Meridiane, durch Verzeichnung der Ellipſen vermittelſt der Gleichungen des vorhergehenden §es in einem vorkommenden Falle ſich werden entwerfen laſſen, da zugleich die übrigen Dinge, welche die Lage dieſer Projectionen betreffen, aus (§. 87. β. II.) bekannt ſind. Man kann aus den allgemeinen Formeln leicht die beſondern Fälle, welche auf die Annahme des Orts W, auf deſſen Horizont HRTr die Projection zu machen iſt, Bezug haben, z. E. auf die orthographiſche Polarprojection, für welche $\varepsilon = 0$, und die orthographiſche Aequatorialprojection, für welche $\varepsilon = 90^\circ$ zu nehmen iſt, herleiten. Die weitere Anwendung aber, die davon in der Aſtronomie in der Lehre von den Finſterniſſen zu machen iſt, die leichteſte Art wie Ellipſen, aus den bekannten Abmeſſungen derſelben zu zeichnen u. d. gl. wäre hier zu weitläuftig beyzubringen, und muß daher aus beſondern Schriften über dieſen Gegenſtand z. E. de la Landens Aſtronomie u. a. erlernt werden. Ich werde alſo hier noch kürzlich das Allgemeine von der Centralprojection beybringen.

§. 89.

Centralprojection.

I. Wenn man ſich (Fig. LXV.) an einem gewiſſen Orte W einer Kugel DQP eine Berührungsebene $\mu\nu$ gedenkt, und das Auge in dem Mittelpunkte C dieſer Kugel nimmt, darauf von C nach allen dem Auge zugekehrten Punkten der Oberfläche der Kugel gerade Linien bis an die Ebene $\mu\nu$ fortzieht, ſo heißt die auf ſolche Art entſtehende Projection der vor dem Auge befindlichen Halbkugel QWP auf die Berührungsebene $\mu\nu$, eine Centralprojection, und es kommt nun darauf an, die Regeln aufzufinden, nach denen ſich auf der Ebene $\mu\nu$, die Projectionen der Meridiane, und der Parallelkreiſe, zu denen P und Q als Pole gehören, zeichnen laſſen.

II. Die Ebene $\mu\nu$ ſoll die Kugel in einem Punkte W berühren, welcher den Abſtand QW = ε vom Pole Q habe. Iſt nun QWP ein Meridian durch W, ſo ſieht man leicht, daß, weil das Auge C ſich in der Ebene deſſelben befindet, die centrale Projection davon auf der Tafel $\mu\nu$ nothwendig eine gerade ohne Ende fortlaufende, auf CW ſenkrecht ſtehende Linie mn ſeyn müſſe, auf der z. E. ein Stück wie Wq insbeſondere des Bogens WQ Projection ſeyn wird.

III. Ueber-

III. Ueberhaupt wird aber die centrale Projection eines jeden vorgegebenen Meridians eine gerade Linie ſeyn müſſen, weil, wenn das Auge in dem Mittelpunkte der Kugel iſt, es ſich in den Ebenen aller zu projicirenden Meridiane befindet. Wäre nun QFP ein anderer Meridian, welche um den Winkel FQW = λ von demjenigen QWP, welcher von der Ebene $\mu\nu$ berührt wird, abſtände, ſo würde die Projection deſſelben auf der Tafel $\mu\nu$, eine gerade Linie qf ſeyn müſſen, welche man durch q, der Projection des Poles Q, und durch f, die Projection des Punktes F, wo der Meridian QFP in den Aequator AFE, einſchneidet, ziehen müßte; und ſo werden denn alle projicirten Meridiane, dergleichen gerade Linien ſeyn, welche ſich in dem Punkte q der Tafel durchſchneiden.

IV. Ueberhaupt wird aber die Centralprojection die Eigenſchaft haben, daß alle größten Kreiſe ſich als gerade Linien auf derſelben abbilden, weil wenn das Auge in dem Mittelpunkte C iſt, es ſich in der Ebene eines jeden größten Kreiſes befinden muß.

V. Daher wird ſich auch der Aequator AFE auf der Tafel $\mu\nu$ als eine gerade Linie darſtellen. Es ſeyen F und E ein paar Punkte in demſelben, jener in dem Meridiane QFP, dieſer in dem Meridiane QWP des

Orts W, an welchem die Tafel
gel berührt, ſo wird, wenn
Ebene des Winkels ECF in d
bis an die Tafel $\mu\nu$ erweitert
Durchſchnitt ef mit der Tafel,
Projection des dem Winkel ECF
Bogens EF des Aequators vo
verlängert man dieſe Linie nach
ten über f und e hinaus, ſo er
ganze Projection des Aequator
allemal eine auf mn, d
ſchnittslinie des Meridi
mit der Tafel, ſenkrech
Linia eα ſeyn wird, weil die
als ein Stück von der erweiterte
Aequators, ſenkrecht iſt auf de
Meridians QWP, und auf
QWP auch die Tafel $\mu\nu$ in
rungspunkte W ſenkrecht ſteht,
beyder Ebenen Cef und $\mu\nu$,
licher Durchſchnitt ef auf der Eb
ridians QWP, mithin auf d
Ebene QWP befindlichen Linien e
recht ſtehen muß.

VI. Auch wird der Triang
welchem qf, die Projection von d
ten QF des Meridians QFP v
C rechtwinklicht ſeyn, weil qC, d
der Ebene des Aequators ECF,
oder Cf ſenkrecht ſteht.

VII. Die bisherigen Betrachtungen führen auf die Art, die Lage eines jeden projicirten Meridians, wie qf, gegen den qe, welcher die Kugel in W berührt, zu beſtimmen, und denſelben von q nach f in ſeine 90 perſpectiviſchen Grade einzutheilen, ſo wie der zugehörige Meridian QF auf der Kugel in ſeine 90 wahren Grade eingetheilt iſt.

VIII. 1. Aufl. Es ſey der Unterſchied der beyden Meridiane QWE und QF $= \lambda$ ſo iſt dies λ dem Bogen FE des Aequators oder dem zugehörigen Winkel ECF am Mittelpunkte gleich.

2. Nun heiße der Bogen WQ $= \varepsilon$, und der Halbmeſſer CW $= r$, ſo iſt in dem rechtwinklichten Dreyecke CWq für die Projection q des Poles erſtlich $Wq = CW \cdot \text{tang}\, WCq = r \cdot \text{tang}\, \varepsilon$.

3. Wenn man demnach auf der Tafel $\mu\nu$, den Punkt W, wo ſie die Kugel berühren ſoll, nach Gefallen annimmt, und durch W eine gerade Linie mn zieht, welche die Projection des Meridians WQ vorſtellt, und auf ſolcher $Wq = r\, \text{tang}\, \varepsilon$ nimmt, ſo iſt erſtlich der Punkt q oder die Projection des Poles beſtimmt.

4. Für den Punkt e auf der
welchen, auf die Verlängerung
Linie eα ſenkrecht gezogen werd
die Projection des Aequators zu
man We = CW . tang WCe =

5. Für den Punkt f auf e
chem von q aus die gerade Linie
Projection des Quadranten Q
dians (1) gezogen werden muß
dem bey e rechtwinkl. Dreyecke

$$ef = Ce . \text{tang } eCf$$

Aber Ce = r coſec ε aus dem
ecke CWe, und eCf = ECF =
den Punkt f auf der Tafel wird

$$ef = r \text{ coſec } \varepsilon \text{ tang } \lambda.$$

6. Wenn man auf dieſe A
und nach λ = 10°; 20°; 30
kan man auf eα, die Punkte 1
beſtimmen, durch welche die M
q 20; q 30 ꝛc. von 10 zu 10 G
werden können, welches auf eine
wenn man will, von 5 zu 5 o
einzeln Graden geſchehen kan.

7. Um einen beliebigen Me
in perſpectiviſche Grade, oder a

man ſich von allen Theilpunkten des Quadranten QF aus C gerade Linien bis an qf gezogen, ſo erhält man qf gehöriger maaßen eingetheilt. Man kan ſich am bequemſten dazu eines ein für allemahl in ſeine Grade, oder wie man ſonſt will, eingetheilten rechten Winkels C (Fig. LXVIII.) bedienen, auf deſſen einen Schenkel man die Linie Cq der LXVten Figur trägt, und ſodann mit der Hypothenuſe qf des rechtwinklichten Dreyecks qCf (Fig. LXV.) den andern Schenkel des erwähnten rechten Winkels in f durchſchneidet, da denn die aus C auslaufenden Theilungslinien, die Linie qf in die verlangten Theile abtheilen werden, die man demnächſt nur auf qf der LXVſten Figur wieder abtragen darf, um die Punkte 10, 20, 30 ꝛc. zu erhalten, welche z. E. hier von 10 zu 10 Graden des Abſtandes vom Pole die perſpectiviſche Abtheilung des Meridians qf darſtellen. Auf eine ähnliche Art, können, alle übrigen Meridiane q 10, q 20 ꝛc. vermittelſt des rechten Winkels (Fig. LXVIII.) abgetheilt werden.

8. Begreiflich können die Linien wie Cq, ef, Wq, We, qf (1—5) auch durch Conſtruction der rechtwinklichten Dreyecke in denen ſie vorkommen, gefunden werden, wenn man ſie nicht nach den (1—5) angegebenen Formeln berechnen will; die Rechnung wird aber freylich alles viel genauer geben. Man kan

 dabey

dabey den Halbmeſſer r etwa in 1000 oder 10000 Theile eingetheilt ſeyn laſſen.

9. So kann man denn ſtatt der Conſtruction (7) zur Eintheilung eines Meridians wie qf, auch folgende Rechnung anwenden.

Geſetzt, der Punkt Z auf dem Meridiane qf, ſolle dem Punkte z, der auf der Kugel den Abſtand η = Qz vom Pole Q habe, entſprechen, ſo iſt in dem rechtwinkl. Dreyecke qCf erſtlich Cq, als Hypothenuſe des rechtw. Dreyecks CWq bekannt, nemlich Cq = r ſec ε. Ferner hat man in dem rechtwinklichten Dreyecke Cef die Hypothenuſe Cf = Ce . ſec eCf = r coſec ε . ſec λ, und dies iſt die zwote Seite in dem rechtw. Dreyecke qCf, woraus ſich die Hypothenuſe $qf = \sqrt{(Cq^2 + Cf^2)}$ $= r \sqrt{(\sec \varepsilon^2 + \operatorname{cosec} \varepsilon^2 \sec \lambda^2)}$, und der Winkel Cqf = $\varkappa$ durch $\tang \varkappa = \frac{Cf}{Cq} = \frac{\operatorname{cosec} \varepsilon . \sec \lambda}{\sec . \varepsilon} = \frac{\sec \lambda}{\sec \varepsilon^2}$ findet. Nun ſind alſo in dem Dreyecke CqZ bekannt Cq = r ſec ε, der Winkel q = $\varkappa$, und qCZ = η, woraus ſich leicht $qZ = \frac{r \sec \varepsilon . \sin \eta}{\sin (\eta + \varkappa)}$ herleiten und berechnen läßt.

10. Wenn

10. Wenn ein jeder Meridian gehörig eingetheilt worden iſt, ſo darf man nur durch die gleichnahmigten Punkte aller entworfenen Meridiane, krumme Linien führen, ſo ergeben ſich die projicirten Parallelkreiſe von ſelbſt, für deren Zeichnung keine beſondern weitläuftigern Vorſchriften nöthig ſind. g 40 h ſtellt z. E. einen dergleichen durch den 50ten Grad des Abſtandes vom Pole vor.

11. Es werden ſich bey der Centralprojection die Parallelkreiſe ſelten als würkliche Kreiſe auf der Tafel $\mu\nu$ abbilden. In den meiſten Fällen werden ſie Ellipſen, oder andere Kegelſchnitte, die nicht bequem durch eine ſtetige Bewegung zu beſchreiben ſind. Nur in dem Falle, wenn W in Q fällt, alſo die Tafel die Erdkugel in einem ihrer Pole berührt, bilden ſich die Parallelkreiſe auch als Kreiſe ab, und könnten, wenn ihre Halbmeſſer nicht zu groß ausfallen, aus ihren Mittelpunkten beſchrieben werden.

IX. 1. Man gedenke ſich nun ferner durch C, oder durch das Auge des Beobachters, eine Horizontalfläche, und die Kugel QWPD, von der bisher die Rede war, ſey jetzt insbeſondere die Himmelskugel, welche von jener Horizontalfläche in dem größten Kreiſe WSK, auf welchem die Tafel in dem Berührungspunkte W ſenkrecht ſtehe, geſchnitten

werde, ſo wird auch dieſer Hori
als ein gröſter Kreis, ſich auf d
als eine gerade Linie abbilden m
wenn nun der Punkt R auf der
Zenith des Horizontes KSW,
Quadrant RW ein Scheitelkreis
Berührungspunkt W wäre, ſo wür
Projection des Verticalkreiſes RW
rade Linie Wr auf der Tafel $\mu\nu$ ſ
deren Lage gegen Wq, ſich aus
qWr, welcher nothwendig, weil
Berührungslinien der Bögen WR,
dem ſphäriſchen Winkel RWQ
muß, würde beſtimmen laſſen.

2. Dieſer ſphäriſche Winkel
ſehr leicht aus dem ſphäriſchen Dre
berechnet werden. Man gedenke
den Pol Q und den Scheitelpunk
größten Kreis QRS, ſo muß dieſ
Aſtronomie lehrt, nothwendig der M
des Beobachters ſeyn, dem de
KSW zugehören würde. Der Bog
dem Horizonte wäre dann das Azi
Punktes W, wo die Tafel den H
rührt, und dem Maaße des ſphäri
kels SRW gleich, deſſen Ergänzun
der ſphäriſche Winkel QRW iſt;
gen QR muß dann ferner der Erg
Polhöhe des Beobachters C zu 9
RW = 90° ſeyn.

Heißt demnach die Polhöhe des Beob- htes C, dem der Horizont KSW zugehört, = p, das Azimuth des Punktes W = a, hat man in dem ſphär. Dreyecke QRW; R = 90° — p; RW = 90°; QRW = 80° — a; Daraus findet ſich für den Win- l RWQ = w, und den bisher gebrauchten Bogen QW = ε

$$\cos \varepsilon = -\cos a \cos p$$
$$\tan w = \sin a \cot p$$

X. Dies Verfahren zeigt, wie auf iner Tafel μν (Fig. LXV. und LXVI.), velche die Himmelskugel an einem beliebigen Punkte W des Horizon- tes eines Beobachters C berührt, die Centralprojection zu entwerfen ſeyn würde.

Man ziehe auf dieſer Tafel erſtlich eine gerade Linie Wr, welche den Verticalkreis durch den Berührungspunkt W vorſtelle. Be- rechne hierauf aus dem gegebenen Azimuthe des Punktes W, und der Polhöhe des Beob- achters C, den Winkel W nach der Formel tang w = ſin a cot p, und trage ihn an Wr, ſo erhält man die Lage der Linie Wq, wo ſich denn, wenn man eine Himmelskugel zu Hülfe nimmt, leicht zeigt, ob der Winkel rWq = w, linker oder rechter Hand Wr genommen wer-

den muß. Nun berechnet man na
mel coſ ε = — coſ a coſ p,
oder Bogen ε (wo ſich denn, w
Trigonometrie umzugehen weis, le
unter welchen Umſtänden ε ſpitzig
wird), ſo kan man daraus, nach (
ferner die Linie Wq, für die Pr
Poles, und We, für die Projection
tes e, durch welchen ſenkrecht a
Aequator αfα gezogen werden mu
Daraus ergeben ſich dann weiter di
durch q, mit ihren Abtheilungen (
und die Parallelkreiſe (daſ. 10.), u
Wk, ſenkrecht durch W auf W
wird endlich die Projection des
durch W, auf der Tafel abbilden.

Die einzeln Fälle, in Abſicht
nahme des Berührungspunktes W
durchzugehen, würde zu weitläuftig
wird ſie aber, zumahl wenn man
bum zu Hülfe nimmt, leicht aus d
gen von ſelbſt herleiten.

XI. In der LXVIten Figur
nommen worden, daß der Pun
Horizontes Nordoſt ſey, und zwar
der ſph[illegible]iner Horizonte, für welchen p =
gen QR mu[illegible] Nordoſt im Horizonte um
Polhöhe des [illegible]te Süd entfernt, alſ
RW = 90° [illegible] + 45° iſt, ſo hat

$\cos a = \cos (90° + 45°) = - \cos (90° - 45°) = - \sin 45°$ erſtl. $\cos \varepsilon = \sin 45° . \cos 52° . 31'$, und wegen $\sin a = \sin (90° + 45°) = \sin (90° - 45°) = \cos 45° = \sin 45°$ für den Winkel w, $\tan w = \sin 45° \cot 52° . 31'$.

Wenn man nach dieſen Formeln rechnet, ſo erhält man $\varepsilon = 64° . 30'$, und $w = 28° . 28'$. Daraus denn weiter $Wq = \tan \varepsilon = 2{,}096$; $We = \cot \varepsilon = 0{,}477$; $Ce = \operatorname{cosec} \varepsilon = 1{,}108$; $Cq = \sec \varepsilon = 2{,}323$.

Hieraus iſt die Projection (Fig. LXVI.) auf folgende Art entſtanden.

Nachdem durch den in dem Horizonte kk für Nordoſt angenommenen Punkt W, die Linie Wr ſenkrecht auf kk, um den Verticalkreis durch W abzubilden, gezogen worden, iſt der Winkel $rWq = w$ nach Norden zu $= 28° . 28'$ genommen worden, um dadurch den durch W gehenden Meridian Wq abzubilden, welcher, wie man auf einer Kugel ſehen wird, für gegenwärtigen Fall linker Hand Wr, alſo nach Norden zu, fallen wird. Nun iſt nach einem Maasſtabe ab, welcher den zur Einheit angenommenen Halbmeſſer r vorſtellet, für welchen die Projection zu verfertigen, und welcher hier in 10 gleiche Theile eingetheilt worden iſt, die Linie $Wq = 2{,}096$, d. h. 2

Halb-

Halbmeſſern, wie ab, und noch 1 Zehntel deſſelben gleich genommen worden. Dies gab den Punkt q für die Projection des Poles, und eben ſo, We = 0,477 genommen, den Punkt e, für den durch e ſenkrecht auf eq zu ziehenden Aequator αα. Nun wurde (Fig. LXVII.) mit dem Halbmeſſer Ce = coſec ε = 1,108 ein Quadrant beſchrieben, dieſer in 9 gleiche Theile, alſo von 10 zu 10 Graden abgetheilt, und durch jeden Theilpunkt aus C eine gerade Linie bis an die durch e errichtete Tangente gezogen, worauf die Stücken dieſer Tangente, nemlich e10, e20, e30 ꝛc., abgefaßt, und (Fig. LXVI.), rechts und links des Punktes e, auf den Aequator αα getragen wurden, um die Punkte 10, 20, 30 ꝛc. rechts und links des Punktes e zu erhalten, durch welche die Meridiane von q aus gezogen werden konnten. Um dieſe Meridiane von 10 zu 10 Graden abzutheilen, ſo wurde (Fig. LXVIII.) auf dem einen Schenkel des rechten Winkels (VIII. 7.) Cq = 2,323 gemacht, und dann mit jedem Meridiane der LXVIten Figur, wie qe, q10; qf, qα u. dgl., ſo verfahren, wie (VIII. 7.) gezeigt worden. Durch die gleichnahmigten Theilpunkte lieſſen ſich hierauf ſehr leicht die krummen Linien für die Projectionen der Parallelkreiſe zeichnen (VIII. 10). Die ganze Zeichnung erſtreckt ſich auf dem Horizonte bis in den Punkt Nord und Oſt, d. h. auf beyden Seiten von W

bis

bis auf 45 Grade hinaus, da denn Wk = der Tangente von 45°, alſo = 1, oder dem Halbmeſſer r, der den Maasſtab ab vorſtellt, gleich genommen iſt.

§. 90.

I. Die Centralprojection hat, wie ſchon oben erwähnt worden, den Vortheil, daß auf derſelben alle Oerter in einer geraden Linie liegen, welche auf der Kugel ſich in einem größten Kreiſe befinden. Indeſſen ſind mir doch keine nach dieſer Art gezeichnete Landcharten bekannt, es ſey denn, daß man diejenigen dahin rechnen wollte, welche von Liebhabern der Gnomonik auf Sonnenuhren gezeichnet worden. Hingegen laſſen ſich Himmelscharten vortheilhaft auf dieſe Art entwerfen. Hieher gehören die 6 Doppelmairiſchen von Tab. 20 — 25. in deſſen *Atlas coeleſtis* (Nürnberg 1742), worauf der ganze Himmel, nur nicht mit der Genauigkeit, die man verlangen könnte, abgebildet iſt. Jede ſolche Platte ſtellt eine von den Seitenflächen, eines um die Himmelskugel beſchriebenen Würfels vor. Auf weniger Flächen die Himmelskugel zu entwerfen, würde Unbequemlichkeiten haben, weil bey der Centralprojection, Entfernungen, wie ef u. dgl. (Fig. LXV.) nach den Tangenten der zugehörigen Bögen EF anwachſen, alſo ſehr bald ſo groß werden,

daß

daß der Raum des Papieres nicht mehr verſtattet, die Punkte wie f, und alſo auch die weit von qe wegfallenden Meridiane qf zu zeichnen. Auſſerdem würden die Sternbilder, welche zu weit von dem Mittel der Tafel wegzuliegen kommen, ſehr merklich verunſtaltet erſcheinen, weil man ſelten das Auge in die gehörige Entfernung hält, für welche der perſpectiviſche Entwurf verfertigt worden iſt. Es iſt daher immer rathſam, den Himmel auf mehrere Platten, wie Doppelmair gethan hat, zu entwerfen. Zwo von den vorhin erwähnten 6 Seitenflächen des um die Kugel beſchriebenen Würfels berühren die Kugel in den Polen, zwo in den Aequinoctialpunkten, und zwo in den Punkten des Aequators, durch welche die Colure gehen. So iſt alſo auf jeder Doppelmairiſchen Charte ein Sechstheil der Himmelskugel nach der Centralprojection gezeichnet.

II. Wenn man dieſe Charten betrachtet, ſo wird man finden, daß nur auf denjenigen, welche den Polen zugehören, alſo auf der 20ten und 25ten die Parallelkreiſe circulär erſcheinen, auf allen übrigen ſind ſie elliptiſch, paraboliſch, auch wohl hyperboliſch. Die Meridiane ſind aber überal gerade Linien. Doppelmaier hat ſich die Mühe gegeben, auch Parallelkreiſe mit der Ekliptik, und Breitenkreiſe, durch punctirte Linien zu entwerfen. Das unangenehme

nehme iſt indeſſen, daß Sternbilder nahe an den Gränzen dieſer Charten zerriſſen werden. Daher ſind insbeſondere noch auf ein paar andern Tafeln in dieſem Himmelsatlas 4 Hemiſphären verzeichnet, worauf die Sternbilder mehr in ihrem Zuſammenhange erſcheinen. Es ſind aber dieſe Planiſphären keine perſpectiviſchen Projectionen, doch Sterne daraus kennen zu lernen, nicht unbrauchbar. Die Parallelkreiſe erſcheinen darauf in gleichen Diſtanzen von einander, welches auf keiner perſpectiviſchen Projection geſchehen kan.

III. Auch zu einzeln Sternbildern, oder mäßig großen Stücken des Himmels würde die Centralprojection brauchbar ſeyn, wobey denn die Tafel $\mu\nu$ am vortheilhafteſten, etwa um die Mitte des abzubildenden Raumes, berührend angenommen wird. *Proſpectiua coeleſtis ſ. tabulae peculiares ad aſterismos in plano delineandos auct. R. P. Chriſt. Grienberger, S. I.* enthält zu dieſer Abſicht um 1602 berechnete Tafeln für einzelne Sternbilder. Die 2te Ausgabe iſt von Langmantel zu Augsburg 1679 erſchienen. Kirchers Ars magna lucis et umbrae beſchreibt auch dieſe Erfindung, an welche vor Grienbergern Niemand gedacht habe.

IV. Hieher gehören auch die kleinen Sterncharten, welche Hr. Prof. Bode ſeiner Anlei-

Anleitung zur Kenntnis des
ten Himmels beygefügt hat. Di
viſche Tafel $\mu\nu$ iſt bey dieſen Ch
recht auf den Horizont von Berlin
Berührungspunkt W jederzeit ſo an
daß der abgebildete Theil des Hi
vorzüglichſten Sternbilder in dieſem
Monate darſtellt. Z. E. für den M
iſt der Berührungspunkt W in
(N. O.) angenommen, wie in (§
und die Charte erſtreckt ſich auf
zonte linker Hand des durch den B
punkt gehenden Verticalkreiſes bis
und rechter Hand bis Oſten, ſo d
terſte Seite dieſer, und ſo einer jed
den 4ten Theil vom Kreiſe des
oder 90 Grade deſſelben, nach de
ſchen liegenden Weltgegenden abg
ſtellt. Die Projection noch weit
Horizonte hinaus auszudehnen,
oberwähnte Unbequemlichkeit haben
Sternbilder an den Gränzen der
ſehr verzogen würden. So iſt den
dem Grunde die Ausdehnung je
nach der Höhe, ſo weit eingeſch
dieſe Verunſtaltung nicht gar zu
in Abſicht auf die nach dem obern
Charte zu liegen kommenden Ster
fällt. Durch die auf dem Horizon
Punkte oder Weltgegenden geden

ſten Rand der Charte ſenkrecht ſtehende Linien, von denen jedoch nur die mittelſte durch den Punkt, wo die Tafel den Horizont berührt, und durch die beyden äuſſerſten, würklich ausgezogen ſind. Jede Weltgegend, welche auf dem unterſten Rande der Charte, oder auf dem Horizonte, rechts und links des Berührungspunktes der Tafel verzeichnet iſt, ſtehet von dieſem Berührungspunkte in dem Verhältniſſe der Tangente ihres Abweichungswinkels von jenem Berührungspunkte ab, die Tangente für den Halbmeſſer r der Kugel genommen. D. h. wenn eine gewiſſe Weltgegend den Winkel α, mit derjenigen, wo die Tafel den Horizont berührt, macht, ſo iſt ihr Abſtand auf der Tafel von dem gedachten Berührungspunkte $= r \tan \alpha$ (wie z. E. Wk (Fig. LXVI.) $= \tan 45°$ war). Gedenkt man ſich nun durch dieſe Weltgegend einen Verticalkreis, als eine gerade, auf dem abgebildeten Horizonte ſenkrecht ſtehende Linie, und ſoll ein gewiſſer Punkt dieſer Linie der Erhöhung β über dem Horizonte entſprechen, ſo muß ſolche in dem Verhältniſſe der Tangente dieſes Winkels β genommen werden, für den Halbmeſſer $r \sec \alpha$, d. h. auf der Tafel wird dieſer Punkt, welcher der Höhe β zugehört, die Erhöhung $r \sec \alpha . \tan \beta$, über dem Horizonte kWk haben müſſen. Darauf gründen ſich die Abtheilungen auf den Rändern dieſer Sterncharten; Man könnte auf dieſe Art

jeden projicirten Verticalkreis nach
der Höhe abtheilen, und durch die
renden Punkte Parallelkreiſe mit de
entwerfen. Es ſind aber ſolche a
wähnten Charten nicht mit verzei
die Figur nicht mit gar zu vielen
füllen. Die Sterne ſind nach ih
Aufſteigung und Abweichung in di
welche die Meridiane und Paralle
Chärtgen machen, eingetragen wor
Gebrauch dieſer Charten, um die
nen zu lernen, iſt in der Schrift
der ſie gehören, umſtändlich erläut
ihrer Verzeichnungsart handelt auc
meinen Hrn. Lamberts freye
ctive, oder Anweiſung, j
ſpectiviſchen Aufriß von fre
cken, und ohne Grundriß z
tigen. Zweyte Aufl. (S. 121. D
Von der Centralprojection überhau
Hofr. Käſtner in den *Actis ac.*
Mogunt. ad annum 1776. *p.* 172.

Siebentes Kapitel.

Von Verzeichnung der Netze, womit Kugeln überzogen werden.

§. 91.

I. Erd- und Himmelskugeln werden bekanntlich mit Streifen von Papier überzogen, worauf gewiſſe Linien dergeſtalt verzeichnet ſind, daß, wenn dieſe Streifen auf die Kugel geklebt werden, ſich jene Linien in Meridiane und Parallelkreiſe der Kugel krümmen, gleichſam als wenn ſie auf der Oberfläche der Kugel ſelbſt verzeichnet wären.

II. Was zu einem ſolchen Streifen allgemein nöthig wäre, läßt ſich etwa ſo überſehen.

Man gedenke ſich auf einer Kugel einen gleichſchenklichten ſphäriſchen Triangel, deſſen Spitze in dem Pole, und jeder Schenkel dem Quadranten eines Meridians, die Grundlinie aber dem Bogen des Aequators gleich ſey, den jene Quadranten zwiſchen ſich faſſen, und zeichne nun (Fig. LXIX.) eine ebene Figur auf dem Papiere, von der Beſchaffenheit, daß

 die

die beyden Bögen PA, PB jenen Meridianquadranten, die gerade Linie AB aber jenem Bogen des Aequators gleich genommen würde, ſo iſt klar, daß zwar jeder der beyden Bögen PA, PB, für ſich allein, in einen Meridianquadranten, ſo wie die gerade Linie AB, in einen Bogen des Aequators gekrümmt werden könnte, allein in ihrer Verbindung unter einander wird das krummlinigte ebene Dreyeck ABP, wie man auch die drey Gränzlinien PA, PB, AB zeichnen mag, nie vollkommen auf das ſphäriſche gekrümmt werden können, daß es daſſelbe in allen Punkten bedeckte, ſondern wenn man z. E. die gerade Linie AB nach dem Bogen des Aequators gekrümmt hätte, ſo werden PA und PB nicht auf die Meridian-quadranten paſſen, oder wenn PA, PB paſſen, ſo wird AB nicht an den Bogen des Aequators anſchlieſſen können. Kurz, es iſt unmöglich, daß eine ebene Figur, ohne eine Dehnung oder Zuſammenziehung ihrer Theile, eine vollkommene Kugelrundung annehmen kan.

III. Indeſſen lehrt die Erfahrung, daß ein Papierſtreifen, wenn er die gehörige Figur hat, und angefeuchtet wird, ſich auf einer Kugelfläche aufziehen läßt, wenn man den Theilen des Papieres, die nicht genau anpaſſen wollen, durch eine gelinde Dehnung nachhilft, bis der Streifen die Ründung des Kugelſtücks ſelbſt annimmt. — Geſetzt, man habe

Grundlinie AB des krummlinigten Drey-
APB, welches auf der Kugel in ein ſphä-
es gekrümmt werden ſollte, in E halbirt,
EP ſey ein Perpendikel auf AB, welches
ganze Figur in zwo ähnliche Hälften AEP
BEP theile. Man krümme AB längs ei-
n Bogen des Aequators, ſo wird ſich das
rpendikel EP längs eines Meridians krüm-
n laſſen. Hat man aber die Bögen AP,
Meridianquadranten gleich gemacht, ſo
rd wird EP etwas kürzer, als ein ſolcher
uadrant ſeyn, alſo nicht den ganzen zugehö-
gen Quadranten auf der Kugel bedecken kön-
n. Wenn aber die Figur APB angefeuchtet
ird, ſo läßt ſich durch eine mäßige Dehnung
ngs EP, das Perpendikel EP dergeſtalt
recken, daß, wenn AP und BP an ihre Me-
idianquadranten paſſen, auch EP die Länge
ines Quadranten erhält, und der ganze Pa-
ierſtreifen APB die Ründung der Kugelfläche
nnimmt. Man hätte zwar auch das Perpen-
dikel EP ſogleich einem Meridianquadranten
gleich nehmen können, aber alsdann würden
AP und BP auf dem Papiere länger, als ein
ſolcher Quadrant ausfallen, und wenn nun
AB in den Bogen des Aequators, EP aber
in den Meridianquadranten gekrümmt würde,
ſo müßten, wenn nun AP, BP auf der Kugel
ſich auch in Quadranten krümmen ſollten, die-
ſelben verkürzt werden, welches ohne Falten
und Runzeln nicht geſchehen könnte. Es iſt

 alſo

alſo vortheilhafter, die Bogen AP, BP Quadranten gleich zu nehmen, ſo daß EP kürzer, als ein Quadrant werde, weil alsdann, nach gehöriger Anfeuchtung des Papieres, die ganze Figur, blos durch eine Dehnung ihrer Theile, in die kugelförmige Rundung gebracht werden kan, wodurch Falten und Runzeln vermieden werden, die allemahl ſtatt finden, ſo bald als Theile eines Papierſtreifens ſich verkürzen müſſen, um eine gewiſſe Ründung anzunehmen.

IV. Da aber ein jeder Papierſtreifen nur einen gewiſſen Grad der Dehnung verträgt, ohne zu zerreiſſen, ſo ſieht man leicht, wie hierdurch der Größe des Papierſtreifens, der eine Kugelründung annehmen ſoll, eine gewiße Gränze geſetzt wird, über die man nicht hinausgehen darf, ohne befürchten zu müſſen, daß derſelbe beym Aufziehen auf die Kugelfläche zerreiße. Wollte man z. E. die Grundlinie AB einem ſehr großen Bogen des Aequators, und AP, BP Meridianquadranten gleich nehmen, ſo würde PE gegen einen Meridianquadranten gar zu kurz ausfallen, und eine zu ſtarke Dehnung erfahren müſſen, wenn die Figur APB die Kugelründung erhalten ſollte. Man hat gefunden, daß AB nicht leicht mehr, als 30 Grade, alſo etwa den 12ten Theil vom Umfange des Aequators faſſen darf, wenn das Segment APB, unter

den

den angeführten Umſtänden, vor der Gefahr des Zerreiſſens geſichert ſeyn ſoll. Indeſſen hängt hiebey vieles von der Beſchaffenheit des Papieres ab, worauf ſolche Segmente gezeichnet werden, und manches Papier würde vielleicht nicht einmahl eine ſo große Ausdehnung zulaſſen. Je kleiner der Bogen AB, alſo die Breite des Segments genommen wird, mit deſto geringerer Dehnung aller Theile, läßt ſich alsdann das Segment beym Aufziehen in die gehörige Ründung bringen, daher denn, zumahl bey Segmenten zu großen Kugeln, die Breite AB wohl nur 20 Graden des Aequators gleich gemacht wird. Gewöhnlich wird AB zu 30 Graden angenommen, da denn mit 12 dergleichen Segmenten, wie APB, eine Halbkugel, und mit 12 andern ähnlichen die andere Halbkugel überzogen werden kan. Sehr oft wird aber an ein Segment, wie APB, ſogleich auch das entgegengeſetzte für die andere Halbkugel gezeichnet, ſo daß beym Aufziehen die eine Hälfte APB bis an den Nordpol, und die andere ABQ bis an den Südpol reicht.

V. Innerhalb eines jeden Segments, wie APB, müſſen in den gehörigen Abſtänden von P, welcher Punkt den Pol bezeichnet, krumme Linien, wie afb, verzeichnet werden, welche ſich in Bögen von Parallelkreiſen krümmen, wenn das Segment auf die Kugelfläche

gezogen wird. Wenn man ſich unendlich nahe bey afb einen andern Parallel dec gedenkt, ſo iſt zwiſchen beyden ein unendlich ſchmaler Streifen des Segments enthalten, und dieſer Streifen muß, wenn das Segment auf die Kugel gezogen wird, eine unendlich ſchmale Zone auf der Kugel bedecken, und die Figur abcd ſtellt alſo auf dem Papiere die Abwickelung dieſer Zone in eine ebene Fläche dar. Nun kan aber eine jede Kugelzone abcd (Fig. XXVII.) als eine unendlich ſchmale Zone von einem Kegel betrachtet werden, der die Kugel rings in einem Kreiſe durch den Punkt m, welcher in die Mitte zwiſchen ab und cd fällt, berührte, und deſſen Spitze der Punkt p iſt, wo eine Tangente an m, die Erdaxe GP durchſchneidet.

VI. Sind die beyden Kreiſe ab, cd unendlich nahe, ſo kan man ſich auch die Tangente an b, oder c ſelbſt gedenken. Wird nun dieſe Kegelzone abcd in eine Ebene ausgebreitet (V), ſo wird der Bogen ab des Parallelkreiſes, ſich in einen Kreisbogen von dem Halbmeſſer pb abwickeln, und dieſer Halbmeſſer iſt demnach die Tangente des Bogens Pb, oder des Abſtandes des Parallels ab vom Pole, für den Halbmeſſer der Kugel APQ, den ich mit r bezeichnen will. D. h. wenn des Parallels Abſtand vom Pole, oder die Ergänzung der geographiſchen deſſelben =

90°

° — β, alſo β die geographiſche Breite des
arallels afb bezeichnet, ſo iſt auf dem Pa-
ere der Halbmeſſer des Kreisbogens afb
Fig. LXIX.), in welchen ſich der Parallel
fb (Fig. XXVII.) bey der Abwickelung der
rwähnten Zone ausbreitet, = pb = r tang
90° — β) = r cot β. Man beſchreibe alſo
Fig. LXIX.) durch den Punkt a, welcher
er geographiſchen Breite β auf dem Meri-
iane AP entſprechen ſoll, mit einem Halb-
eſſer ap = r cot β, aus dem Mittelpunkte
, den man in der Verlängerung von EP
annimmt, innerhalb des Segments APB, ei-
nen Kreisbogen afb, ſo wird, wenn das
Segment auf die Kugel gezogen wird, ſich
dieſer Kreisbogen in den Bogen afb eines
Parallels (Fig. XXVII.) krümmen, der der
geographiſchen Breite β entſpricht.

VII. Wenn af (Fig. XXVII.) die Hälfte des Bogens ab iſt, ſo wird, wenn der ganze Bogen $\varkappa$ Parallelgrade faßt, af = $\frac{1}{2}\varkappa$ Grad. Nun iſt aber der Halbmeſſer des Parallelkreiſes baβ = r coſ β (§. 47. V.), und der Umfang deſſelben = 2r π coſ β, wenn π die Ludolphiſche Zahl bedeutet, mithin die Länge eines Grades auf dem Parallel baβ = $\frac{2r\,\pi\,\text{coſ}\,\beta}{360} = \frac{r\,\pi\,\text{coſ}\,\beta}{180}$, alſo die Länge von $\frac{1}{2}\varkappa$ Graden $\frac{\frac{1}{2}\varkappa\,r\,\pi\,\text{coſ}\,\beta}{180}$. So lang wird

alſo nun auch der mit dem Halbmeſſer
r cot β beſchriebene Bogen af (Fig. L.
ſeyn müſſen; Man heiße den Winkel
welcher am Mittelpunkte p dem Bo
entſpricht, in Graden = μ, ſo muß au

Bogens af Länge $= \mu . \frac{\pi . pa}{180}$ ſeyn. A

man wegen pa = r cot β die Gleichun

$$\frac{\frac{1}{2} \varkappa r \pi \cos \beta}{180} = \mu . \frac{\pi . r \cot \beta}{180^\circ}$$

oder wegen $\cot \beta = \frac{\cos \beta}{\sin \beta}$

$$\frac{1}{2} \varkappa = \frac{\mu}{\sin \beta}$$

alſo $\mu = \frac{1}{2} \varkappa \sin \beta$.

Wenn ϰ Minuten bezeichnete,
begreiflich μ auch dergleichen bedeuten.

VIII. Es iſt alſo für jede Anz
Graden ꝛc. $= \frac{1}{2} \varkappa$, welche auf der
dem Parallelbogen af entſprechen ſoll,
den Unterſchied $\frac{1}{2} \varkappa$ der beyden Meridia
PE, der Winkel apb $= \frac{1}{2} \varkappa \sin \beta$
bekannte Größe anzuſehen.

IX. Die Natur der krummen Lin
hängt davon ab, daß wenn durch jeden

, deſſen geographiſche Breite $= \beta$ heiſe, mit em Halbmeſſer pa $= r\cot\beta$ ein Kreisbogen f beſchrieben wird, dieſer Bogen genau die VII) beſtimmte Långe $\frac{\frac{1}{2}\varkappa r \pi \cos\beta}{180}$ haben uß, woraus leicht einzuſehen iſt, daß für en Bogen PaA keine willkürliche Krümmung ngenommen werden kann.

X. Man fålle von a ein Perpendikel ah, auf EP, und heiſe ſolches $= y$, ſo iſt $y =$ pa . ſin aph $= r\cot\beta . \sin\mu$ (VII), wo μ durch β und $\varkappa$ bekannt iſt (VIII). Man weis alſo für jeden Punkt a, dem die geographiſche Breite β entſprechen ſoll, die Ordinate y der krummen Linie AaP.

XI. Wie groß aber die zugehörige Abſciſſe Eh $= x$ genommen werden müſſe, iſt nicht ſo gar leicht zu beſtimmen; und doch müſſen für jeden Punkt a Abſciſſe und Ordinate bekannt ſeyn, wenn ſich die krumme Linie AaP auf dem Papiere, mithin das Segment APB, in welchem der Bogen PB völlig wie PA verzeichnet wird, ſoll conſtruiren laſſen.

Man kan aber die Abſciſſe Eh, welche jedem Punkte a der krummen Linie AaP zugehört in völliger Schärfe nicht anders als durch

durch Hülfe der Integralrechnung finden. Das Verfahren dazu findet man in Hrn. Hofr. Käſtners Abhandlung *de faſciis globis obducendis (Commentationes ſoc. Reg. ſc. Goetting. ad annum* 1778.) Da man aber in der Ausübung ohnehin dem Papierſtreifen APB beym Aufziehen auf die Kugel durch gehörige Dehnung noch nachhelfen muß, ſo iſt es hinreichend, wenn die Figur der krummen Linie AaP nur beynahe mit der Wahrheit übereinkommt. Dazu dient denn folgendes Verfahren, welches auch ohne Kenntniſſe der höhern Analyſis verſtändlich iſt, und meinen Erfahrungen zufolge, hinlängliche Genauigkeit gewährt, wenn die Segmente nicht zu größern Kugeln, als von etwa $1\frac{1}{2}$ Schuh im Durchmeſſer, zu verfertigen ſind.

XII. Man ſtelle ſich auf dem Meridiane AaP (Fig. LXIX.) einen gewiſſen Theil, z. E. etwa 10 Grade der Breite, vor, und ad ſey ein ſolcher Theil, ſo iſt es verſtattet, dieſen Theil für eine gerade Linie zu nehmen, oder vielmehr die Sehne dieſes Bogens dem Bogen ſelbſt gleich zu ſetzen. Da nun der ganze Bogen AaP der Länge eines Meridianquadranten gleich ſeyn ſoll, ſo iſt (den Halbmeſſer der Kugel $r = 1$ geſetzt) der Quadrant AaP $= \frac{1}{2}\pi$, wenn π die Ludolphiſche Zahl bedeutet, alſo AaP $= \frac{3{,}141592}{2} = 1{,}570796$,

wo

wo es hinlänglich iſt, nur bis auf Hundert-tauſendtheilchen des Halbmeſſers zu gehen. Alſo der Bogen ad, oder $\frac{1}{9}$ des Quadranten AaP, mithin der Werth von 10 Graden des Meridians = 0,17453.

XIII. Man gedenke ſich den Bogen AaP in lauter gleiche Theile Ad = da ꝛc. getheilt, ſo daß jeder Theil 10 Grade des Meridians faſſe, und alſo die Länge 0,17453 habe, welche ich mit $\Delta\beta$ bezeichnen will, und Ad ſey der erſte Theil, vom Aequator AB angerechnet, da der zweyte u. ſ. w., ſo hat man erſtlich, nach der Formel (X.), für jeden der Punkte A, d, a u. ſ. w. die Ordinaten AE, di, ah u. ſ. w., wo insbeſondere die erſte AE dem Bogen von 15 Graden des Aequators gleich iſt, wenn die Breite AB des Segments = 30 Graden ſeyn ſoll; alſo iſt AE = einem Bogen von 15° für den Halbmeſſer 1, d. h. = 0,261799, wofür ich beynahe 0,26180 ſetzen darf.

XIV. Man fälle von d auf AE das Perpendikel dn, von a auf di das Perpendikel ak u. ſ. w., ſo hat man An = AE — di = dem Unterſchiede der Ordinaten für die beyden nächſten Punkte A und d; Dann eben ſo das Stück kd = di — ah = dem Unterſchiede der beyden Ordinaten di, ah u. ſ. w., ſo hat man dergleichen Unterſchiede, wie An, dk u. ſ. w.,

ſ. w., neune bis zum Pole P, und
derſelben iſt aus den Ordinaten für d
wähnten Punkte leicht gefunden.

XV. Die Dreyecke And, dka u.
laſſen ſich nunmehr als geradlinigte rech
lichte anſehen, in denen jede Hypothenu
= da ꝛc. = $\Delta\beta$ (XII), und die
An, dk ꝛc. gegeben ſind; Daraus find
die Catheten dn = $\sqrt{(\Delta\beta^2 - nd^2)}$ =
ak = $\sqrt{(\Delta\beta^2 - kd^2)}$ = ih u. ſ. w.
denn hieraus die Abſciſſe Ei für den Pu
Ei + ih, oder Eh, für den darauf fol
Punkt a, und ſo durch Fortſetzung dieſer
nung nach und nach die Abſciſſen für all
gen Punkte bis zum Pole P gefunden
können.

XVI. Ich will nun unbeſtimmt jed
zelne Stück der Abſciſſenlinie EP, wie
u. ſ. w. mit Δx, ſo wie den Unterſchie
dk ꝛc. jeder zwo nächſten Ordinaten m
jede Abſciſſe, wie Ei, Eh u. ſ. w.,
und jede Ordinate mit y bezeichnen,
man folgende zur Berechnung gehörige
meln (den Halbmeſſer r = 1 geſetzt)

$$\mu = \tfrac{1}{2}\,\varkappa . \sin\beta$$

oder wegen $\varkappa = 30^\circ$

I. $\mu = 15^\circ . \sin\beta$

II. $y = \cot\beta . \sin\mu$

III. [illegible]

welche man der Ordnung nach von $\beta = 0°$ bis zu $\beta = 90°$ berechnen kan, indem man die geographiſche Breite β der Punkte A, d, a u. ſ. w. allmählig von 10 zu 10 Graden wachſen läßt. So erhält man von 10 zu 10 Graden der Breite, die Werthe von μ, und hieraus von y; Daraus denn die Werthe von Δy, Δx, und endlich von x, wie folgendes Täfelchen ausweiſet, für deſſen Richtigkeit durch eine wiederhohlte Rechnung gut ſtehe.

β	μ	y	Differ. Δy
0	0	0,26180	
10	2°. 36′. 17″	0,25773	0,00407
20	5 . 7 . 49	0,24568	0,01205
30	7 . 30 . 0	0,22608	0,01960
40	9 . 38 . 30	0,19960	0,02648
50	11 . 29 . 27	0,16715	0,03245
60	12 . 59 . 25	0,12978	0,03737
70	14 . 5 . 44	0,08864	0,04114
80	14 . 46 . 19	0,04496	0,04368
90	15 . 0 . 0	0,00000	0,04496

XVII. Daraus nun weiter für die Werthe von Δx und x folgendes Täfelchen, denen ich auch noch die Cotangenten von β, für die Halbmeſſer der zu beſchreibenden Parallelen (VI) beygefügt habe

β	Δx	x	cot β
0	0,00000	0,00000	unendl.
10	0,17448	0,17448	5,67128

β	Δx	x	co
20	0,17411	0,34859	2,74
30	0,17343	0,52202	1,73
40	0,17251	0,69453	1,1
50	0,17149	0,86602	0,8
60	0,17048	1,03650	0,5
70	0,16961	1,20611	0,3
80	0,16897	1,37508	0,1
90	0,16864	1,54372	0,0

XVIII. Um in einem Beyſpiele die nung zu zeigen, ſo will ich z. E. β ſetzen, ſo iſt $\mu = 15^\circ . \sin 10^\circ = 15^\circ . 0,1$ $= 2^\circ,6047$, oder die Decimaltheile v den in Minuten und Secunden ver $\mu = 2^\circ . 36' . 16'',9$; wofür ich 17'' Täfelchen angeſetzt habe.

Weiter $y = \cot 10^\circ . \sin 2^\circ . 3$

$$\log \cot 10^\circ = 0,753681$$
$$\log \sin \mu = 8,657489$$

$$\log y = 0,411179$$

Alſo $y = 0,25773$. Nun war für der Werth von $y = 0,26180$ (XIII) erſte $\Delta y = 0,26180 - 0,25773 = 0,$

Demnach $(\Delta y)^2 = 0,0000165649$

Ferner aus (XIII)

$$\Delta\beta^2 = 0,0304607209$$

alſo $\Delta\beta^2 - \Delta y^2 = 0,0304441560$

woraus die Wurzel $= 0,17448 = \Delta x$ für $\beta = 10°$. Dies iſt denn auch zugleich für dieſen Fall die Abſciſſe. So findet ſich denn auf eine ähnliche Art für $\beta = 20°$ das zugehörige $\Delta x = 0,17411$, mithin für $\beta = 20°$ die Abſciſſe $x = 0,17448 + 0,17411 = 34859$ u. ſ. w.

XIX. Nach dieſem Täfelchen iſt es nunmehr leicht, die krumme Linie AdaP, und ſo auch BcbP von 10 zu 10 Graden der Breite zu conſtruiren.

Man ziehe AB, EP auf einander ſenkrecht, und nehme AE = EB = dem Werthe von y für $\beta = 0$; alſo AE = EB = 0,26180, d. h. = 26180 Hunderttauſendtheilchen des Halbmeſſers der Kugel, für welche man das Segment APB zeichnen will. Wenn alſo dieſer Halbmeſſer groß genug iſt, um ihn in 100000 Theile eintheilen zu können, ſo faſſe man von ihm 26180 ſolcher Theilchen ab, ſo hat man den Werth von AE oder EB, d. h. von 15 Graden des Aequators. Könnte man ihn aber nur in 10000 Theile, oder auch nur in 1000 eintheilen, ſo daß kleinere Theilchen ſich in einen unmerklichen Punkt verlöhren, ſo würde man nur diejenigen Theilchen abfaſſen, welche ſichtbar ausfallen, und die kleinern weglaſſen. So würde man beym Abtragen aller übrigen Werthe auch verfahren.

Nun kan man der Ordnung nach aus E in i, aus E in h u. ſ. w. die Abſciſſen Ei = 0,17448; Eh = 0,34859 u. ſ. w. bis EP = 1,54372 abſetzen, und durch die erhaltenen Punkte i, h ꝛc. Perpendikel auf EP, oder Parallelen mit AB ziehen, und auf ſolche der Ordnung nach die Werthe von y, nemlich id = ic = 0,25773; ha = hb = 0,24568 u. ſ. w. abſetzen, ſo erhält man von 10 zu 10 Graden der Breite, die Punkte A, d, a...P; B, c, b...P, durch welche man, vermittelſt des oben (§. 18. X. β.) beſchriebenen Werkzeugs, oder auch aus freyer Hand, die krummlinigten Meridiane AaP, BbP durchführen kan. Auf eine ähnliche Art werden auf der andern Seite von AB, die Meridiane AQ, BQ gezeichnet.

XX. Um nunmehr die Parallelkreiſe dec, afb u. ſ. w. zu entwerfen, ſo faßt man der Ordnung nach die Werthe ihrer Halbmeſſer aus dem Täfelchen ab, z. E. für den Punkt d, oder den Parallel durch den 10ten Grad der Breite, iſt der Halbmeſſer = 5,67128, d. h. er beträgt 5 Halbmeſſer der Kugel, für welche das Segment zu zeichnen, und noch die übrigen angezeigten Decimaltheile; Dieſen faſſe man demnach von dem Maasſtabe ab, und durchſchneide damit aus dem Punkte d das Perpendikel Ep, ſo erhält man bey p das Centrum zu dem zu verzeichnenden Parallel dec.

dec. So verfährt man für jeden andern afb u. ſ. w., und eben ſo für die in die andere Hälfte AQB fallenden Parallelkreiſe, deren Mittelpunkte über Q hinaus zu liegen kommen. Die LXXte Figur ſtellt die Hälfte eines ſolchen Segments ohngefähr in dem richtigen Verhältniſſe dar.

XXI. Es kan ſich eräugnen, daß die Halbmeſſer, wie dp, ſo groß werden, daß man ſie nicht bequem abfaſſen, und mit ihnen auf die erwähnte Art verfahren kan. In dieſem Falle muß man die obigen Werkzeuge (§. 18. X.) anwenden, aber alsdann, auſſer den beyden Punkten d und c eines zu reiſſenden Bogens, wie dec, wenigſtens noch einen dritten Punkt beſtimmen, z. E. etwa e in dem Perpendikel Ep, welches auf folgende Art geſchehen kan.

Für jeden Punkt d hat man aus dem Täfelchen (XVI) den Winkel dpe $= \mu$ an dem Mittelpunkte p des zu beſchreibenden Parallels, und den Halbmeſſer pd $=$ cot β. Alſo hat man in dem rechtwinkl. Dreyecke dip, auch pi $=$ pd . coſ $\mu =$ cot β . coſ μ. Dies abgezogen von dem Halbmeſſer pe, oder pd, d. h. von cot β, giebt den Querſinus, oder die Sagitte ei; und eben ſo fh für den Punkt a u. ſ. w. Dieſe Sagitte will ich überhaupt mit z bezeichnen, ſo ſind für die

Punkte e, f u. ſ. w. die Werthe Ee = Ei — ei; Ef = Eh — fh u. ſ. w., oder überhaupt x — z bekannt, welche man demnach nur von 10 zu 10 Graden der Breite berechnen, und aus E in e, f u. ſ. w. tragen darf, um die Punkte e, f u. ſ. w. zu erhalten, welche zur Verzeichnung der Bögen dec, afb ꝛc. erforderlich ſind.

Folgendes Täfelchen erſpart die Berechnung der Werthe von Ee, Ef ꝛc., welche ich unbeſtimmt mit v bezeichnen will.

β	v	z
0	0,00000	0
10	0,16863	0,00585
20	0,33759	0,01100
30	0,50720	0,01482
40	0,67770	0,01683
50	0,84921	0,01681
60	1,02172	0,01478
70	1,19515	0,01096
80	1,36926	0,00582
90	1,54372	0,00000

In der mit z bezeichneten Columne ſtehen die Werthe der Sagitten, wie ei, fh u. ſ. w., wenn man ſie etwa zur Findung der Punkte e, f u. ſ. w. gebrauchen wollte.

Man

Man ſieht leicht, daß, wenn nunmehr
[die] Punkte d, e, c eines jeden zu zeichnenden
Parallels dec gegeben ſind, der Kreisbogen
durch ſie, vermittelſt des Werkzeugs (§. 18.
X. α.), beſchrieben werden kan. Auſſerdem
lieſſen ſich aber auch leicht, nach (§. 18.
X. 21.), noch mehrere Punkte des zu reiſſen-
den Bogens dec beſtimmen; in welchem Falle
denn auch das Werkzeug (§. 18. XI. β.) an-
gewandt werden kan.

XXII. Wenn einmahl ein Segment gezeich-
net iſt, ſo kan man ſich nach demſelben eine
Leere, oder eine Schablone, etwa aus
Meſſing verfertigen, ſo daß die übrigen Seg-
mente nicht beſonders gezeichnet, ſondern blos
von dem erſtern copirt werden dürfen. Eine
ſolche Leere oder Schablone iſt ein Stück
Meſſingblech, welches genau nach der Krüm-
mung eines Meridians, wie PAQ, geſchnit-
ten und gefeilt iſt, ſo daß man, um die fol-
genden Segmente zu zeichnen, nur dieſe
Schablone anlegen, und längs derſelben die
Meridiane, wie PAQ, PBQ, reiſſen darf.
Hat man ſich zur Ziehung der Meridiane des
Werkzeugs (§. 18. X. β.) bedient, und ſie
alſo nicht blos aus freyer Hand gezogen, ſo
ſtellt ſolches gewiſſermaaßen auch eine Schab-
lone vor, und man läßt es in der Krümmung,
die man ihm gegeben, bis alle Segmente ge-
zeichnet ſind.

XXIII. Sollen auf einem Segmente, wie (Fig. LXX.), auch die in daſſelbe hineinfallenden Stücke ef, εφ des Polarzirkels und Wendekreiſes gezeichnet werden, ſo darf man nur die Bogen Pe, Pf; Aε, Bφ auf den Meridianen = 23°. 28′ nehmen, und den Bogen ef mit dem Halbmeſſer 0,43412, als der Cotangente von 66°. 32′, und den Bogen εφ des Wendekreiſes mit dem Halbmeſſer 2,30350, als der Cotangente von 23°. 28′, beſchreiben.

XXIV. Wenn man die Bögen der Parallelkreiſe AB, kl, kλ u. ſ. w., deren jeder hier 30 Grade der Länge enthält (XVI.), in 3 gleiche Theile theilt, und die gleichnahmigten Theilpunkte durch krumme Linien vereinigt, ſo erhält man die zwiſchen AP und BP fallenden Meridiane, von 10 zu 10 Graden der Länge, oder der geraden Aufſteigung.

Will man endlich auch noch das Stück der Ecliptik, z. E. AF, zeichnen, was in ein ſolches Segment fällt, ſo muß man auf den Meridianen PA, PB, und den dazwiſchen fallenden, die Punkte bemerken, wo die Ecliptik in ſolche einſchneidet, und dieſe Punkte durch einen zuſammenhängenden Zug vereinigen. Z. E. wenn APB das Segment wäre, deſſen Meridian PA durch den Frühlingsäquinoctialpunkt gienge, ſo daß alſo A dieſer

Punkt

Punkt wäre, ſo müßte auf dem Meridiane durch B, dem 30ten Grade der Rectaſcenſion, von B nach F 12°. 15′ heraufgenommen werden, ſo würde F ein Punkt in der Ecliptik AF ſeyn, ſo weit ſie ſich durch dieſes Segment erſtreckt, ſo kan man dergleichen Punkte auf den übrigen Meridianen, die zwiſchen PA und PB fallen, beſtimmen, und den Bogen AF der Ecliptik durch ſie führen. Man wird hiebey den Nutzen des (§. 41. II.) berechneten Täfelchens empfinden. Auf eine ähnliche Art läßt ſich in jedem folgenden Segmente, vom 30ten Grade der Rectaſcenſion, bis zum 60ten, vom 60ten bis zum 90ten u. ſ. w., das hineinfallende Stück der Ecliptik zeichnen. Die Grade auf den Meridianen PA, PB kan man zu dem Behufe leicht in kleinere Theile abtheilen, und die Punkte der Ecliptik auf denſelben bemerken.

§. 92.

Anmerkung wegen der Zuſammenziehung des Papieres.

I. Wenn man Segmente wie die bisherigen ſogleich ſelbſt auf die Kupferplatten, worauf ſie geſtochen werden ſollen, zeichnet, ſo iſt dieſes wohl vortheilhafter, als wenn man ſie erſt auf Papier zeichnet, und von da auf die Kupferplatten trägt, weil bey einer ſol-

chen Copie, zumahl wie es von Kupferſte
zu geſchehen pflegt, immer kleine Fehler z
ſorgen ſind, die durch das unmittelbare
nen auf die Kupferplatte vermieden werd

II. Wenn man indeſſen mit der g
gen Vorſicht hiebey zu Werke geht, ſo
die Fehler, welche aus dieſer Quelle entſ
wohl die unbeträchtlichſten. Weit gröſſe
diejenigen, welche wegen der Zuſammenz
des Papiers zu befürchten ſind, wenn
Kupfer geſtochenen Segmente nachhe
Papier abgezogen werden, um damit d
geln zu überziehen. Da beym Abdruck
Kupferplatte das Papier bekanntlich an
tet werden muß, und dieſes nachher, n
trocknet, ſich merklich zuſammenzieht, ſo
Erfolg, daß die Segmente auf dem
nachher merklich von denen auf den Kup
ten verſchieden ausfallen, und nicht
Kugel paſſen wollen, für deren Halbm
verfertigt worden ſind. Wäre die
menziehung des Papieres überal gleich
ſo daß es ſich nach der Quere eben
nach der Länge beym Eintrocknen zu
zöge, ſo würde der Abdruck auf dem
von dem Originale auf der Kupferpl
der Gröſſe nach verſchieden ſeyn, n
kleiner ausfallen, aber die Aehnlichke
bleiben. Man dürfte alſo die Kugeln
zu überziehen ſind, nur etwas noch

laſſen, und es würde keine Schwierigkeit haben, die richtige Gröſſe der Kugeln für die Papierſegmente zu beſtimmen, und wenn nun dieſe durch einen Verſuch einmal gefunden worden, ſo dürfte man ſich nach dieſer nur allemahl bey der Verfertigung der Kugeln richten.

III. Allein ſo lehrt die Erfahrung, daß das Papier ſich nach der Länge, oder eigentlich nach der Richtung derjenigen durchſichtigen Streifen, die man auf dem Papierbogen wahrnimmt, anders, als nach der Quere zuſammenzieht. Dies macht denn, daß das von einer Kupferplatte abgezogene Segment, nachdem es getrocknet, dem Originale merklich unähnlich wird, und daß es nachher beym Aufziehen auf die Kugel nirgends recht paſſen will, wie man auch mit der Dehnung nachhelfen mag.

Es iſt daher höchſt nöthig, gleich bey der Zeichnung der Segmente, auf dieſe Zuſammenziehung des Papieres Rückſicht zu nehmen, und die Zeichnung auf die Kupferplatte dergeſtalt zu machen, daß wenn ſie nachher abgedrukt wird, das Segment erſt ſeine gehörige Figur erhält.

Die Vorſchriften dazu gründen ſich auf Verſuche, über die Zuſammenziehung des Papieres, und dem Verhältniſſe dieſer Zuſam-

menziehung in der Länge, gegen die nach der Quere.

IV. Man verzeichne auf einer Kupfer-platte einen Kreis, mit einem Halbmeſſer, z. Ex. von einem Schuhe, und mache nun davon, wie gewöhnlich, einen Abdruck auf eine gewiſſe Papier-art, deren Zuſammen-ziehung man unterſuchen will. Nachdem der Abdruck trocken geworden, wird man finden, daß der Kreis eine Ellipſe geworden iſt, deren gröſſerer Durchmeſſer allemahl mit den oben-erwähnten durchſichtigen Streifen des Papiers gleichlaufend, und der kleinere ſenkrecht auf dieſen Streifen iſt. Das Papier zieht ſich alſo beym Trocknen mehr nach der Quere als nach der Länge (III.) zuſammen; wollte man daher ein Segment, wie APB (Fig. LXIX.) von einer Kupferplatte, auf das Papier dergeſtalt abdrucken, daß die Höhe EP des Segments gleichlaufend mit den erwähnten Streifen des Pa-pieres wäre, ſo würde beym Trocknen, die Brei-te AB des Segmentes ſich verhältnißmäßig mehr zuſammenziehen, als die Höhe EP, und das Segment auf dem Papiere würde num-mehr dem auf der Kupferplatte unähnlich wer-den, und nicht mehr auf die Kugel ſo paſſen, daß die krummen Linien PA, PB, ſich in die gehörigen Meridiane krümmten. So würden denn überhaupt nicht nur die Ordinaten, wie id, ha u. ſ. w. ſondern auch die Abſciſſen

Ei,

Ei, Eh u. d. gl. einer Correction bedürfen, oder vielmehr, man würde das Segment nicht gerade zu nach den Täfelchen (§. 91.) zeichnen dürfen, ſondern jede Abſciſſe und Ordinate des Täfelchens, müßte man in den Verhältniſſen gröſſer machen, als ſie ſich nachher beym Abdrucken, wegen des Papiers, zuſammen zögen, wenn nach dem Abdrucke von der Kupfertafel, das Segment die gehörige Figur bekommen ſollte.

V. Geſetzt man habe durch einen Verſuch wie (IV.) gefunden, daß z. E. der Durchmeſſer des Kreiſes, welcher beym Abdrucke jenen Streifen des Papiers gleichlaufend war, ſich nach dem Trocknen des Papieres um $\frac{1}{136}$ ſeiner Länge, der andere nach der Quere, ſich aber um $\frac{1}{70}$ ſeiner Länge zuſammen gezogen hätte, ſo würde begreiflich jede Linie nach der Richtung der Streifen des Papiers, ſich um $\frac{1}{136}$ ihrer Länge, jede nach der Quere aber um $\frac{1}{70}$ ihrer Länge ſich verkürzen; Und wenn man daher ein Segment wie APB dergeſtalt abdruckte, daß die Höhe deſſelben mit den Streifen in dem Papiere gleichlaufend wäre, ſo würden ſich beym Abdrucke alle Abſciſſen wie Ei, Eh ꝛc. oder alle Linien längs EP, oder auch die parallel mit EP wären, um $\frac{1}{136}$ ihrer Länge, und hingegen die Ordinaten wie AE, id, ha, u. ſ. f. ſich um $\frac{1}{70}$ ihrer Länge verkürzen.

VI.

VI. Man müßte alſo, wenn dieſe Linien nach dem Abdrucke von der Kupfertafel ihren wahren Werth bekommen ſollten, ſie gleich in der Zeichnung auf der Kupfertafel ſelbſt, gerade um ſo viel gröſſer nehmen, als ſie ſich nach dem Abdrucken wieder verkürzen. Dann würde das von der Kupferplatte abgedruckte Segment gerade die Dimenſionen erhalten, die ihm zukommen, wenn es nachher auf die Kugel paſſen ſoll. Alſo würde man ſtatt jeder Ordinate y aus der Tafel den Werth $y + \frac{1}{70} y$; und ſtatt jeder Abſciſſe den Werth $x + \frac{1}{136} x$ bey der Zeichnung des Segments gebrauchen. Auf eine ähnliche Art verfährt man mit den Linien, wie Ee, ei, u. dgl. die längs EP fallen.

VII. Sollten hingegen die Abdrücke von der Kupfertafel allemahl ſo gemacht werden, daß EP nach der Quere des Papiers zu liegen käme, ſo würde man umgekehrt die Abſciſſen x um $\frac{1}{70}$ ihres Werthes, und hingegen den Ordinaten y um $\frac{1}{136}$ ihres Werthes vergröſſern, und ſich ihrer ſo zur Zeichnung auf der Kupfertafel bedienen.

VIII. Man ſieht leicht, wie zu verfahren ſeyn würde, wenn ein Verſuch, wie (IV) andere Verhältniſſe der Zuſammenziehung gegeben hätte.

IX. Da

IX. Da die den Werthen x und y in der Zeichnung zu gebenden Correctionen $\frac{1}{70}$ x, $\frac{1}{136}$ y, beym Abdrucke auch wieder eine kleine Verkürzung leiden, ſo könnte man auch auf dieſe Rückſicht nehmen, welches denn eine neue Correction gäbe. Wenn man ſich ſtatt der Brüche $\frac{1}{70}$, $\frac{1}{136}$; überhaupt $\frac{1}{m}$; $\frac{1}{n}$ gedenkt, ſo kann man leicht zeigen, daß die wahren Correctionen alsdann $\frac{1}{m-1}$ x; $\frac{1}{n-1}$ y ſeyn würden. (Man ſ. Lowiz *Commentatio de figura et diviſione ſegmentorum* in dem Anhange zu den *Comment. ſoc. R. Goett. ad annum* 1778. §. XXIII. in der Anmerkung, welche Hr. Prof. Hindenburg zu dieſem Lowiziſchen Aufſaze gemacht hat.) Alſo wären für $m = 70$; $n = 136$. Die Correctionen in (VI) eigentlich $\frac{1}{69}$ y; und $\frac{1}{135}$ x. Das Exempel (IV) iſt aus der eben erwähnten Lowiziſchen Schrift genommen. Lowiz fand ſo die Verhältniſſe der Zuſammenziehung bey dem Papiere, deſſen er ſich beym Abdrucke ſeiner Kugelſegmente bediente.

Bey andern Papierſorten werden begreiflich auch andere Verhältniſſe ſtatt finden, die man in jedem Falle aber durch Verſuche, wie (IV), beſtimmen kan.

X. Das bisherige wird zeigen, w
es bey der Zeichnung der Segmente zu
geln ankomme.

Die Tafeln ſind brauchbar unter de
ſchränkung (§. 91. XI). Segmente zu
ſern Kugeln, dürfen nicht wohl 30
des Aequators breit ſeyn. Man wür
etwa, wie die Lowiziſchen, 20 Grad
ſeyn laſſen, welches denn für eine Ku
Segmente ſtatt 12 geben würde. Abe
dann würde man für die Abſciſſen und
naten andere Werthe bekommen, wozu
ſich etwa der Lowiziſchen a. a. O. b
könnte, die aber auf eine andere Theo
gründet, als die (§. 91. XII) angeführte
che von einem Holländer *Pieter Smit* (C
graphia &c. m. ſ. oben §. 5. XXI.) v
gen, und von Hrn. Hofr. Käſtner in ob
91. XI.) angeführter Schrift erläutert
iſt. Es wäre aber leicht auch nach (
XIII ꝛc.) eine ſolche Tafel zu berechnen
man in den dortigen Formeln $\varkappa = 20°$

XI. Von vielen Schriftſtellern
zu den Meridianen PAQ, PBQ blos
bogen genommen, für die man die
punkte m, μ in der Verlängerung

die Punkte P, A, Q; oder P, B, Q, gehen, wo man denn EP wegen (§. 91. III.) immer etwas kleiner als einen Meridianquadranten nehmen muß. Man kan EP ohngefähr um ſo viel kürzer, als einen Meridianquadranten nehmen, als die größte Dehnung betragen möchte, die das Papier längs EP beym Aufziehen auf die Kugel verträgt, welches man durch einige Verſuche bey dieſer oder jener Papier-art leicht beſtimmen kan.

Druckfehler.

S. 62. Zeile 13. ſt. $32^{\circ}.\ 5'.\ 0.$ l. 32

S. 113. Z. 9. ſt. 12,944. l. 14,944

S. 176. Z. 27. ſt. brauchen l. brauche

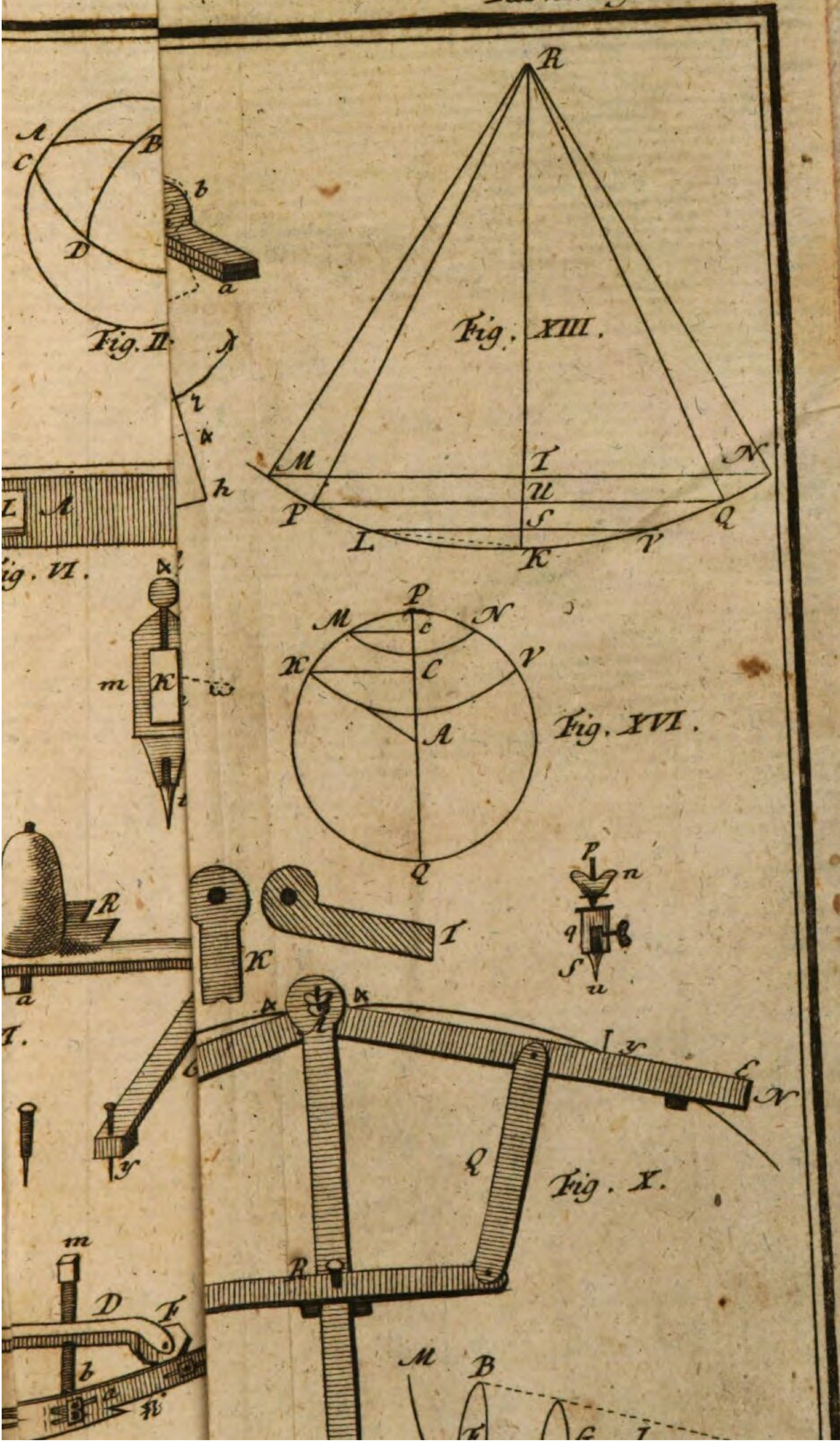
S. 218. Z. 7. ſt. BG l. BH

S. 270. Z. 22 u. 23. ſt. QP l. RP

S. 273. Z. 2. ſt. $\frac{1}{\pi}$ l. $\frac{1}{\pi}$

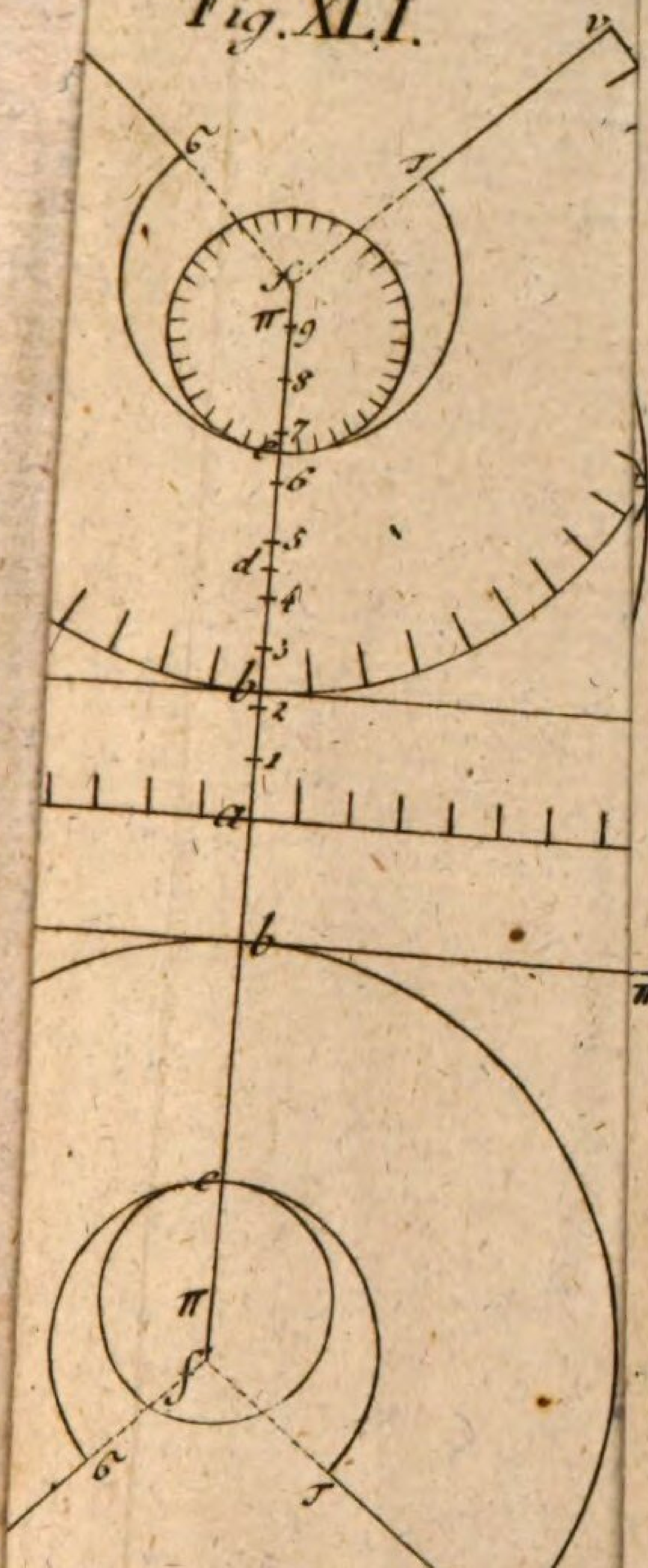
S. 360. Z. 21. ſt. weſtwärts l. oſtwä

Tab. I. Fig. I _ XIX.



Tab. IV. Fig. XL – LIII.

Fig. XL.I.



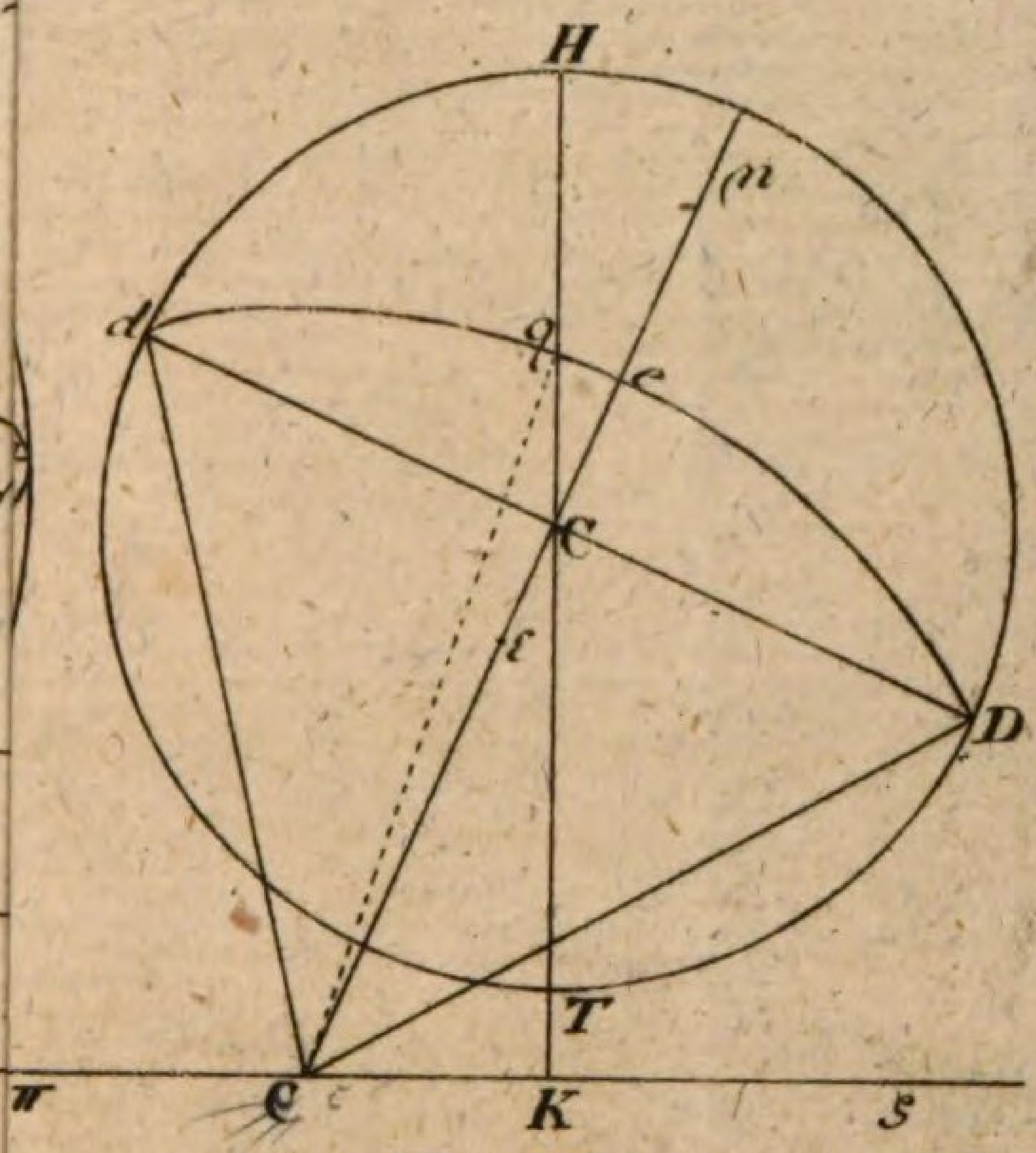


Fig. LI.

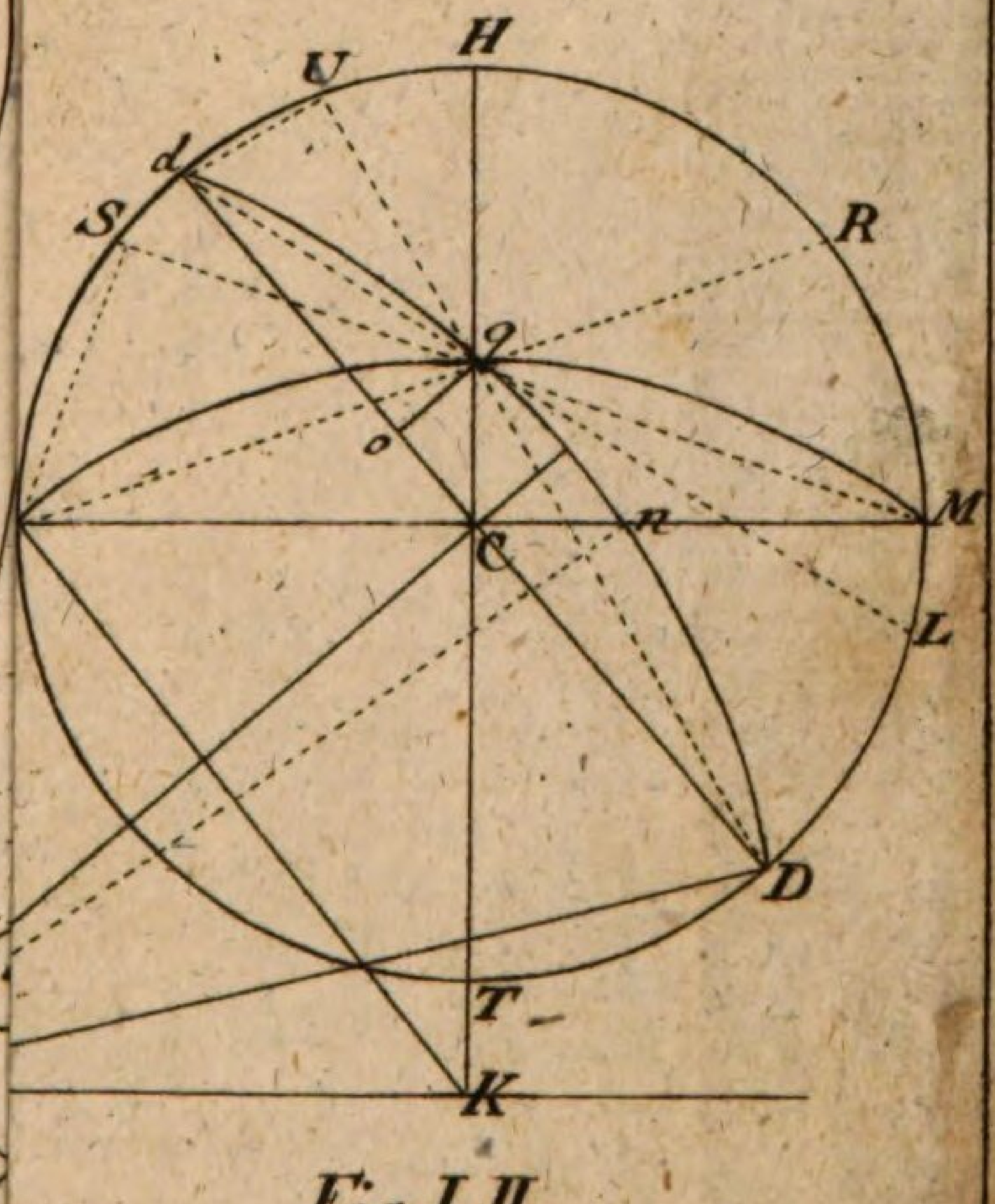
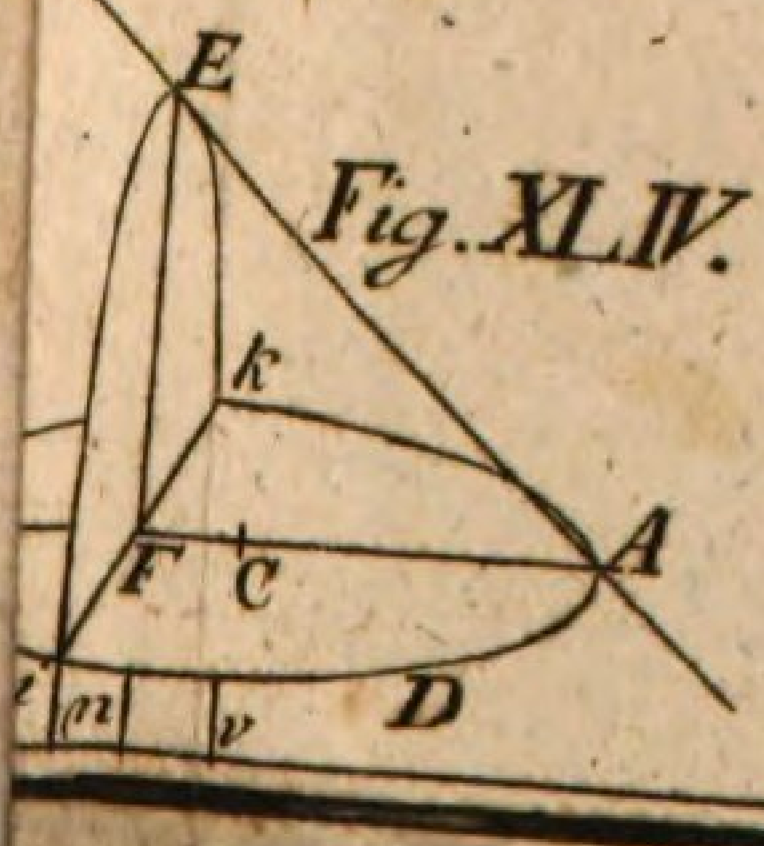
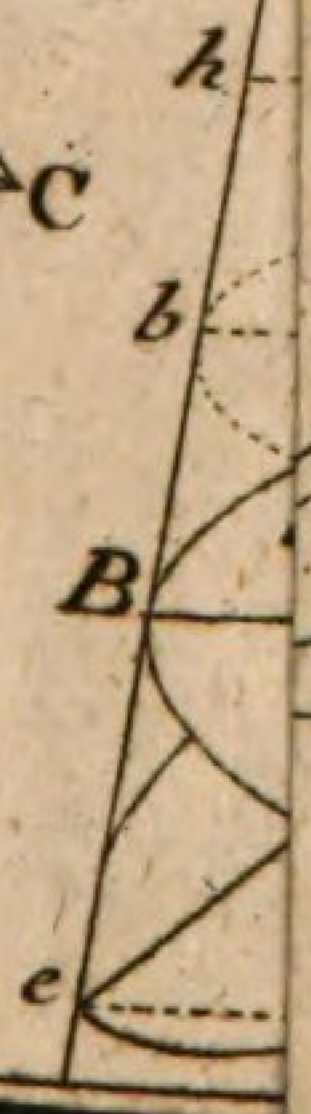


Fig. LII.

Fig. XLVI.

Fig. XLIV.





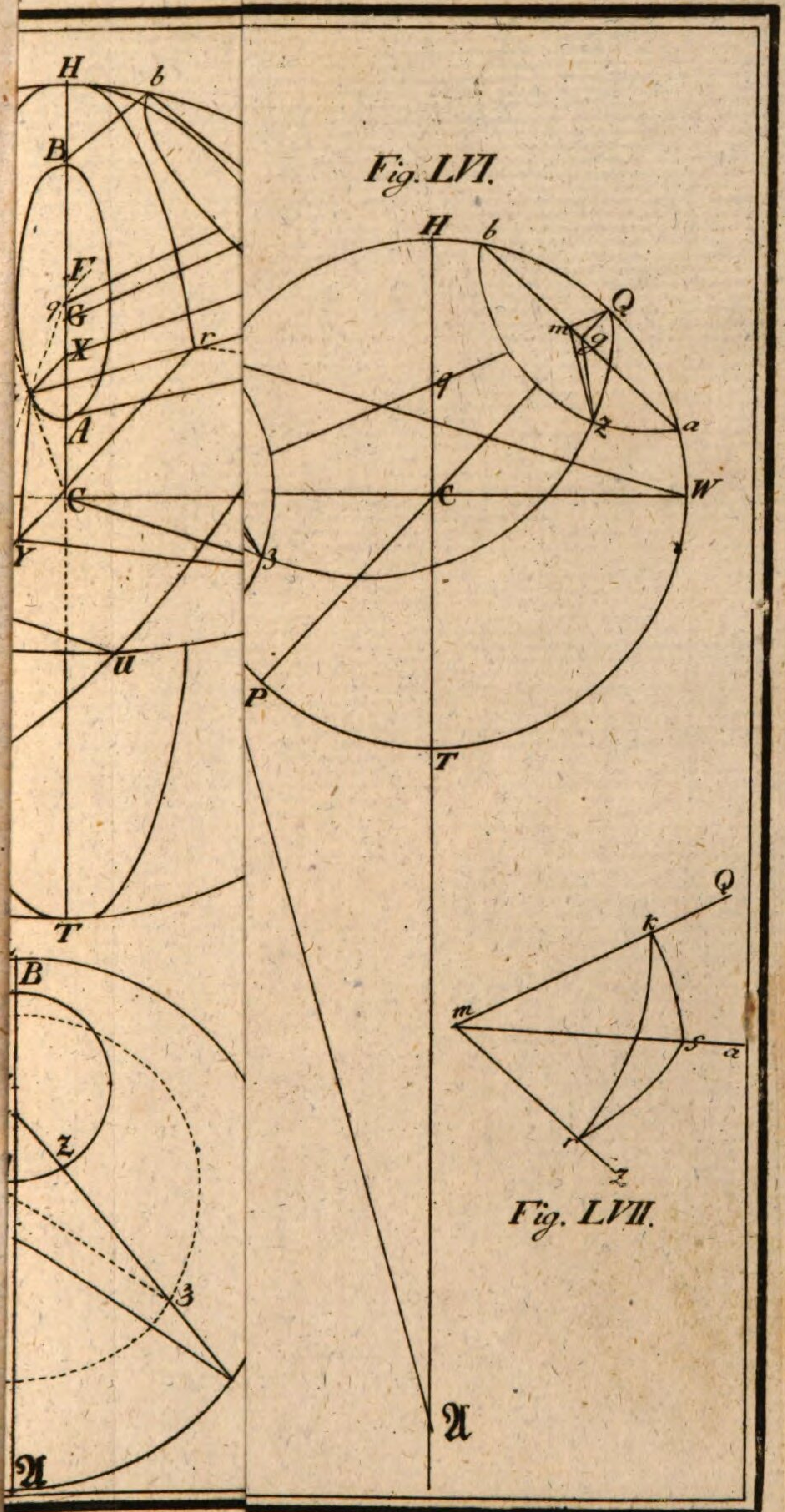
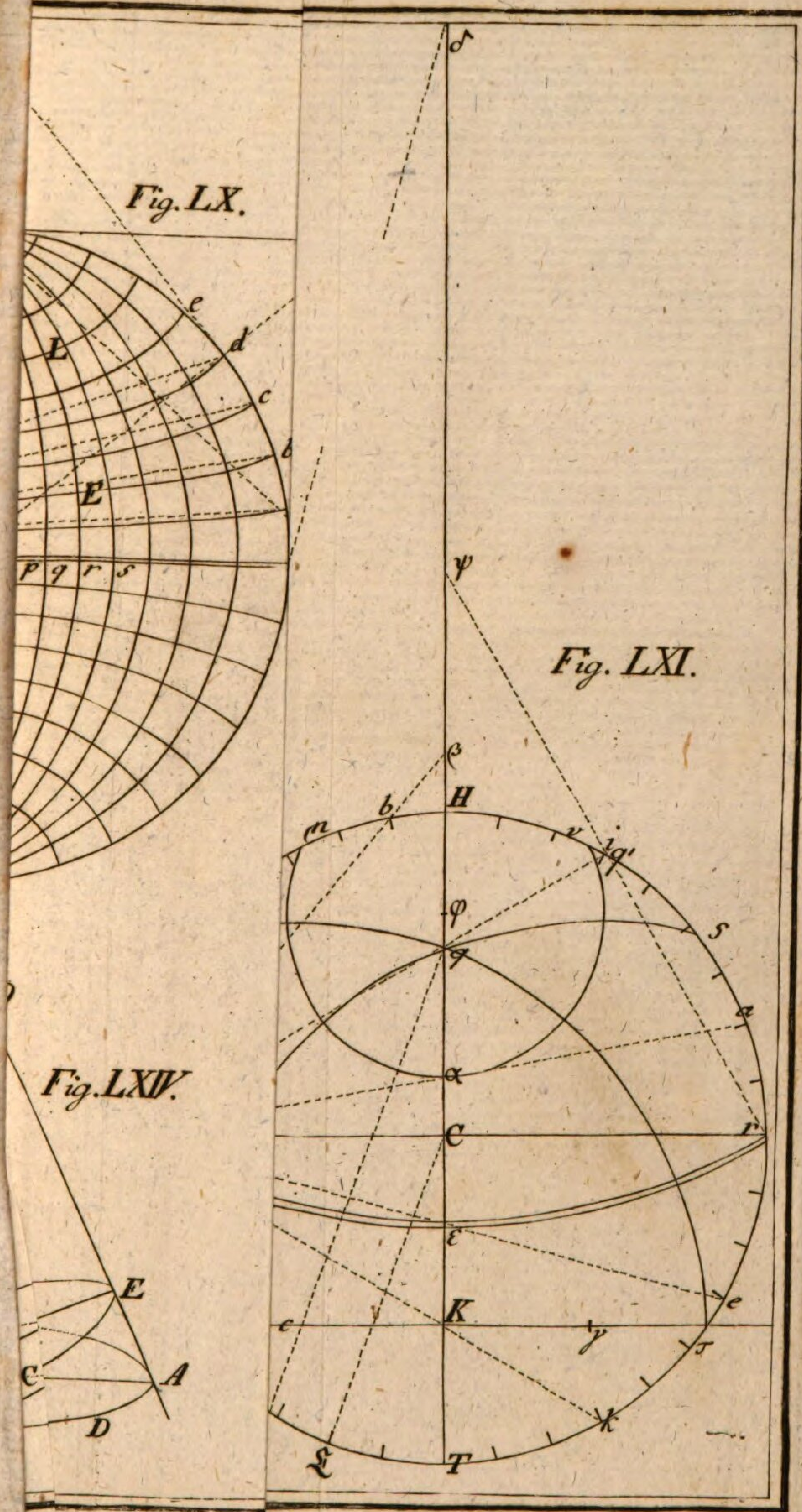


Fig. LVI.

Fig. LVII.

Tab. VI. Fig. LX – LXIV.



16 ß

Bayerische StaatsBibliothek

Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Mayer, Johann Tobias, 1752-1830

Gründlicher und ausführlicher Unterricht zur praktischen Geometrie
brauchbar für alle, welche sich dieser Dinge mit Einsicht und Nutzen
bedienen wollen
Bd.: 4

Göttingen 1794

Math.p. 339-4
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10082391-2
VD18 90031202